

Ecuaciones y sistemas de primer grado

1. *Resuelve la ecuación:* $\frac{2 \cdot (2x - 3)}{9} - \frac{x + 6}{3} - x = \frac{5 \cdot (3 - x)}{6} - 5$
2. *Indica, justificando la respuesta, si los puntos: A(3, 1); B(3, -2); C(1, -3), pertenecen a las rectas cuyas ecuaciones son:*
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2(y + 1) = x - 5 \end{cases}$$
3. *Simplifica las ecuaciones y resuelve el sistema por el método de reducción:*
$$\begin{cases} 2(y + 2) - x = x + 6 \\ 2(y + 1) + x = 5 + y \end{cases}$$
4. *Resuelve algebraicamente el siguiente problema: «Anacleto ha colocado estanterías en su cuarto y podría ordenar en ellas todos sus libros si pusiese dos docenas en cada una. Se ha dado cuenta de que si pusiese dos docenas y media de libros en cada estantería, le quedaría libre una en la que podría poner sus trofeos deportivos. ¿Cuántas estanterías ha colocado en su cuarto?»*
5. *«Onorato ha abierto su hucha en la que guardaba únicamente monedas de de 1 y 2 euros y se ha encontrado que hay 46 monedas por un valor de 85 euros. Averigua algebraicamente cuántas monedas de cada clase había en la hucha.»*

RESPUESTAS

1.
$$\frac{2 \cdot (2x - 3)}{9} - \frac{x + 6}{3} - x = \frac{5 \cdot (3 - x)}{6} - 5$$

Quitamos paréntesis aplicando la propiedad distributiva del producto respecto a la suma (y, para evitar errores, las fracciones que haya que restar las convertimos en sumas cambiando de signo a los términos del numerador)

$$\frac{4x - 6}{9} + \frac{-x - 6}{3} - x = \frac{15 - 5x}{6} - 5$$

Para quitar denominadores multiplicamos a los dos miembros de la igualdad por el mínimo común múltiplo de los denominadores que es 18

$$18 \cdot \left(\frac{4x - 6}{9} + \frac{-x - 6}{3} - x \right) = 18 \cdot \left(\frac{15 - 5x}{6} - 5 \right) \quad \text{aplicamos la propiedad distributiva}$$

$$18 \cdot \frac{(4x - 6)}{9} + 18 \cdot \frac{(-x - 6)}{3} - 18 \cdot x = 18 \cdot \frac{(15 - 5x)}{6} - 18 \cdot 5 \quad \text{simplificamos}$$

$$2(4x - 6) + 6(-x - 6) - 18x = 3(15 - 5x) - 90 \quad \text{quitamos paréntesis}$$

$$8x - 12 - 6x - 36 - 18x = 45 - 15x - 90$$

Agrupamos y reducimos los términos semejantes para ello sumamos a los dos miembros: $12 + 36 + 15x$ con lo cual conseguiremos que en el primer miembro queden los términos de primer grado y en el segundo los términos independientes:

$$8x - 12 - 6x - 36 - 18x + 12 + 36 + 15x = 45 - 15x - 90 + 12 + 36 + 15x$$

$$(8 - 6 - 18 + 15)x = 45 - 90 + 12 + 36$$

$$-x = 3 \Rightarrow \text{Solución: } \boxed{x = -3}$$

Comprobamos la solución sustituyendo en la ecuación original la x por -3 y efectuando las operaciones:

$$\frac{2 \cdot (2(-3) - 3)}{9} - \frac{-3 + 6}{3} - (-3) = \frac{5 \cdot (3 - (-3))}{6} - 5 \Rightarrow -2 - 1 + 3 = 5 - 5 \Rightarrow 0 = 0 \text{ La solución es correcta.}$$

2. Si los puntos: $A(3, 1)$; $B(3, -2)$; $C(1, -3)$, pertenecen a las rectas, sus coordenadas tienen que cumplir las ecuaciones: $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 2(y + 1) = x - 5 \end{cases}$; lo comprobamos para cada punto sustituyendo, en ambas ecuaciones, la x por el valor de la primera coordenada y la y por el de la segunda:

	$A(3, 1)$	$B(3, -2)$	$C(1, -3)$
$2x - y = 5$	$2 \cdot 3 - 1 = 5$ $5 = 5$ <i>SÍ cumple la 1ª</i>	$2 \cdot 3 - (-2) = 5$ $8 = 5$ <i>NO cumple la 1ª</i>	$2 \cdot 1 - (-3) = 5$ $5 = 5$ <i>SÍ cumple la 1ª</i>
$2(y + 1) = x - 5$	$2(1 + 1) = 3 - 5$ $4 = -2$ <i>NO cumple la 2ª</i>	$2(-2 + 1) = 3 - 5$ $-2 = -2$ <i>SÍ cumple la 2ª</i>	$2(-3 + 1) = 1 - 5$ $-4 = -4$ <i>SÍ cumple la 2ª</i>

Por lo tanto:

A es de la primera recta pero no de la segunda.
 B es de la segunda recta pero no de la primera.
 C pertenece a las dos, es el punto en que se cortan.

$$3. \begin{cases} 2(y + 2) - x = x + 6 \\ 2(y + 1) + x = 5 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y + 4 - x = x + 6 \\ 2y + 2 + x = 5 + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 2 \xrightarrow{\cdot 1/2} \\ x + y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x + y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones obtenemos: $2y = 4 \Rightarrow y = 2$

Sustituyendo este valor en cualquiera de las ecuaciones obtenemos de forma inmediata: $x = 1$

Comprobamos este resultado en las ecuaciones originales: $\begin{cases} 2(2 + 2) - 1 = 1 + 6 \rightarrow 7 = 7 \\ 2(2 + 1) + 1 = 5 + 2 \rightarrow 7 = 7 \end{cases}$

Solución: $\boxed{(x, y) = (1, 2)}$

4. Sea x el número de estanterías.

Como puede poner dos docenas de libros en cada una significa que tiene $2x$ docenas de libros.

Esta cantidad de libros los podría colocar utilizando una estantería menos, es decir, emplearía $x-1$ estanterías, poniendo en cada una $2'5$ docenas de libros. Por lo tanto:

$$2x = 2'5(x-1)$$

$$2x = 2'5x - 2'5 \xrightarrow{-2'5x} -0'5x = -2'5 \xrightarrow{\cdot(-2)} x = 5$$

Respuesta:

Ha colocado 5 estanterías

Comprobación:

5 estanterías por 2 docenas de libros en cada una. Anacleto tiene 10 docenas de libros

4 estanterías por 2'5 docenas de libros en cada una: 10 docenas de libros

5. Sean x e y , respectivamente, el número de monedas de 1 y 2 euros que había en la hucha.

Como tiene en total 46 monedas $\Rightarrow x + y = 46$ al tener 85 € $\Rightarrow x + 2y = 85$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 46 \\ x + 2y = 85 \end{array} \right\}$$

Si a la segunda ecuación le restamos la primera obtenemos: $y = 39$ por lo tanto $x = 7$

$$\text{Comprobación: } \left\{ \begin{array}{l} 7 + 39 = 46 \quad \text{Cantidad de monedas} \\ 7 + 2 \cdot 39 = 85 \quad \text{Cantidad de euros} \end{array} \right.$$

Respuesta:

En la hucha había: 7 monedas de 1€ y 39 de 2€
