1 **Calcula las siguientes multiplicaciones y divisiones de radicales:**

- a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$
- b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{12}$
- c) $\sqrt[3]{625} : \sqrt[3]{5}$
- d) $\sqrt{10} : \sqrt{6}$

Solución:

- a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$
- b) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{9 \cdot 12} = \sqrt[3]{108}$
- c) $\sqrt[3]{625} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{\frac{625}{5}} = \sqrt[3]{125} = 5$
- d) $\sqrt{10} : \sqrt{6} = \sqrt{\frac{10}{6}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

2 **Realiza las siguientes sumas de radicales:**

- a) $8\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 16\sqrt{2} - \sqrt{2}$
- b) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50}$

Solución:

- a) $8\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 16\sqrt{2} - \sqrt{2} = (8 + 5 - 16 - 1)\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$
- b) $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{50} = \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{5^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (2 - 3 + 5)\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

3 **¿Cuál es el perímetro de un cuadrado cuya área es 32 cm²? Realiza las operaciones utilizando potencias de exponente fraccionario.**

Solución:

El lado de cuadrado es:

$$\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = 2^{\frac{5}{2}} \text{ cm.}$$

El perímetro del cuadrado es:

$$4 \cdot 2^{\frac{5}{2}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{5}{2}} = 2^{2+\frac{5}{2}} = 2^{\frac{9}{2}} \text{ cm.}$$

4 **Calcula las siguientes sumas y restas, convirtiendo previamente los radicales en semejantes:**

a) $3\sqrt[3]{7} + 10\sqrt[3]{7} - 5\sqrt[3]{7}$

b) $4\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + \sqrt{75}$

Solución:

a) $3\sqrt[3]{7} + 10\sqrt[3]{7} - 5\sqrt[3]{7} = (3+10-5) \cdot \sqrt[3]{7} = 8\sqrt[3]{7}$

b) $4\sqrt{12} - 3\sqrt{27} + \sqrt{75} = 4\sqrt{2^2 \cdot 3} - 3\sqrt{3^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} = 8\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 5\sqrt{3} =$
 $= (8-9+5) \cdot \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

5 **Realiza las siguientes sumas y restas de radicales:**

a) $\sqrt[3]{4} + 6\sqrt[3]{4} - 7\sqrt[3]{2^2}$

b) $\sqrt{8} - \sqrt{2} + 4\sqrt{50}$

Solución:

a) $\sqrt[3]{4} + 6\sqrt[3]{4} - 7\sqrt[3]{2^2} = (1+6-7)\sqrt[3]{4} = 0\sqrt[3]{4} = 0$

b) $\sqrt{8} - \sqrt{2} + 4\sqrt{50} = \sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{2} + 4\sqrt{5^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} + 4 \cdot 5\sqrt{2} = (2-1+20)\sqrt{2} = 21\sqrt{2}$

6 **Calcula:**

a) $(\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{6}$

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{10}$

Solución:

a) $(\sqrt{2} + 3\sqrt{2}) \cdot \sqrt{6} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = 4\sqrt{12} = 4\sqrt{2^2 \cdot 3} = 4 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{10} - 2\sqrt[3]{10} = -\sqrt[3]{10}$

7 **Expresa en forma de raíz las siguientes potencias:**

a) $3^{\frac{1}{4}}$

b) $\left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{2}{5}}$

Solución:

$$a) 3^{-\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3^{-1}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3}}$$

$$b) \left(\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{5}} = \left(\frac{8}{3}\right)^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{\left(\frac{8}{3}\right)^2}$$

8 Realiza las siguientes divisiones de radicales reduciendo previamente a índice común:

$$a) \sqrt{3} : \sqrt[6]{27}$$

$$b) \sqrt[9]{32} : \sqrt[3]{2}$$

$$c) \sqrt[4]{36} : \sqrt[6]{6}$$

Solución:

$$a) \sqrt{3} : \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{3^3} : \sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{27 : 27} = 1$$

$$b) \sqrt[9]{32} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[9]{32} : \sqrt[9]{2^3} = \sqrt[9]{32 : 8} = \sqrt[9]{4}$$

$$c) \sqrt[4]{36} : \sqrt[6]{6} = \sqrt[12]{36^3} : \sqrt[12]{6^2} = \sqrt[12]{(6^2)^3 : 6^2} = \sqrt[12]{6^4} = \sqrt[3]{6}$$

9 Realiza las siguientes divisiones con radicales:

$$a) \sqrt[3]{6} : 2^{\frac{1}{3}}$$

$$b) 4^{\frac{3}{5}} : \sqrt[5]{2}$$

Solución:

$$a) \sqrt[3]{6} : 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{6 : 2} = \sqrt[3]{3}$$

$$b) 4^{\frac{3}{5}} : \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{4^3} : \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{(2^2)^3 : 2} = \sqrt[5]{2^6 : 2} = \sqrt[5]{2^5} = 2$$

10 Reduce primero a índice común y luego multiplica:

$$a) \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3}$$

$$b) \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{2}$$

$$c) \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt{2}$$

Solución:

$$a) \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5^2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5^2 \cdot 3} = \sqrt[4]{75}$$

$$b) \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[12]{6^4} \cdot \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{6^4 \cdot 2^3} = \sqrt[12]{10368}$$

$$c) \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[6]{3} \cdot \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{3 \cdot 2^3} = \sqrt[6]{24}$$

11 Expresa primero en forma radical y luego calcula:

a) $9^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}}$

b) $5^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}}$

c) $16^{\frac{2}{5}} : 4^{\frac{3}{5}}$

d) $10^{\frac{3}{4}} : 5^{\frac{1}{4}}$

Solución:

a) $9^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{9} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{18}$

b) $5^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5^2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{100}$

c) $16^{\frac{2}{5}} : 4^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{16^2} : \sqrt[5]{4^3} = \sqrt[5]{(4^2)^2} : 4^3 = \sqrt[5]{4}$

d) $10^{\frac{3}{4}} : 5^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{10^3} : \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{2^3 \cdot 5^3} : 5 = \sqrt[4]{2^3 \cdot 5^2} = \sqrt[4]{200}$

12 Expresa primero en forma radical y luego divide:

a) $36^{\frac{1}{3}} : 3^{\frac{2}{3}}$

b) $9^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{1}{4}}$

c) $10^{\frac{3}{5}} : 10^{\frac{2}{5}}$

Solución:

a) $36^{\frac{1}{3}} : 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{36} : \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{36 : 9} = \sqrt[3]{4}$

b) $9^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{9^3} : \sqrt[4]{9} = \sqrt[4]{9^3 : 9} = \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{3^4} = 3$

c) $10^{\frac{3}{5}} : 10^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{10^3} : \sqrt[5]{10^2} = \sqrt[5]{10^3 : 10^2} = \sqrt[5]{10}$

13 Reduce a índice común y luego realiza las siguientes multiplicaciones:

a) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[12]{9} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2}$

Solución:

a) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{2} = \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{6^6} \cdot \sqrt[12]{2^2} = \sqrt[12]{3^3 \cdot 6^6 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{3^3 \cdot 3^6 \cdot 2^6 \cdot 2^2} = \sqrt[12]{3^9 \cdot 2^8}$

b) $\sqrt[12]{9} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[12]{9} \cdot \sqrt[12]{3^3} \cdot \sqrt[12]{2^4} = \sqrt[12]{3^2 \cdot 3^3 \cdot 2^4} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 2^4}$

14 Realiza las siguientes sumas de radicales:

$$\sqrt{\frac{1}{27}} - \frac{1}{5}\sqrt{\frac{4}{3}}$$

Solución:

$$\sqrt{\frac{1}{27}} - \frac{1}{5}\sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3^2 \cdot 3}} - \frac{1}{5}\sqrt{\frac{2^2}{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{1}{3}} = \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)\sqrt{\frac{1}{3}} = \left(\frac{5}{15} - \frac{6}{15}\right)\sqrt{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{15}\sqrt{\frac{1}{3}}$$

15 Realiza las siguientes sumas de radicales:

a) $\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{1250}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{150} - \frac{3}{4}\sqrt{24}$

Solución:

a) $\sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{32} + \sqrt[4]{1250} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2} - \sqrt[4]{2^4 \cdot 2} + \sqrt[4]{5^4 \cdot 2} = 3\sqrt[4]{2} - 2\sqrt[4]{2} + 5\sqrt[4]{2} = 6\sqrt[4]{2}$

b) $\frac{1}{2}\sqrt{150} - \frac{3}{4}\sqrt{24} = \frac{1}{2}\sqrt{5^2 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{3}{4}\sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{5}{2}\sqrt{6} - \frac{3}{2}\sqrt{6} = \left(\frac{5}{2} - \frac{3}{2}\right)\sqrt{6} = \frac{2}{2}\sqrt{6} = \sqrt{6}$

16 Un abuelo tiene el cuadrado del cubo de la edad de su nieto. ¿Cuál será la edad de su nieto si tiene 64 años?

Solución:

Si la edad del nieto es x , el abuelo tiene

$$(x^3)^2 = 64$$

Por tanto, el nieto tiene:

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2 \text{ años.}$$

17 ¿Cuánto suman las diagonales de un cuadrado de lado 1 cm?

Solución:

La diagonal de un cuadrado de lado 1 cm es:

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

La suma de las dos diagonales es:

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

18 Realiza las siguientes sumas de radicales:

a) $3\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} - 7\sqrt[3]{250}$

b) $\frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{45} - \frac{5}{6}\sqrt{20}$

Solución:

a) $3\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{16} - 7\sqrt[3]{250} = 3\sqrt[3]{3^3 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 2} - 7\sqrt[3]{5^3 \cdot 2} = 3 \cdot 3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} - 7 \cdot 5\sqrt[3]{2} = (9 + 2 - 35)\sqrt[3]{2} = -24\sqrt[3]{2}$

b) $\frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{45} - \frac{5}{6}\sqrt{20} = \frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{3^2 \cdot 5} - \frac{5}{6}\sqrt{2^2 \cdot 5} = \frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4} \cdot 3\sqrt{5} - \frac{5}{6} \cdot 2\sqrt{5} = \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{10}{6}\right)\sqrt{5} = \left(\frac{8}{12} + \frac{9}{12} - \frac{20}{12}\right)\sqrt{5} = -\frac{3}{12}\sqrt{5} = -\frac{1}{4}\sqrt{5}$

19 Estudia si la siguiente expresión da como resultado un número entero:

$$(\sqrt{200} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{98})\sqrt{2}$$

Solución:

$$(\sqrt{200} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{98})\sqrt{2} = (\sqrt{2 \cdot 10^2} - 3\sqrt{2} + 5\sqrt{7^2 \cdot 2})\sqrt{2} = (10\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 5 \cdot 7\sqrt{2})\sqrt{2} = 42\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 42\sqrt{4} = 42 \cdot 2 = 84$$

Sí es un número entero.

20 Las medidas de los lados de un rectángulo son 3 y 5. Calcula:

a) La medida de la diagonal.

b) La suma y la diferencia de las dos diagonales.

c) El producto y el cociente de las dos diagonales.

Solución:

a) $d = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

b) Suma de las diagonales: $\sqrt{34} + \sqrt{34} = 2\sqrt{34}$

Diferencia de las diagonales: $\sqrt{34} - \sqrt{34} = 0$

c) Producto: $\sqrt{34} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{34^2} = 34$

Cociente: $\sqrt{34} : \sqrt{34} = 1$

21 En una habitación se quieren colocar 3 mesas cuadradas de 2 m² cada una y 2 mesas, también cuadradas, de 8 m² cada una. Puestas una a continuación de otra, ¿qué longitud ocuparán todas las mesas?

Solución:

El lado de cada mesa de 2 m^2 es:

$$l = \sqrt{2} \text{ m.}$$

El lado de cada mesa de 8 m^2 es:

$$l = \sqrt{8} \text{ m}$$

Por tanto, la longitud de todas las mesas es:

$$3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{8} = 3 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{2^2 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt{2} + 4 \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \sqrt{2} \text{ m}$$

22 **Calcula:**

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[6]{8} \cdot \sqrt[3]{2}$$

Solución:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} + \sqrt[6]{8} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^3} \cdot \sqrt[6]{2^2} + \sqrt[6]{8} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 2^2} + \sqrt[6]{8 \cdot 2^2} = \sqrt[6]{32} + \sqrt[6]{32} = 2\sqrt[6]{32}$$

23 **Calcula:**

a) $(\sqrt{27} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[6]{2}$

b) $(\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}) : \sqrt[3]{2}$

Solución:

a) $(\sqrt{27} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[6]{2} = (\sqrt{3^2 \cdot 3} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[6]{2} = (3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \cdot \sqrt[6]{2} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{2} = 2\sqrt[6]{3^3 \cdot 2} = 2\sqrt[6]{3^3 \cdot 2} = 2\sqrt[6]{54}$

b) $(\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{250}) : \sqrt[3]{2} = (\sqrt[3]{3^3 \cdot 2} + \sqrt[3]{5^3 \cdot 2}) : \sqrt[3]{2} = (3\sqrt[3]{2} + 5\sqrt[3]{2}) : \sqrt[3]{2} = 8\sqrt[3]{2} : \sqrt[3]{2} = 8$

24 **Calcula:**

a) $\sqrt[4]{28} \cdot (\sqrt{14} : \sqrt{7})$

b) $\sqrt{9} : (\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3})$

Solución:

a) $\sqrt[4]{28} \cdot (\sqrt{14} : \sqrt{7}) = \sqrt[4]{28} \cdot \sqrt{14 : 7} = \sqrt[4]{28} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[4]{28} \cdot \sqrt[4]{2^2} = \sqrt[4]{28 \cdot 4} = \sqrt[4]{112}$

b) $\sqrt{9} : (\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}) = \sqrt{9} : \sqrt[3]{9 \cdot 3} = \sqrt{9} : \sqrt[3]{9^3} = \sqrt{9} : \sqrt[3]{27^2} = \sqrt{9} : \sqrt[3]{729} = 1$

25 **Calcula las siguientes sumas y restas, convirtiendo previamente los radicales en semejantes:**

a) $\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180}$

b) $\sqrt{48} + \sqrt{\frac{75}{49}}$

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{80} + \sqrt{180} &= \sqrt{5} + \sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{2^4 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5} = \\ &= \sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = (1 + 3 - 4 + 6) \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sqrt{48} + \sqrt{\frac{75}{49}} = \sqrt{2^4 \cdot 3} + \sqrt{\frac{5^2 \cdot 3}{7^2}} = 4\sqrt{3} + \frac{5}{7}\sqrt{3} = \left(4 + \frac{5}{7}\right) \cdot \sqrt{3} = \frac{33}{7}\sqrt{3}$$

26 **Calcula:**

a) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{2^3}}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{3^5}}$

c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}}$

d) $\sqrt{\sqrt{7^3}}$

Solución:

a) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{2^3}} = \sqrt[20]{2^3}$

b) $\sqrt{\sqrt[3]{3^5}} = \sqrt[6]{3^5}$

c) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[12]{5}$

d) $\sqrt{\sqrt{7^3}} = \sqrt[4]{7^3}$

27 **Calcula:**

$$(\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{3}) \cdot (\sqrt{32} + \sqrt{2})$$

Solución:

$$\begin{aligned} (\sqrt[3]{81} - 2\sqrt[3]{3}) \cdot (\sqrt{32} + \sqrt{2}) &= (\sqrt[3]{3^3 \cdot 3} - 2\sqrt[3]{3}) \cdot (\sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2} + \sqrt{2}) = (3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{3}) \cdot (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) = \sqrt[3]{3} \cdot 5\sqrt{2} = 5\sqrt[6]{3^2} \cdot \sqrt[6]{2^3} = \\ &= 5\sqrt[6]{3^2 \cdot 2^3} = 5\sqrt[6]{72} \end{aligned}$$

28 **Calcula:**

a) El cuadrado de la raíz cúbica de 27.

b) La raíz cuadrada de la raíz cuarta de 256.

c) El cubo de la raíz cuadrada de 15.

d) La raíz cúbica de la raíz cuadrada de 12.

Solución:

- a) $(\sqrt[3]{27})^2 = (\sqrt[3]{3^3})^2 = 3^2 = 9$
b) $\sqrt[4]{256} = \sqrt[8]{256} = \sqrt[8]{2^8} = 2$
c) $(\sqrt{15})^3 = \sqrt{15^3} = \sqrt{3^3 \cdot 5^3} = 3 \cdot 5 \sqrt{3 \cdot 5} = 15\sqrt{15}$
d) $\sqrt[3]{\sqrt{12}} = \sqrt[6]{12}$

29 **Halla en la forma más simplificada posible el resultado de las siguientes divisiones:**

- a) $\sqrt{5} : \sqrt[8]{25}$
b) $\sqrt[4]{6^2} : \sqrt[10]{6}$

Solución:

- a) $\sqrt{5} : \sqrt[8]{25} = \sqrt[8]{5^4} : \sqrt[8]{5^2} = \sqrt[8]{5^4 : 5^2} = \sqrt[8]{5^2} = \sqrt[4]{5}$
b) $\sqrt[4]{6^2} : \sqrt[10]{6} = \sqrt[20]{(6^2)^5} : \sqrt[20]{6^2} = \sqrt[20]{6^{10} : 6^2} = \sqrt[20]{6^8} = \sqrt[5]{6^2} = \sqrt[5]{36}$

30 **Calcula las siguientes multiplicaciones de radicales simplificando el resultado cuando sea posible:**

- a) $6^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{6^3} \cdot \sqrt{6}$
b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{9} \cdot \sqrt[4]{3^3}$

Solución:

- a) $6^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{6^3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[5]{6^3} \cdot \sqrt{6} = \sqrt[30]{6^{10}} \cdot \sqrt[30]{(6^3)^6} \cdot \sqrt[30]{6^{15}} = \sqrt[30]{6^{10} \cdot 6^{18} \cdot 6^{15}} = \sqrt[30]{6^{30} \cdot 6^{13}} = 6\sqrt[30]{6^{13}}$
b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[6]{9} \cdot \sqrt[4]{3^3} = \sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{(3^2)^2} \cdot \sqrt[12]{(3^3)^3} = \sqrt[12]{3^6 \cdot 3^4 \cdot 3^9} = \sqrt[12]{3^{12} \cdot 3^7} = 3\sqrt[12]{3^7}$

31 **Calcula:**

$$\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}}$$

Solución:

$$\sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{18}{125}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - 4\sqrt{\frac{3^2 \cdot 2}{5^2 \cdot 5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} - 4 \cdot \frac{3}{5}\sqrt{\frac{2}{5}} = \left(1 - \frac{12}{5}\right)\sqrt{\frac{2}{5}} = -\frac{7}{5}\sqrt{\frac{2}{5}}$$

32 Realiza las siguientes operaciones:

a) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} : \sqrt[8]{12}$

b) $\sqrt[3]{18} : \sqrt[6]{9} \cdot \sqrt{2}$

Solución:

a) $\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{6} : \sqrt[8]{12} = \sqrt[8]{3^2} \cdot \sqrt[8]{6^4} : \sqrt[8]{12} = \sqrt[8]{3^2 \cdot (2 \cdot 3)^4} : (2^2 \cdot 3) = \sqrt[8]{(2^4 \cdot 3^6) : (2^2 \cdot 3)} = \sqrt[8]{2^2 \cdot 3^5} = \sqrt[8]{972}$

b) $\sqrt[3]{18} : \sqrt[6]{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[6]{18^2} : \sqrt[6]{9} \cdot \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{(2 \cdot 3^2)^2} : 3^2 \cdot 2^3 = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^4} : 3^2 \cdot 2^3 = \sqrt[6]{2^2 \cdot 3^2} \cdot 2^3 = \sqrt[6]{2^5 \cdot 3^2} = \sqrt[6]{288}$

33 Halla el resultado de las siguientes operaciones con radicales:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{18}} : \sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt[4]{9} \cdot (\sqrt[8]{3})^2$

Solución:

a) $\sqrt[3]{\sqrt{18}} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[6]{18} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{18^2} : \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{18^2 : 3^3} = \sqrt[12]{324 : 27} = \sqrt[12]{12}$

b) $\sqrt[4]{9} \cdot (\sqrt[8]{3})^2 = \sqrt[4]{9} : \sqrt[8]{3^2} = \sqrt[4]{9} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{9 : 3} = \sqrt[4]{3}$

34 Suma los siguientes radicales:

$$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{28}{81}} - \frac{5}{4}\sqrt{63} + \sqrt{\frac{343}{4}}$$

Solución:

$$\frac{3}{4}\sqrt{\frac{28}{81}} - \frac{5}{4}\sqrt{63} + \sqrt{\frac{343}{4}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2^2 \cdot 7}{9^2}} - \frac{5}{4}\sqrt{3^2 \cdot 7} + \sqrt{\frac{7^2 \cdot 7}{2^2}} = \frac{6}{36}\sqrt{7} - \frac{15}{4}\sqrt{7} + \frac{7}{2}\sqrt{7} = \left(\frac{1}{6} - \frac{15}{4} + \frac{7}{2}\right)\sqrt{7} = \left(\frac{2 - 45 + 42}{12}\right)\sqrt{7} = -\frac{1}{12}\sqrt{7}$$

35 Se tiene el número $2^3 \cdot 5^2 \cdot 711^2$. ¿Cuál es el menor número por el que ha de multiplicarse para que su raíz cuadrada sea exacta? Calcula esa raíz cuadrada.

Solución:

Por 2.

$$2 \cdot 2^3 \cdot 5^2 \cdot 711^2 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 711^2 \Rightarrow \sqrt{2^4 \cdot 5^2 \cdot 711^2} = 2^2 \cdot 5 \cdot 711 = 14220$$

36 **Calcula las siguientes sumas:**

a) $\sqrt{\frac{16}{27}} - \sqrt{\frac{4}{3}}$

b) $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{28}{25}} - \frac{1}{7}\sqrt{343} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{63}{4}}$

Solución:

a) $\sqrt{\frac{16}{27}} - \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{\frac{4^2}{3^2 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{2^2}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{3}} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} = \left(\frac{4}{3} - 2\right)\sqrt{\frac{1}{3}} = -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{3}}$

b) $\frac{3}{4}\sqrt{\frac{28}{25}} - \frac{1}{7}\sqrt{343} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{63}{4}} = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2^2 \cdot 7}{5^2}} - \frac{1}{7}\sqrt{7^2 \cdot 7} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{3^2 \cdot 7}{2^2}} = \frac{6}{20}\sqrt{7} - \frac{7}{7}\sqrt{7} + \frac{6}{10}\sqrt{7} = \left(\frac{6}{20} - 1 + \frac{6}{10}\right)\sqrt{7} =$
 $= \left(\frac{6}{20} - \frac{20}{20} + \frac{12}{20}\right)\sqrt{7} = -\frac{2}{20}\sqrt{7} = -\frac{1}{10}\sqrt{7}$

37 **Calcula y simplifica el resultado:**

$$\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{15}}$$

Solución:

$$\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{15}} = \frac{{}^{12}\sqrt{5^6} \cdot {}^{12}\sqrt{(3^2)^4}}{{}^{12}\sqrt{(3 \cdot 5)^3}} = \sqrt[12]{\frac{5^6 \cdot 3^8}{3^3 \cdot 5^3}} = \sqrt[12]{5^3 \cdot 3^5}$$

38 **¿Es correcto decir que $\sqrt{6}$ es el doble de $\sqrt{3}$? Razona tu respuesta.**

Solución:

No, puesto que $\sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$

39 **Calcula la suma de los lados de tres cuadrados cuyas áreas son 8 cm^2 , 18 cm^2 y 50 cm^2 , respectivamente.**

Solución:

El lado del primer cuadrado mide:

$$l = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

El lado del segundo cuadrado mide:

$$l = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

El lado del tercer cuadrado mide:

$$l = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

Por tanto, la suma de todos los lados es:

$$4 \cdot 2\sqrt{2} + 4 \cdot 3\sqrt{2} + 4 \cdot 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2} + 12\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 40\sqrt{2} \text{ cm}$$

40 Realiza las siguientes sumas de radicales:

a) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24}$

b) $\sqrt{18} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{50} + 4\sqrt{27}$

Solución:

a) $\sqrt{125} + \sqrt{54} - \sqrt{45} - \sqrt{24} = \sqrt{5^2 \cdot 5} + \sqrt{3^2 \cdot 6} - \sqrt{3^2 \cdot 5} - \sqrt{2^2 \cdot 6} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 3\sqrt{5} - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$

b) $\sqrt{18} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{50} + 4\sqrt{27} = \sqrt{3^2 \cdot 2} - 3\sqrt{2^2 \cdot 3} + 5\sqrt{5^2 \cdot 2} + 4\sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{3} + 5 \cdot 5\sqrt{2} + 4 \cdot 3\sqrt{3} = 28\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$

41 Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones con radicales:

$$\sqrt[3]{10} \cdot (\sqrt{20} : \sqrt[5]{100})$$

Solución:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{10} \cdot (\sqrt{20} : \sqrt[5]{100}) &= \sqrt[3]{10^{10}} \cdot \left(\sqrt[30]{(2 \cdot 10)^{15}} : \sqrt[30]{(10^2)^6} \right) = \sqrt[30]{10^{10}} \cdot \sqrt[30]{2^{15} \cdot 10^{15} : 10^{12}} = \sqrt[30]{10^{10}} \cdot \sqrt[30]{2^{15} \cdot 10^3} = \sqrt[30]{10^{10} \cdot 2^{15} \cdot 10^3} = \\ &= \sqrt[30]{2^{15} \cdot 10^{13}} = \sqrt[30]{2^{15} \cdot (2 \cdot 5)^{13}} = \sqrt[30]{2^{28} \cdot 5^{13}} \end{aligned}$$

42 ¿Cuál es el menor número por el que ha de multiplicarse 270 000 para que su raíz cúbica sea exacta?
Calcula la raíz del nuevo número.

Solución:

Como $27000 = 3^3 \cdot 10^4$, hay que multiplicar por 100: $27000 \cdot 100 = 3^3 \cdot 10^4 \cdot 10^2 = 3^3 \cdot 10^6$

La raíz cúbica del nuevo número es:

$$\sqrt[3]{3^3 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^2 = 300$$