

Factorización de polinomios

Descomponer un número en factores primos es escribirlo como producto de números más pequeños (que son primos).

$$60 = 2^2 \cdot 2 \cdot 5$$

Descomponer un polinomio como producto de factores (o **factorizar** un polinomio) es escribirlo como producto de polinomios más pequeños (de menor grado).

$$P(x) = x^3 - 49x = x(x-7)(x+7)$$

Método para factorizar un polinomio

Paso 1. Sacar factor común, si es posible.

Paso 2. Buscamos las raíces, si el polinomio es de grado superior a 2 utilizaremos Ruffini, para ello probamos con los divisores del término independiente.

Paso 3. Repetimos el paso 2 hasta llegar a un polinomio de grado 2.

Paso 4. Cuando lleguemos a 2º grado podemos emplear la fórmula de resolución de la ecuación de segundo grado.

Paso 5. Escribimos la factorización.

- El menor grado de un polinomio es 1, aunque no siempre es posible llegar a ese grado de descomposición. Por ejemplo $Q(x) = x^2 + 1$ no es posible descomponerlo, esto es porque no tiene divisores, entonces se dice que es **irreducible**, y se deja el producto indicado.
- **Ruffini** sirve fundamentalmente para calcular raíces que sean **números enteros**.
- En la descomposición siempre se multiplica por el **coeficiente del término de mayor grado**. (Es habitual olvidarse)

Ejemplo

Factoriza el polinomio $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$

Solución:

Paso 1. Lo que interesaría sacar son x , que no se puede, si queremos sacamos el 2, si no da lo

mismo: $P(x) = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12 = 2(x^3 - 2x^2 - 5x + 6)$

Paso 2. $Divisores = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$ Comenzamos por el 1:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -2 & -5 & 6 \\ 1 & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

Tenemos así $P(x) = 2(x-1)(x^2 - x - 6)$, como lo que queda es de segundo grado:

Paso 4. Usamos la fórmula de segundo grado:

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}, \quad x=3, \quad x=-2$$

Paso 5. La descomposición es: $P(x) = 2(x-1)(x-3)(x+2)$