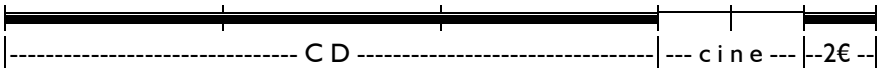
EXAMEN FINAL

1. He gastado en un CD las tres cuartas partes del dinero que llevaba. Después he ido al cine y me he gastado dos tercios del dinero que me quedaba y aún tengo 2 €. ¿Cuánto dinero tenía al principio? Razona la respuesta y comprueba el resultado.
2. Calcula paso a paso y, después, comprueba el resultado con la calculadora.

$$3-\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{8}(-2)$$

3. Halla la fracción canónica generatriz de los números: $a=0'012$, $b=0'\overline{012}$ y $c=0'01\,\overline{2}$ y comprueba los resultados con la calculadora.
4. Halla la suma de los 1000 primeros números impares.
5. Opera y simplifica: $(x^2-5x+3)\cdot(x^2-x)-x\cdot(x^3-3)$.
6. Comprueba si -2, 1 o $1/2$ son soluciones de la ecuación: $4x^3+6=13x$.
7. Resuelve las ecuaciones: (a) $6x^2=8x$; (b) $4x^2-9=0$
8. Resuelve por reducción el sistema: $\begin{cases}5x+4y=-7\\3x-2y=9\end{cases}$
9. Define los conceptos (a) Dominio y (b) Recorrido de una función y (c) Sin levantar el lápiz del papel al hacerla, dibuja la gráfica de una función f cuyo dominio sea $D(f)=[-3,2]$ y su recorrido $R(f)=[1,5]$
10. Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(3,-2)$ y es paralela a la de ecuación $y=2x-5$

1. Resolveremos el problema con la ayuda de un esquema:



El dinero que tenía al principio era: (2 · 3) · 4 = $\boxed{24\text{ €.}}$

Comprobación:

De los 24 €, en el CD me gasté $\frac{3}{4}$ de $24=(24:4)\cdot 3=18$ € y me quedaron $24-18=6$ € de los que en el cine gasté $\frac{2}{3}$ de $6=(6:3)\cdot 2=4$ € así que al final terminé con 2 €.

2. $3-\frac{2}{3}\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{3}{8}(-2)=3-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2-\frac{3}{4}=3-\frac{2}{3}\frac{9}{16}-\frac{3}{4}=3-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}=\frac{24}{8}-\frac{3}{8}-\frac{6}{8}=\boxed{\frac{15}{8}}$

3. $a = 0'012 = \dfrac{12}{1000} = \boxed{\dfrac{3}{250}}$, $b = 0'\overline{012} = \dfrac{12}{999} = \boxed{\dfrac{4}{333}}$ y $c = 0'01\,\overline{2} = \dfrac{12-1}{900} = \boxed{\dfrac{11}{900}}$

4. La serie de los números impares: 1, 3, 5, 7, … forman una progresión aritmética en la que $a_1 = 1$ y $d = 2$

Hallaremos la suma de los 1000 primeros términos usando la fórmula $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n$ para $n = 1000$

Falta el valor del último término, a_{1000}, pero lo podemos hallar porque conocemos el primer término y la diferencia:

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \xrightarrow{n=1000} a_{1000} = 1 + (999)\cdot 2 = 1999$$

Sustituyendo en la fórmula de la suma:

$$S_{1000} = \frac{(1+1999)}{2} \cdot 1000 = \boxed{1.000.000}$$

5. $(x^2 - 5x + 3)\cdot(x^2 - x) - x\cdot(x^3 - 3) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - x^3 + 5x^2 - 3x - x^4 + 3x = \boxed{-6x^3 + 8x^2}$

6. $4x^3 + 6 = 13x \begin{cases} \xrightarrow{x=-2} & 4\cdot(-2)^3 + 6 = 13\cdot(-2) \rightarrow -26 = -26 \Rightarrow \\ \xrightarrow{x=1} & 4\cdot 1^2 + 6 = 13\cdot 1 \rightarrow 10 = 13 \Rightarrow \\ \xrightarrow{x=1/2} & 4\cdot(1/2)^3 + 6 = 13\cdot(1/2) \rightarrow 13/2 = 13/2 \Rightarrow \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{l} x = -2 \quad SÍ \quad es\ solución. \\ x = 1 \quad NO \quad " \quad " \\ x = 1/2 \quad SÍ \quad " \quad " \end{array}}$$

7. (a) $6x^2 = 8x \Rightarrow 6x^2 - 8x = 0 \Rightarrow 2x\cdot(3x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow \\ 3x - 4 = 0 \Rightarrow \end{cases} \boxed{\begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 4/3 \end{array}}$

(b) $4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \dfrac{9}{4} \Rightarrow \boxed{x = \pm\dfrac{3}{2}}$

8. $\left.\begin{cases} 5x + 4y = -7 \longrightarrow 5x + 4y = -7 \\ 3x - 2y = 9 \xrightarrow{\cdot 2} 6x - 4y = 18 \end{cases}\right\} \xrightarrow{+} 11x = 11 \Rightarrow x = 1$

Sustituyendo este valor en la primera ecuación y operando, obtenemos el valor de y:

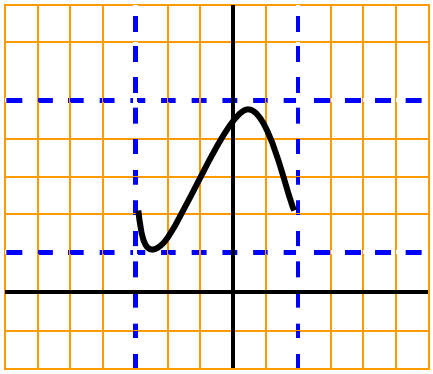
$$5\cdot 1 + 4y = -7 \Rightarrow 4y = -12 \Rightarrow y = -3$$

$$\boxed{\text{Solución: } \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}}$$

9. (a) Dominio de una función es el conjunto de valores de la variable independiente.

(b) Y el recorrido es el conjunto de valores de la variable dependiente.

(c) Para dibujar la gráfica de una función continua f cuyo dominio sea $D(f)=[-3,2]$ y su recorrido $R(f)=[1,5]$ basta con que la gráfica quede inscrita en el rectángulo que forman las rectas verticales $x=-3$ e $x=2$ y las horizontales $y=1$ e $y=5$.



Empezamos en cualquier punto del lado izquierdo del rectángulo y sin levantar el lápiz y avanzando, verticalmente hacia arriba o hacia abajo, pero, horizontalmente siempre hacia la derecha (sin retroceder), tenemos que llegar al lado derecho habiendo tocado, sin sobrepasarlos, los dos lados horizontales. Hay infinitas posibilidades.

10. La ecuación de toda recta es $y=mx+b$, siendo m, la pendiente y b, la ordenada en el origen y, como las rectas paralelas tienen la misma pendiente, la ecuación que nos piden es de la forma:

$$y=2x+b$$

y se tiene que cumplir para las coordenadas del punto A(x=3, y=−2), es decir:

$$-2=2\cdot 3+b \quad \Rightarrow \quad b=-8$$

$$\boxed{\text{La ecuación de la recta es: } y=2x-8}$$