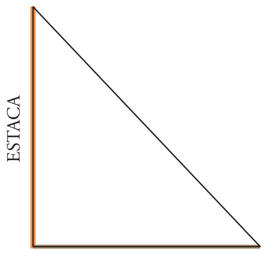
PÁGINA 146

Los chicos del dibujo deben medir los 35 árboles de una parcela horizontal. Para ello, proceden así:

- **Clavan en el suelo una estaca vertical que sobresale 160 cm.**
- **A continuación, corren a señalar los extremos de las sombras de los 35 árboles y de la estaca.**
- **Una vez señalados, proceden, ya sin prisas, a medirlas y a anotar las medidas. Estos son algunos resultados:**

LA SOMBRA DE	ESTACA	CEREZO	CIPRÉS	CHOPO
MIDIÓ	82 cm	1,23 m	2,61 m	4,3 m

1 **Razona que la estaca y su sombra forman un triángulo rectángulo.**
¿Ocurre lo mismo con cada árbol y su sombra?



La estaca es vertical y el suelo es horizontal. La sombra se proyecta sobre el suelo. Por tanto, la estaca y su sombra son los catetos de un triángulo rectángulo.

Lo mismo ocurre con cada árbol y su sombra (los árboles hay que idealizarlos para considerarlos como segmentos verticales).

2 **¿Por qué se han de dar prisa en señalar los extremos de las sombras?**
Razona que todos los triángulos descritos son semejantes.

Hay que señalar las sombras muy deprisa para que no les afecte el movimiento del Sol. Para que los triángulos sean semejantes, hay que medir todas las sombras en el mismo instante.

3 **Calcula las alturas del cerezo, el ciprés y el chopo, aproximándolas hasta los decímetros.**

En la estaca, 160 : 82 = 1,9512… = t. Este es el número por el que hay que multiplicar la sombra para obtener la longitud de la estaca.

Por ser los triángulos semejantes, si en los demás se multiplica la sombra por ese número, se obtiene la longitud del árbol correspondiente:

CEREZO $\rightarrow$ SOMBRA · t = 1,23 · t = 2,4 m (altura del cerezo)

CIPRÉS $\rightarrow$ SOMBRA · t = 2,61 · t = 5,09 m (altura del ciprés)

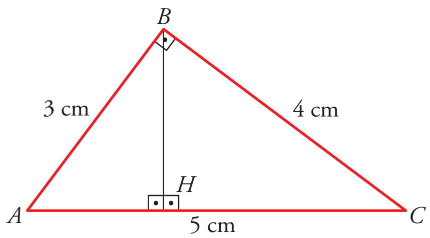
CHOPO $\rightarrow$ SOMBRA · t = 4,3 · t = 8,39 m (altura del chopo)

PÁGINA 147

ANTES DE COMENZAR, RECUERDA

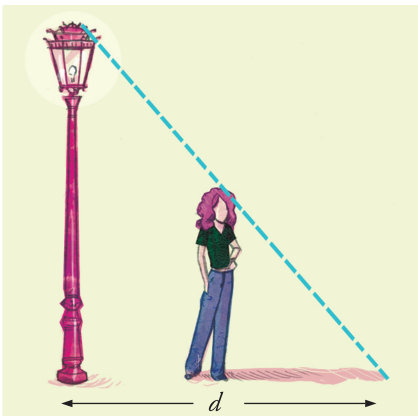
1 Dibuja un triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 5 cm. Es rectángulo porque sus lados verifican el teorema de Pitágoras ($3^2 + 4^2 = 5^2$). Traza la altura sobre la hipotenusa. Demuestra que los dos pequeños triángulos en que se divide el grande son semejantes entre sí.

- $\widehat{ABC}$ es semejante a $\widehat{ABH}$ por compartir el ángulo $\hat{A}$.
- $\widehat{ABC}$ es semejante a $\widehat{BHC}$ por tener en común el ángulo $\hat{C}$.



Se concluye, pues, que $\widehat{ABH}$ es semejante a $\widehat{BHC}$.

2 Observa cómo calcula Leticia la altura de una morera que proyecta una sombra de 5,7 m a la luz de una farola de altura desconocida:



a) Altura de Leticia = 1,68 m

Sombra de Leticia = 1,5 m

***d* = 2,9 m**

Con esto se calcula la altura de la farola.

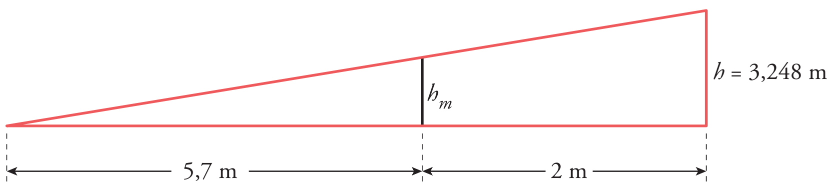
b) Conociendo la altura de la farola y la sombra de la morera, 5,7 m, y midiendo la distancia de la farola a la morera, 2 m, se calcula la altura de la morera.

Resuelve los apartados a) y b) descritos en la situación anterior.

a) Si h es la altura de la farola, por la semejanza de triángulos:

$$\frac{h}{d} = \frac{1,68}{1,5} \rightarrow \frac{h}{2,9} = \frac{1,68}{1,5} \rightarrow h = 3,248 \text{ m mide la farola.}$$

b) $h_m \rightarrow$ altura de la morera:



$$\frac{5,7}{h_m} = \frac{5,7 + 2}{3,248} \rightarrow h_m = 2,40 \text{ m mide la morera.}$$

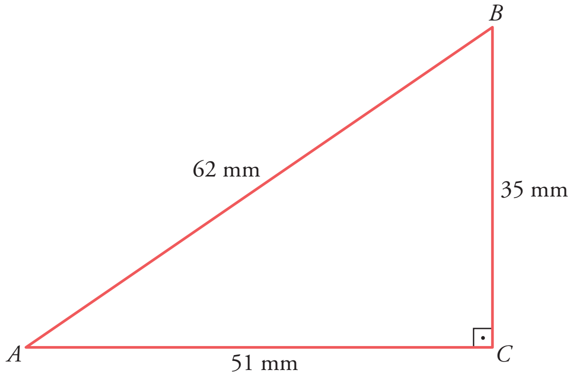
PÁGINA 148

1 **Dibuja sobre un ángulo como el anterior, 34°, un triánguo rectángulo mucho más grande. Halla sus razones trigonométricas y observa que obtienes, aproximadamente, los mismos valores.**

$$sen\ 34° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{35}{62} = 0{,}56$$

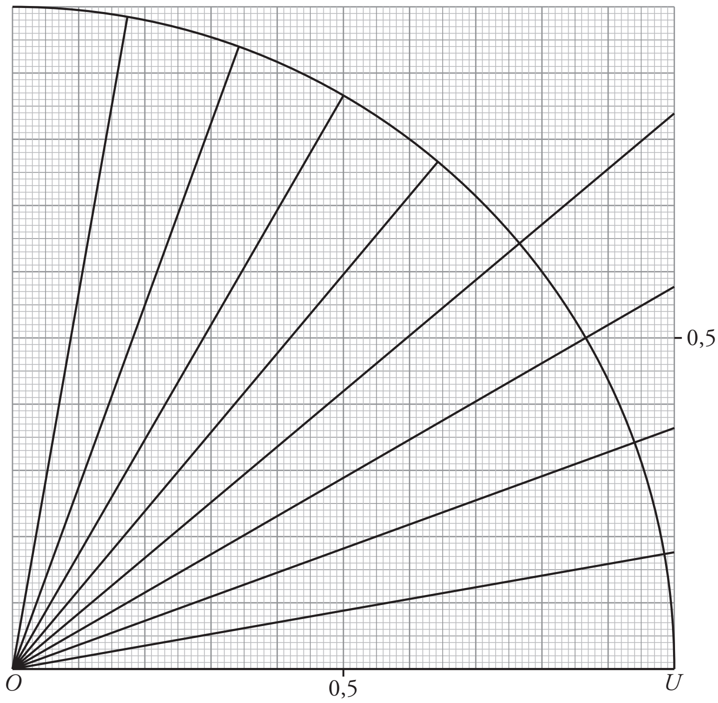
$$cos\ 34° = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{51}{62} = 0{,}82$$

$$tg\ 34° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{35}{51} = 0{,}68$$



PÁGINA 149

2 **Utilizando el anterior aparato y un transportador de ángulos, calcula el seno y el coseno de 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° y 80°, y la tangente de aquellos que puedas.**



sen 10° = 0,18, *cos* 10° = 0,98, *tg* 10° = 0,18

sen 20° = 0,34, *cos* 20° = 0,94, *tg* 20° = 0,37

sen 30° = 0,5, *cos* 30° = 0,86, *tg* 30° = 0,58

$sen\ 40° = 0{,}64, \ \ cos\ 40° = 0{,}76, \ \ tg\ 40° = 0{,}84$

$sen\ 50° = 0{,}76, \ \ cos\ 50° = 0{,}64$

$sen\ 60° = 0{,}86, \ \ cos\ 60° = 0{,}5$

$sen\ 70° = 0{,}94, \ \ cos\ 70° = 0{,}34$

$sen\ 80° = 0{,}98, \ \ cos\ 80° = 0{,}18$

PÁGINA 150

1 **$sen\ 37° = 0{,}6$. Calcula $cos\ 37°$ y $tg\ 37°$.**

$sen\ 37° = 0{,}6$

$(cos\ 37°)^2 + (0{,}6)^2 = 1 \ \rightarrow \ cos\ 37° = \pm\sqrt{1 - 0{,}36} = \pm 0{,}8$

Solo tomamos el resultado positivo: $cos\ 37° = 0{,}8$

$tg\ 37° = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75$

2 **$tg\ 28° = 0{,}53$. Calcula $sen\ 28°$ y $cos\ 28°$.**

$\dfrac{sen\ 28°}{cos\ 28°} = 0{,}53$

$(sen\ 28°)^2 + (cos\ 28°)^2 = 1$

$sen\ 28° = 0{,}53\ cos\ 28°$

$(0{,}53\ cos\ 28°)^2 + (cos\ 28°)^2 = 1 \ \rightarrow \ 0{,}28\,(cos\ 28°)^2 + (cos\ 28°)^2 = 1 \ \rightarrow$

$\rightarrow \ 1{,}28\,(cos\ 28°)^2 = 1 \ \rightarrow$

$\rightarrow \ cos\ 28° = \pm\sqrt{\dfrac{1}{1{,}28}} \ \rightarrow \ cos\ 28° = \pm 0{,}88$

Solo tomamos el resultado positivo: $cos\ 28° = 0{,}88$

$sen\ 28° = 0{,}53 \cdot 0{,}88 \ \rightarrow \ sen\ 28° = 0{,}46$

PÁGINA 151

3 **Teniendo en cuenta que $tg\ 45° = 1$, deduce el valor de $sen\ 45°$ y de $cos\ 45°$ mediante las relaciones fundamentales.**

$\dfrac{sen\ 45°}{cos\ 45°} = 1; \ \ sen\ 45° = cos\ 45°$

$(sen\ 45°)^2 + (cos\ 45°)^2 = 1$

$(cos\ 45°)^2 + (cos\ 45°)^2 = 1 \ \rightarrow \ cos\ 45° = \pm\sqrt{\dfrac{1}{2}} = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Solo tomamos el resultado positivo: $cos\ 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \ \rightarrow \ sen\ 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

4 **Teniendo en cuenta que** $sen\ 30° = 1/2$**, halla el valor de** $cos\ 30°$ **y de** $tg\ 30°$ **mediante las relaciones fundamentales.**

$sen\ 30° = \frac{1}{2}$

$(sen\ 30°)^2 + (cos\ 30°)^2 = 1 \ \rightarrow\ \frac{1}{4} + (cos\ 30°)^2 = 1 \ \rightarrow\ cos\ 30° = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

Tomamos el resultado positivo: $cos\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$tg\ 30° = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

5 **Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:**

sen α	**0,94**		**4/5**			
cos α		**0,82**			$\sqrt{3}/2$	
tg α				**3,5**		**1**

En las operaciones donde aparezcan radicales, trabaja con ellos; no utilices su expresión decimal.

sen α	0,94	0,57	4/5	0,96	1/2	$\sqrt{2}/2$
cos α	0,34	0,82	3/5	0,27	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$
tg α	2,76	0,69	4/3	3,5	$\sqrt{3}/3$	1

En todos los casos solo tomaremos los resultados positivos.

- $sen\ \alpha = 0{,}94$

  $(cos\ \alpha)^2 + (0{,}94)^2 = 1 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = 0{,}34$

  $tg\ \alpha = \frac{0{,}94}{0{,}34} = 2{,}76$

- $cos\ \alpha = 0{,}82$

  $(sen\ \alpha)^2 + (0{,}82)^2 = 1 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = 0{,}57$

  $tg\ \alpha = \frac{0{,}57}{0{,}82} = 0{,}69$

- $sen\ \alpha = \frac{4}{5}$

  $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ (cos\ \alpha)^2 = 1 - \frac{16}{25} \ \rightarrow\ cos\ \alpha = \frac{3}{5}$

  $tg\ \alpha = \frac{4/5}{3/5} = \frac{4}{3}$

- $tg\ \alpha = 3{,}5$

  $\dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = 3{,}5;\ \ sen\ \alpha = 3{,}5 \cdot cos\ \alpha$

  $(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1$

  $(3{,}5\ cos\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ 13{,}25(cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = 0{,}27$

  $sen\ \alpha = 3{,}5 \cdot 0{,}27 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = 0{,}96$

- $cos\ \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

  $(sen\ \alpha)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 \ \rightarrow\ (sen\ \alpha)^2 = 1 - \dfrac{3}{4} \ \rightarrow\ sen\ \alpha = \dfrac{1}{2}$

  $tg\ \alpha = \dfrac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

- $tg\ \alpha = 1$

  $\dfrac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = 1;\ \ sen\ \alpha = cos\ \alpha$

  $(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1$

  $(cos\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ 2(cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

  $sen\ \alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

6 Un carpintero quiere construir una escalera de tijera, cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60°.

Para que la altura de la escalera, estando abierta, sea de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?

$cos\ 30° = \dfrac{2}{L} \ \rightarrow\ \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2}{L} \ \rightarrow\ L = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \approx 2{,}3 \text{ m}$

Cada brazo deberá medir, aproximadamente, 2,3 m de longitud.

7 Calcula el seno y la tangente de un ángulo cuyo coseno vale 0,8.

$cos\ \alpha = 0{,}8$

$(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ (0{,}8)^2 + (sen\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = \pm 0{,}6$

Tomamos solo el valor positivo: $sen\ \alpha = 0{,}6$

$tg\ \alpha = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75$

8 **Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0,7.**

$tg\ \alpha = 0{,}7$

$\frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = 0{,}7;\ \ sen\ \alpha = 0{,}7 \cdot cos\ \alpha$

$(sen\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1$

$(0{,}7\ cos\ \alpha)^2 + (cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ 1{,}49\,(cos\ \alpha)^2 = 1 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = \pm 0{,}82$

Solo tomamos el valor positivo: $cos\ \alpha = 0{,}82$

$sen\ \alpha = 0{,}7 \cdot 0{,}82 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = 0{,}57$

PÁGINA 152

1 **Obtén las siguientes razones trigonométricas y escribe en tu cuaderno los resultados redondeando a las milésimas.**

a) ***sen* 86°** **b)** ***cos* 59°** **c)** ***tg* 22°**

d) ***sen* 15° 25' 43''** **e)** ***cos* 59° 27'** **f)** ***tg* 86° 52'**

g) ***sen* 10° 30'' (atención, 10° 0' 30'')**

a) *sen* 86° = 0,998 b) *cos* 59° = 0,515

c) *tg* 22° = 0,404 d) *sen* 15° 25' 43'' = 0,266

e) *cos* 59° 27' = 0,508 f) *tg* 86° 52' = 18,268

g) *sen* 10° 30'' = 0,174

PÁGINA 153

2 **Da el valor del ángulo α en forma sexagesimal, en cada caso:**

a) $\boldsymbol{sen\ \alpha = 0{,}91}$ **b)** $\boldsymbol{tg\ \alpha = 5{,}83}$ **c)** $\boldsymbol{cos\ \alpha = 0{,}42}$

d) $\boldsymbol{tg\ \alpha = 0{,}34}$ **e)** $\boldsymbol{sen\ \alpha = 0{,}08}$ **f)** $\boldsymbol{cos\ \alpha = 0{,}88}$

a) α = 65° 30' 19'' b) α = 80° 16' 1'' c) α = 65° 9' 55''

d) α = 18° 46' 41'' e) α = 4° 35' 19'' f) α = 28° 21' 27''

3 **Calcula $\boldsymbol{sen\ \alpha}$ sabiendo que $\boldsymbol{cos\ \alpha = 0{,}91}$**

Calcula $\boldsymbol{cos\ \alpha}$ sabiendo que $\boldsymbol{tg\ \alpha = 6{,}41}$

Calcula $\boldsymbol{tg\ \alpha}$ sabiendo que $\boldsymbol{cos\ \alpha = 0{,}06}$

Calcula $\boldsymbol{tg\ \alpha}$ sabiendo que $\boldsymbol{cos\ \alpha = 0{,}96}$

Calcula $\boldsymbol{sen\ \alpha}$ sabiendo que $\boldsymbol{tg\ \alpha = 0{,}1}$

$cos\ \alpha = 0{,}91 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = 0{,}415$ $tg\ \alpha = 6{,}41 \ \rightarrow\ cos\ \alpha = 0{,}154$

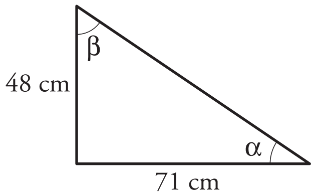
$cos\ \alpha = 0{,}06 \ \rightarrow\ tg\ \alpha = 16{,}637$ $cos\ \alpha = 0{,}96 \ \rightarrow\ tg\ \alpha = 0{,}292$

$tg\ \alpha = 0{,}1 \ \rightarrow\ sen\ \alpha = 0{,}0995$

7 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 155

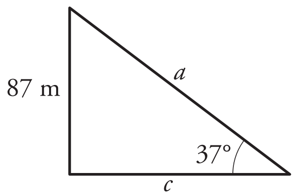
1 **Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 cm y 71 cm. Calcula, en grados y minutos, los dos ángulos agudos.**



$$tg\,\alpha = \frac{48}{71} = 0{,}676 \rightarrow \alpha = 34°\ 3'\ 39{,}27''$$

$$\beta = 90° - 34°\ 3'\ 39{,}27'' = 55°\ 86'\ 51{,}73''$$

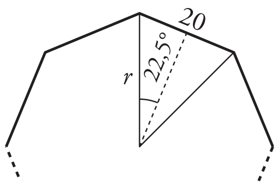
2 **En un triángulo rectángulo un ángulo agudo mide 37°, y el cateto opuesto, 87 m. Halla el otro cateto y la hipotenusa.**



$$sen\ 37° = \frac{87}{a} \rightarrow a = \frac{87}{sen\ 37°} = 144{,}56 \text{ m}$$

$$tg\ 37° = \frac{87}{c} \rightarrow c = \frac{87}{tg\ 37°} = 115{,}45 \text{ m}$$

3 **Halla el radio de un octógno regular de 20 cm de lado. ¿Cuánto mide su apotema?**



$$sen\ 22{,}5° = \frac{10}{r} \rightarrow r = \frac{10}{sen\ 22{,}5°} \approx 26{,}13 \text{ cm}$$

$$cos\ 22{,}5° = \frac{\text{apotema}}{r} \rightarrow \text{apotema} \approx 24{,}14 \text{ cm}$$

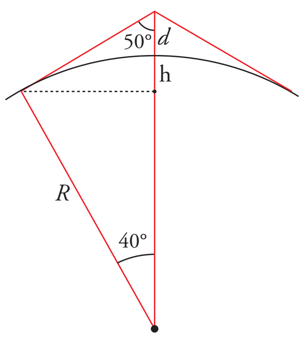
4 **Desde un cohete espacial se ve la Tierra bajo un ángulo de 100°.**

a) ¿A qué distancia de la Tierra se encuentra en ese instante?

b) ¿Cuál es el área de la porción de tierra visible desde el cohete?

a) $d = \dfrac{R}{cos\ 40°} - R = \dfrac{6\,366}{cos\ 40°} - 6\,366 = 1\,944{,}2$ km

(R es el radio de la Tierra)



b) h = $R - R\ cos\ 40° = 1\,489{,}36$ km

Área del casquete = $2\pi R$h = $59\,572\,592{,}72$ km^2

5 ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra hemos de subir para ver un lugar situado a 400 km de distancia?

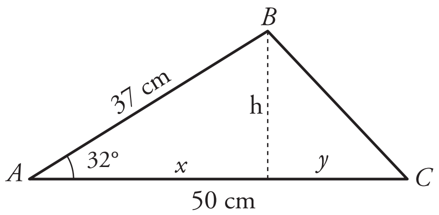
A un arco de 400 km le corresponde un ángulo de 3,6°.

$$d = \frac{R}{\cos 3{,}6°} - R = 12{,}587 \text{ km}$$

(R es el radio de la Tierra).

PÁGINA 157

1 En un triángulo ABC, calcula $\overline{BC}$ conociendo $\overline{AB} = 37$ cm, $\overline{AC} = 50$ cm y $\widehat{BAC} = 32°$.



$\cos 32° = \dfrac{x}{37} \;\to\; x = 31{,}38$ cm

$\text{sen}\ 32° = \dfrac{h}{37} \;\to\; h = 19{,}61$ cm

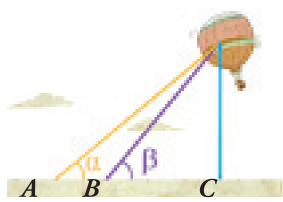
$y = 50 - x = 50 - 31{,}38 = 18{,}62$ cm

$$\overline{BC} = \sqrt{h^2 + y^2} = 27{,}04 \text{ cm}$$

2 Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos así:

Rosa se coloca en un punto B, y yo en A, a 5 metros de ella, de forma que los puntos A, B y C (observa la figura) quedan alineados.

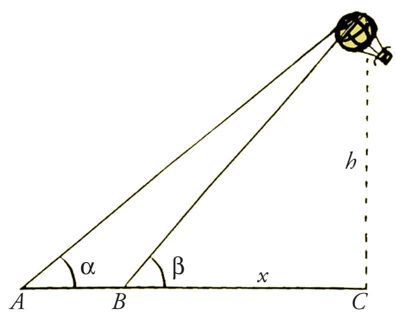
Si los ángulos α y β miden 40° y 50°, respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?



h $\to$ altura a la que se encuentra el globo.

$$\left.\begin{array}{l} tg\,\beta = \dfrac{h}{\overline{BC}} \\[2ex] tg\,\alpha = \dfrac{h}{\overline{AC}} \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} tg\,50° = \dfrac{h}{x} \\[2ex] tg\,40° = \dfrac{h}{x+5} \end{array}\right\}$$

$$1{,}19 = \frac{h}{x} \;\to\; h = 1{,}19x$$

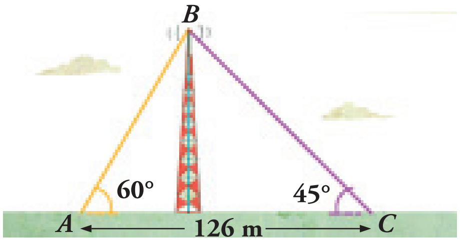


$$0{,}84 = \frac{h}{x+5} \;\to\; 0{,}84 = \frac{1{,}19x}{x+5} \;\to\; 0{,}84x + 4{,}2 = 1{,}19x \;\to\; 0{,}35x = 4{,}2 \;\to$$

$$\to\; x = 12 \;\to\; h = 1{,}19 \cdot 12 = 14{,}28 \text{ m}$$

El globo se encuentra a 14,28 m de altura.

3 **Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura.**

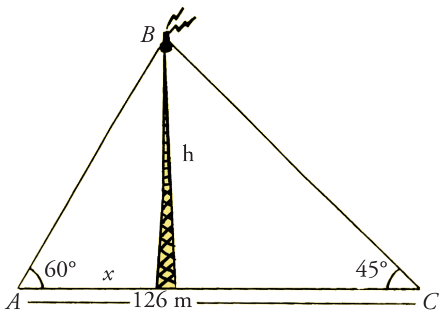


Calcula:

a) La altura de la antena.

b) La longitud de los cables.

c) El valor del ángulo $\widehat{ABC}$.



a) h $\rightarrow$ altura de la antena.

$$\left.\begin{array}{l} tg\ 60° = \dfrac{h}{x} \\ tg\ 45° = \dfrac{h}{126 - x} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} \sqrt{3} = \dfrac{h}{x} \rightarrow h = \sqrt{3}x \\ 1 = \dfrac{h}{126 - x} \rightarrow h = 126 - x \end{array}\right\}$$

$$\sqrt{3}x = 126 - x \rightarrow (\sqrt{3} + 1)x = 126 \rightarrow x = \frac{126}{\sqrt{3} + 1} = 46{,}12 \rightarrow$$

$$\rightarrow h = 126 - 46{,}12 \rightarrow h = 79{,}88 \text{ m}$$

La altura de la antena es de 79,88 m

b) $cos\ 60° = \dfrac{x}{\overline{AB}} \rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{46{,}12}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = 92{,}24$ m

$sen\ 45° = \dfrac{h}{\overline{BC}} \rightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{79{,}88}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC} = 112{,}97$ m

c) $\widehat{ABC} = 180° - 60° - 45° = 75°$

PÁGINA 159

1 **Sitúa sobre la circunferencia goniométrica los ángulos:**

62°, 154°, 243° y 300°

Representa sus razones trigonométricas y da su valor aproximado.

sen 62° = 0,88	*cos* 62° = 0,47	*tg* 62° = 1,88
sen 154° = 0,44	*cos* 154° = –0,9	*tg* 154° = –0,49
sen 243° = –0,89	*cos* 243° = –0,45	*tg* 243° = 1,96
sen 300° = –0,87	*cos* 300° = 0,5	*tg* 300° = –1,73

2 **En la página anterior, en la circunferencia goniométrica sobre la que se han representado el seno y el coseno, hay un triángulo coloreado, $OA'A$.**

a) Razonando sobre él y teniendo en cuenta que $\overline{OA} = 1$, justifica que:

$$\textit{cos}\ \alpha = \overline{OA'} \text{ y } \textit{sen}\ \alpha = \overline{A'A}$$

b) Aplicando el teorema de Pitágoras en este triángulo justifica que:

$$(\textit{sen}\ \alpha)^2 + (\textit{cos}\ \alpha)^2 = 1$$

c) Justifica que $(\textit{sen}\ \beta)^2 + (\textit{cos}\ \beta)^2 = 1$, razonando sobre el correspondiente triángulo.

a) $\textit{cos}\ \alpha = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OA'}}{1} = \overline{OA'}$

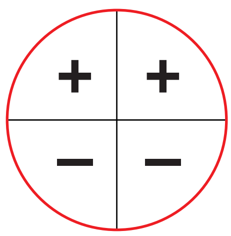
b) $(\textit{sen}\ \alpha)^2 + (\textit{cos}\ \alpha)^2 = (\overline{AA'})^2 + (\overline{OA'})^2 = (\overline{OA})^2 = 1$

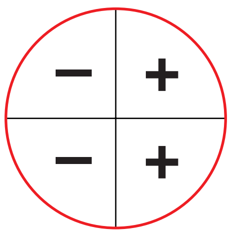
c) $(\textit{sen}\ \beta)^2 + (\textit{cos}\ \beta)^2 = \overline{OB}^2 = 1$

3 **Di el valor de *sen* α y *cos* α cuando α vale 0°, 90°, 180°, 270° y 360°.**

α	0°	90°	180°	270°	360°
sen α	0	1	0	–1	0
cos α	1	0	–1	0	1

4 **En este círculo se da el signo de *sen* φ según el cuadrante en el que se halle situado el ángulo φ. Comprueba que es correcto y haz algo similar para *cos* φ.**

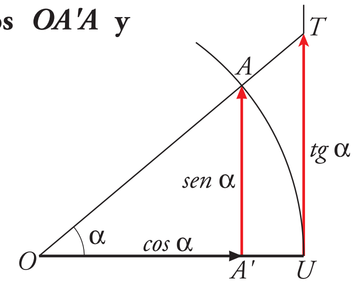




El coseno se corresponde con la longitud en el eje X, por lo que será positivo en el primer y cuarto cuadrante y negativo en el segundo y tercer cuadrante.

5 **Teniendo en cuenta la semejanza de los triángulos *OA'A* y *OUT*, y que $\overline{OU} = 1$, demuestra que:**

$$\frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha} = tg\ \alpha$$



Por la semejanza de triángulos:

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{OU}}{\overline{UT}} \rightarrow \overline{UT} = \frac{\overline{AA'} \cdot \overline{OU}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{AA'}}{\overline{OA'}} \rightarrow tg\ \alpha = \frac{\overline{AA'}}{\overline{OA'}} = \frac{sen\ \alpha}{cos\ \alpha}$$

PÁGINA 160

6 **Expresa con valores entre –180° y 180° estos ángulos: 1 837°, 3 358°, 1 381° y 3 805°. Comprueba con la calculadora que, en cada caso, coinciden las razones trigonométricas de uno y otro ángulo.**

1 837° = 5 · 360° + 37° → 37°

3 358° = 9 · 360° + 118° → 118°

1 381° = 4 · 360° – 59° → –59°

3 805° = 11 · 360° – 155° → –155°

α	**1 837°** **37°**	**3 358°** **118°**	**1 381°** **–59°**	**3 805°** **–155°**
sen α	0,60	0,88	–0,86	–0,42
cos α	0,80	–0,47	0,52	–0,91
tg α	0,75	–1,88	–1,66	0,47