

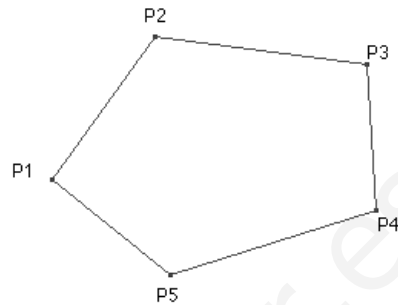
# POLÍGONOS, CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

## POLÍGONOS

**Polígono** es la figura plana cerrada formada por  $n$  segmentos  $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, \dots, \overline{P_nP_1}$  ( $n \geq 3$ ) llamados **lados**, los puntos  $P_1, P_2, \dots, P_n$  se llaman **vértices**.

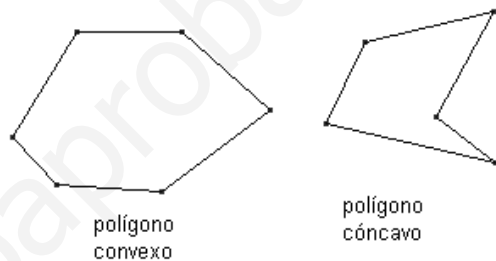
El ángulo formado por dos lados adyacentes y que está en el interior del polígono se llama **ángulo interior**.

**Diagonal** de un polígono es el segmento que une dos vértices no consecutivos.



Diremos que un polígono es **convexo** si cada ángulo interior es menor que  $180^\circ$ .

Un polígono es **cóncavo** si no es convexo.



Los polígonos convexos según el número de lados se llaman: triángulo, cuadrilátero, pentágono, hexágono, etc.

## Propiedades:

La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de  $n$  lados es:  $180^\circ(n - 2)$

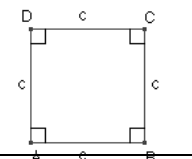
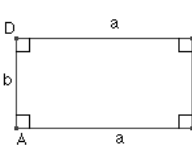
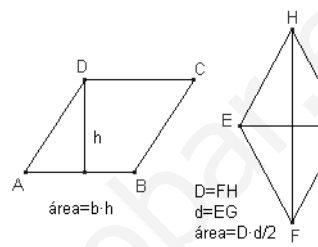
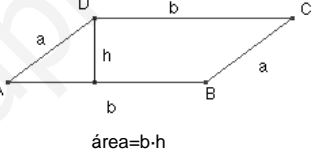
El número de diagonales de un polígono convexo es  $\frac{n \cdot (n - 3)}{2}$

## CUADRILÁTEROS.

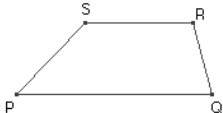
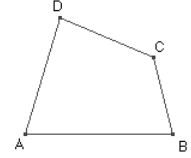
Un **cuadrilátero** es un polígono convexo de 4 lados.

Clasificación:

**Paralelogramos**  
si tienen los lados  
opuestos paralelos,

<p><b>Cuadrado</b> si tiene los 4 lados y los 4 ángulos iguales.</p>	
<p><b>Rectángulo</b> si tiene los 4 ángulos iguales y los lados iguales 2 a 2.</p>	
<p><b>Rombo</b> si tiene los 4 lados iguales y los ángulos son iguales 2 a 2.</p>	
<p><b>Romboide</b> si tiene el lados y los ángulos iguales 2 a 2.</p>	

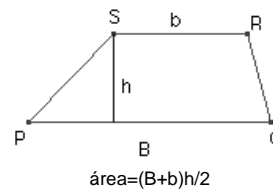
**No paralelogramos** si no tienen los lados opuestos paralelos

<p><b>Trapezio</b> si tienen dos lados opuestos paralelos.</p>	
<p><b>Trapezoide</b> si ninguno de los lados opuestos son paralelos.</p>	

El área de un paralelogramo es  $S = \text{base} \times \text{altura}$

El área de un trapezio es:

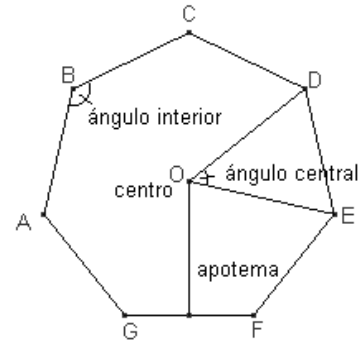
$$S = \frac{(\text{Base mayor} + \text{base menor}) \times \text{altura}}{2} = \frac{(B + b)h}{2}$$



## POLÍGONOS REGULARES

**Polígono regular** es el que tiene los lados y los ángulos interiores iguales.

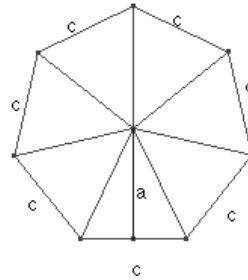
La **apotema** del polígono regular es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de un lado.



El ángulo central de un polígono regular de  $n$  lados mide:  $\frac{360^\circ}{n}$

### Área de un polígono regular

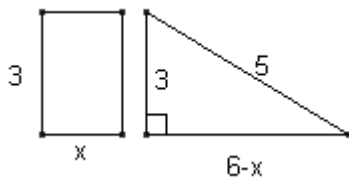
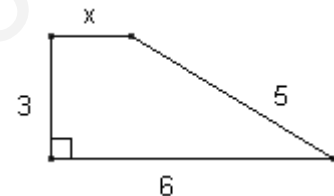
$$S = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2} = \frac{p \cdot a}{2}$$



Ejercicios de autoaprendizaje

a) Calcula el perímetro y el área del trapecio rectángulo

Observamos que el trapecio rectangular se puede dividir en un rectángulo y un triángulo rectangular.



Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectangular:

$$5^2 = 3^2 + (6 - x)^2, \quad 25 = 9 + 36 - 12x + x^2, \quad x^2 - 12x + 20 = 0$$

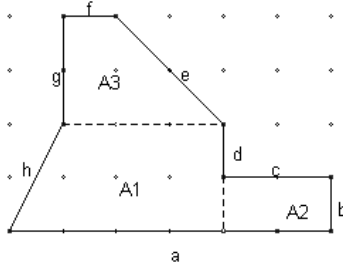
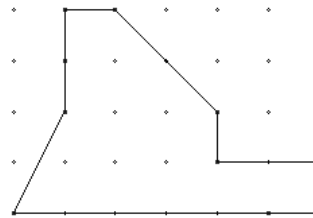
Resolvemos la ecuación,  $x = 10, x = 2$ . La solución  $x = 10$  no es solución del problema ya que el lado del triángulo rectángulo sería  $6 - x = -4$

El perímetro del trapecio es  $P = 6 + 5 + x + 3 = 16$

El área del trapecio es  $A = \frac{(6 + x) \cdot 3}{2} = \frac{(6 + 2) \cdot 3}{2} = 12$

b) Calcula el área y el perímetro de la figura siguiente:

Observamos que la figura está cuadrículada. Dividiremos la figura en polígonos tales que podamos calcular el área y el perímetro:



Hemos dividido la figura en dos trapezios rectangulares y un rectángulo de bases y alturas conocidas.

El área será la suma de las áreas de los tres polígonos:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \frac{(4+3) \cdot 2}{2} + 2 \cdot 1 + \frac{(3+1) \cdot 2}{2} = 13$$

El perímetro es  $P = a + b + c + d + f + g + h$

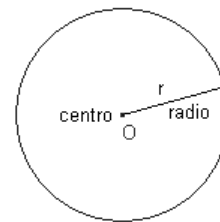
Para calcular las medidas de los segmentos e, h aplicaremos el teorema de Pitágoras.

$$e = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}, h = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$P = a + b + c + d + f + g + h = 6 + 1 + 2 + 1 + \sqrt{8} + 1 + 2 + \sqrt{5} = 13 + \sqrt{8} + \sqrt{5} \cong 18'06$$

## CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

La **circunferencia** es el conjunto de todos los puntos del plano cuya la distancia de otro del plano (**centro**) es constante (**radio**).



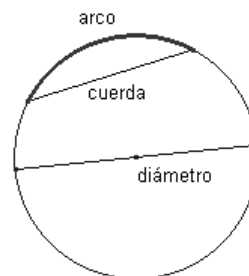
El **círculo** es el conjunto de todos los puntos del plano cuya distancia a otro punto del plano (**centro**) es igual o menor a un segmento dado llamado **radio**, es decir, los puntos del círculo son los de la circunferencia y los interiores a la circunferencia.

## Otros elementos de una circunferencia.

**Cuerda** es el segmento que une dos puntos de la circunferencia.

**Diámetro** es una cuerda que pasa por el centro.

**Arco de circunferencia** es cada una de las partes en que la cuerda divide la circunferencia.



### Longitud de la circunferencia

La longitud de la circunferencia y el diámetro son proporcionales y la proporción es el número  $\pi \approx 3,141592\dots$

Por tanto,  $L = 2 \cdot \pi \cdot r$

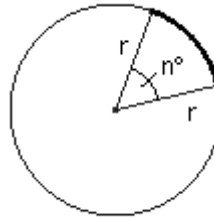
### Área de un círculo

El área de un círculo es igual:  $S = \pi \cdot r^2$

### Longitud y área de figuras circulares:

#### Longitud del arco de circunferencia

$$L_{\text{arco}} = \frac{L_{\text{circunferencia}} \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi \cdot r \cdot n^\circ}{360^\circ}$$



#### Área del sector circular

Un **sector de circunferencia** es la región de círculo limitada por dos radios y un arco de circunferencia.

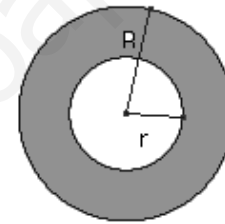
$$S_{\text{sector}} = \frac{\text{Área círculo} \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$$



#### Área de la corona circular

Una **corona circular** es la región de plano limitada por dos circunferencias concéntricas.

$$S_{\text{corona}} = \pi \cdot R^2 - \pi \cdot r^2 = \pi(R^2 - r^2)$$



Ejercicio de autoaprendizaje

- a) Calcula el área y el perímetro de un sector circular de  $30^\circ$  y de radio 10.

Aplicando la fórmula el área es  $A = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 30^\circ}{360^\circ} = \frac{25 \cdot \pi}{3} \cong 26'18$

El perímetro es igual a la longitud del arco que determina el sector y los dos radios.

$$\text{arco} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 30^\circ}{360^\circ} = \frac{5 \cdot \pi}{3}$$

Por tanto el perímetro es:  $P = 2r + \text{arco} = 2 \cdot 10 + \frac{5 \cdot \pi}{3} = 20 + \frac{5 \cdot \pi}{3} \cong 25'24$

## Ejercicios propuestos

1. Calcula el ángulo central y el ángulo interior de los siguientes polígonos regulares:

a) Decágono.    b) Dodecágono.    c) Polígono de 15 lados.

2. Calcula la suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de 20 lados.

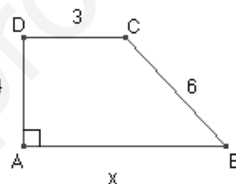
¿Cuántas diagonales tiene?

3. El área de un cuadrado mide  $20\text{cm}^2$ , calcula el perímetro.

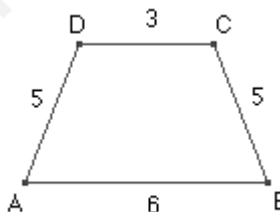
4. El área de un rectángulo es  $20\text{cm}^2$  y un lado mide 10 cm. Calcula el perímetro y la diagonal del rectángulo.

5. El área de un trapecio isósceles (los lados no paralelos iguales) es  $20\text{cm}^2$  las bases miden 7 cm, 3 cm respectivamente. Calcula la altura y el perímetro del trapecio.

6.- Determina el área y el perímetro del siguiente trapecio rectángulo:



7. Determina el área y la altura del siguiente trapecio isósceles:



8. Las diagonales de un rombo miden 16 cm y 12 cm respectivamente. Calcula la medida de un lado.

9. Las medidas de la circunferencia máxima de dos pelotas de fútbol oscilan entre 68 cm y 71 cm. ¿Entre qué valores varían los radios de estas pelotas?

10. Calcula el radio de la Tierra en km, suponiéndola esférica y sabiendo que el ecuador tiene aproximadamente 40.000 km.

11. Calcula la medida de un arco de circunferencia de  $45^\circ$  sabiendo que el radio de la circunferencia mide 5 cm.

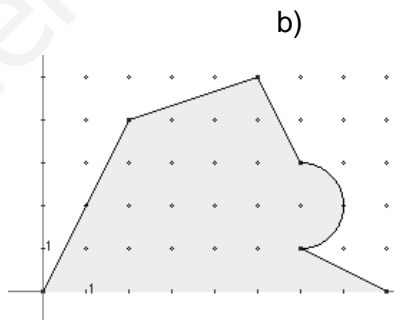
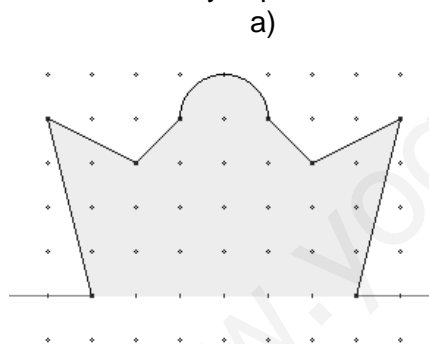
12. Una circunferencia de radio 5 cm tiene un arco que mide 10 cm. ¿Cuánto mide el ángulo central que abarca este arco?

13. La longitud de una circunferencia es 10 cm. Calcula el área del círculo.

14. El área de un círculo es  $20\text{cm}^2$ . Calcula la longitud de la circunferencia.

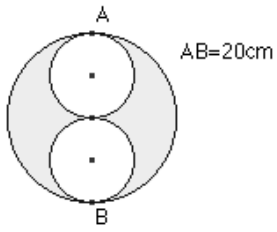
15. Un cuadrante de circunferencia mide 15 cm. ¿Cuánto mide el radio y el área del sector que determina?

16. Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada:

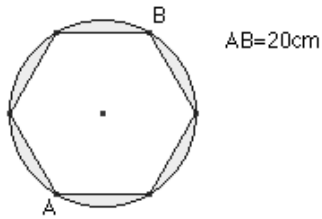


17. Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada:

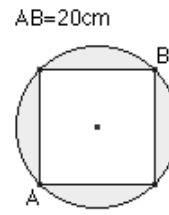
a)



b)

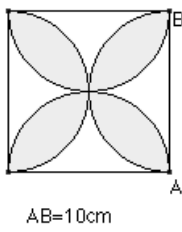


c)

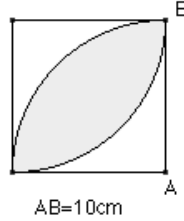


18. Calcula el área y el perímetro de la figura sombreada:

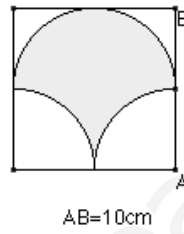
a)



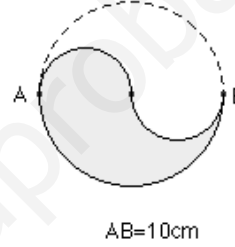
b)



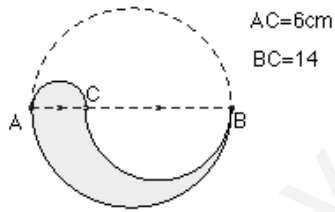
c)



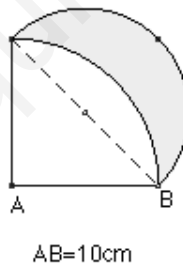
d)



e)



f)



g)

