Página 114

PRACTICA

1 **Comprueba cuál de los números 1, 2 ó 4 es la solución de las siguientes ecuaciones:**

a) $\frac{3}{5}(x-1) - \frac{1}{3}(x+1) + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}(x-1) + \frac{2}{15}$

b) $\frac{3x}{x+1} + \frac{4}{x+2} = 3$

c) $(1-x)^3 - 4x = -9$

d) $2^{1-x} = \frac{1}{8}$

a) $x = 1$:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{5}(1-1) - \frac{1}{3}(1+1) + \frac{1}{2} = \frac{-2}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{6}(1-1) + \frac{2}{15} = \frac{2}{15} \end{array}\right\} x = 1 \text{ no es solución.}$$

$x = 2$:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{5}(2-1) - \frac{1}{3}(2+1) + \frac{1}{2} = \frac{3}{5} - 1 + \frac{1}{2} = \frac{1}{10} \\ \frac{1}{6}(2-1) + \frac{2}{15} = \frac{1}{6} + \frac{2}{15} = \frac{3}{10} \end{array}\right\} x = 2 \text{ no es solución.}$$

$x = 4$:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{5}(4-1) - \frac{1}{3}(4+1) + \frac{1}{2} = \frac{9}{5} - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{19}{30} \\ \frac{1}{6}(4-1) + \frac{2}{15} = \frac{1}{2} + \frac{2}{15} = \frac{19}{30} \end{array}\right\} x = 4 \text{ sí es solución.}$$

b) $x = 1$:

$$\frac{3 \cdot 1}{1+1} + \frac{4}{1+2} = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} = \frac{17}{6} \neq 3 \rightarrow x = 1 \text{ no es solución.}$$

$x = 2$:

$$\frac{3 \cdot 2}{2+1} + \frac{4}{2+2} = \frac{6}{3} + \frac{4}{4} = 2 + 1 = 3 \rightarrow x = 2 \text{ sí es solución.}$$

$x = 4$:

$$\frac{3 \cdot 4}{4+1} + \frac{4}{4+2} = \frac{12}{5} + \frac{4}{6} = \frac{46}{15} \neq 3 \rightarrow x = 4 \text{ no es solución.}$$

c) $x = 1$:

$(1-1)^3 - 4 \cdot 1 = -4 \neq -9 \;\to\; x = 1$ no es solución.

$x = 2$:

$(1-2)^3 - 4 \cdot 2 = -1 - 8 = -9 \;\to\; x = 2$ sí es solución.

$x = 4$:

$(1-4)^3 - 4 \cdot 4 = -27 - 16 = -43 \neq -9 \;\to\; x = 4$ no es solución.

d) $x = 1$:

$2^{1-1} = 2^0 = 1 \neq \frac{1}{8} \;\to\; x = 1$ no es solución.

$x = 2$:

$2^{1-2} = 2^{-1} = \frac{1}{2} \neq \frac{1}{8} \;\to\; x = 2$ no es solución.

$x = 4$:

$2^{1-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} \;\to\; x = 4$ sí es solución.

2 **Resuelve mentalmente la siguiente ecuación y explica el proceso seguido:**

$$\frac{(x+1)^2}{2} - 11 = 7$$

- $\frac{(x+1)^2}{2}$ tiene que ser igual a 18 (ya que $18 - 11 = 7$).
- $(x+1)^2$ tiene que ser igual a 36 $\left(\text{porque } \frac{36}{2} = 18\right)$.
- Las soluciones son:

  $x + 1$ puede ser igual a 6 $\to x = 5$

  $x + 1$ puede ser igual a $-6 \to x = -7$

3 **Resuelve mentalmente y explica el proceso seguido:**

a) $\frac{3x-5}{4} = 1$

b) $7 - \frac{x+4}{3} = 2$

c) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} = 3$

d) $(x-1)^3 = 8$

e) $(x-2)^2 = 81$

f) $\frac{x^4-1}{2} = 40$

g) $3^{x-5} = 9$

h) $5^{x-5} + 5 = 30$

i) $\sqrt{x+13} = 5$

j) $\sqrt{2x-1} = 3$

a) $\dfrac{3x-5}{4} = 1 \;\rightarrow\; 3x-5=4 \;\rightarrow\; 3x=9 \;\rightarrow\; x=3$

b) $7 - \dfrac{x+4}{3} = 2 \;\rightarrow\; \dfrac{x+4}{3} = 5 \;\rightarrow\; x+4=15 \;\rightarrow\; x=11$

c) $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x} = 3 \;\rightarrow\; \dfrac{3}{x} = 3 \;\rightarrow\; x=1$

d) $(x-1)^3 = 8 \;\rightarrow\; x-1=2 \;\rightarrow\; x=3$

e) $(x-2)^2 = 81 \begin{cases} x-2=9 \;\rightarrow\; x=11 \\ x-2=-9 \;\rightarrow\; x=-7 \end{cases}$

f) $\dfrac{x^4-1}{2} = 40 \;\rightarrow\; x^4-1=80 \;\rightarrow\; x^4=81 \begin{cases} x=3 \\ x=-3 \end{cases}$

g) $3^{x-5} = 9 \;\rightarrow\; x-5=2 \;\rightarrow\; x=7$

h) $5^{x-5} + 5 = 30 \;\rightarrow\; 5^{x-5} = 25 \;\rightarrow\; x-5=2 \;\rightarrow\; x=7$

i) $\sqrt{x+13} = 5 \;\rightarrow\; x+13=25 \;\rightarrow\; x=12$

j) $\sqrt{2x-1} = 3 \;\rightarrow\; 2x-1=9 \;\rightarrow\; 2x=10 \;\rightarrow\; x=5$

4 Resuelve la ecuación $3x(2x-5)(x+4)=0$.

- Para que un producto sea 0, es necesario que alguno de los factores sea 0.
- Las soluciones son:

$$3x = 0 \;\rightarrow\; x = 0$$

$$2x-5=0 \;\rightarrow\; x = \frac{5}{2}$$

$$x+4=0 \;\rightarrow\; x=-4$$

5 Resuelve, como en el ejercicio anterior, las siguientes ecuaciones:

a) $(x-5)(x+2)=0$ b) $x(3x-4)=0$ c) $3(x-1)^2=0$ d) $\dfrac{(2x-1)^2}{3}=0$

a) $(x-5)(x+2)=0 \begin{cases} x-5=0 \;\rightarrow\; x=5 \\ x+2=0 \;\rightarrow\; x=-2 \end{cases}$

b) $x(3x-4)=0 \begin{cases} x=0 \\ 3x-4=0 \;\rightarrow\; 3x=4 \;\rightarrow\; x=4/3 \end{cases}$

c) $3(x-1)^2=0 \;\rightarrow\; (x-1)^2=0 \;\rightarrow\; x-1=0 \;\rightarrow\; x=1$

d) $\dfrac{(2x-1)^2}{3}=0 \;\rightarrow\; (2x-1)^2=0 \;\rightarrow\; 2x-1=0 \;\rightarrow\; 2x=1 \;\rightarrow\; x=\dfrac{1}{2}$

6 **Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba la solución:**

a) $12x - 8 = 34 + 5x$

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x$

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

a) $12x - 8 = 34 + 5x \;\rightarrow\; 12x - 5x = 34 + 8$

$7x = 42 \;\rightarrow\; x = \dfrac{42}{7} = 6 \;\rightarrow\; x = 6$

Comprobación:

$\left.\begin{array}{l} 12 \cdot 6 - 8 = 72 - 8 = 64 \\ 34 + 5 \cdot 6 = 34 + 30 = 64 \end{array}\right\}$ Coinciden $\rightarrow$ $x = 6$ es solución.

b) $4(2 - x) - (4 - x) = 7(2x + 3)$

$8 - 4x - 4 + x = 14x + 21 \;\rightarrow\; -4x + x - 14x = 21 - 8 + 4$

$-17x = 17 \;\rightarrow\; x = -1$

Comprobación:

$\left.\begin{array}{l} 4(2 - (-1)) - (4 - (-1)) = 4 \cdot 3 - 5 = 12 - 5 = 7 \\ 7(2 \cdot (-1) + 3) = 7(-2 + 3) = 7 \cdot 1 = 7 \end{array}\right\}$ Coinciden $\rightarrow$ $x = -1$ es solución.

c) $2[x + 3(x + 1)] = 5x \;\rightarrow\; 2[x + 3x + 3] = 5x$

$2[4x + 3] = 5x \;\rightarrow\; 8x + 6 = 5x \;\rightarrow\; 8x - 5x = -6$

$3x = -6 \;\rightarrow\; x = -2$

Comprobación:

$\left.\begin{array}{l} 2[-2 + 3(-2 + 1)] = 2[-2 + 3(-1)] = 2[-2 - 3] = 2 \cdot [-5] = -10 \\ 5 \cdot (-2) = -10 \end{array}\right\}$

Coinciden $\rightarrow$ $x = -2$ es solución.

d) $5(x - 2) - 2(x - 5) = 2x - (12 + 3x)$

$5x - 10 - 2x + 10 = 2x - 12 - 3x$

$5x - 2x - 2x + 3x = -12 + 10 - 10$

$4x = -12 \;\rightarrow\; x = -3$

Comprobación:

$\left.\begin{array}{l} 5(-3 - 2) - 2(-3 - 5) = 5(-5) - 2(-8) = -25 + 16 = -9 \\ 2(-3) - (12 + 3(-3)) = -6 - (12 - 9) = -6 - 3 = -9 \end{array}\right\}$

Coinciden $\rightarrow$ $x = -3$ es solución.

7 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}x=x-\frac{1}{6} \rightarrow \frac{1}{2}+\frac{x}{3}=x-\frac{1}{6}$

$\frac{3}{6}+\frac{2x}{6}=\frac{6x}{6}-\frac{1}{6} \rightarrow 3+2x=6x-1$

$2x-6x=-1-3 \rightarrow -4x=-4 \rightarrow x=1$

b) $\frac{3x-3}{4}=\frac{x+4}{3} \rightarrow \frac{9x-9}{12}=\frac{4x+16}{12}$

$9x-9=4x+16 \rightarrow 9x-4x=16+9$

$5x=25 \rightarrow x=5$

c) $\frac{3(x+3)}{2}-2(2-3x)=8x-1-2(x+3)$

$\frac{3x+9}{2}-4+6x=8x-1-2x-6$

$3x+9-8+12x=16x-2-4x-12$

$3x+12x-16x+4x=-2-12-9+8$

$3x=-15 \rightarrow x=-5$

d) $\frac{3x+3}{4}-\frac{3x-2}{3}=\frac{1}{6}+\frac{x+3}{12}$

$\frac{9x+9}{12}-\frac{12x-8}{12}=\frac{2}{12}+\frac{x+3}{12}$

$9x+9-12x+8=2+x+3$

$9x-12x-x=2+3-9-8$

$-4x=-12 \rightarrow x=3$

e) $\frac{x+7}{2}-\frac{7-x}{6}=\frac{x-7}{12}+7$

$\frac{6x+42}{12}-\frac{14-2x}{12}=\frac{x-7}{12}+\frac{84}{12}$

$6x+42-14+2x=x-7+84$

$6x+2x-x=-7+84-42+14$

$7x=49 \rightarrow x=7$

f) $\dfrac{5+x}{4} - \dfrac{5-x}{5} = \dfrac{1+x}{4} - 1$

$\dfrac{25+5x}{20} - \dfrac{20-4x}{20} = \dfrac{5+5x}{20} - \dfrac{20}{20}$

$25 + 5x - 20 + 4x = 5 + 5x - 20$

$5x + 4x - 5x = 5 - 20 - 25 + 20$

$4x = -20 \;\rightarrow\; x = -5$

Página 115

8 **Resuelve estas ecuaciones:**

a) $\dfrac{2}{3}(x+3) - \dfrac{1}{2}(x+1) = 1 - \dfrac{3}{4}(x+3)$

b) $\dfrac{1}{2} - 2\left(x - \dfrac{3}{4}\right) + 4x = 2x - \dfrac{1}{3}(4x-3)$

c) $\dfrac{5}{8} + \dfrac{3}{2}\left[\dfrac{1}{2}x - \left(\dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{6}\right) - \dfrac{5}{2}\right] = \dfrac{3}{4}\left(x - \dfrac{1}{3}\right) - x$

a) $\dfrac{2}{3}(x+3) - \dfrac{1}{2}(x+1) = 1 - \dfrac{3}{4}(x+3)$

$\dfrac{2(x+3)}{3} - \dfrac{(x+1)}{2} = 1 - \dfrac{3(x+3)}{4}$

$\dfrac{2x+6}{3} - \dfrac{(x+1)}{2} = 1 - \dfrac{3x+9}{4}$

$\dfrac{8x+24}{12} - \dfrac{6x+6}{12} = \dfrac{12}{12} - \dfrac{9x+27}{12}$

$8x + 24 - 6x - 6 = 12 - 9x - 27$

$8x - 6x + 9x = 12 - 27 - 24 + 6$

$11x = -33 \;\rightarrow\; x = -3$

b) $\dfrac{1}{2} - 2\left(x - \dfrac{3}{4}\right) + 4x = 2x - \dfrac{1}{3}(4x-3)$

$\dfrac{1}{2} - 2x + \dfrac{3}{2} + 4x = 2x - \dfrac{4x}{3} + 1$

$2 + 2x = \dfrac{2x}{3} + 1 \;\rightarrow\; 6 + 6x = 2x + 3$

$6x - 2x = 3 - 6 \;\rightarrow\; 4x = -3 \;\rightarrow\; x = \dfrac{-3}{4}$

c) $\frac{5}{8} + \frac{3}{2}\left[\frac{1}{2}x - \left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}\right) - \frac{5}{2}\right] = \frac{3}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right) - x$

$\frac{5}{8} + \frac{3}{2}\left[\frac{x}{2} - \frac{x}{4} - \frac{1}{6} - \frac{5}{2}\right] = \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} - x$

$\frac{5}{8} + \frac{3}{2}\left[\frac{6x}{12} - \frac{3x}{12} - \frac{2}{12} - \frac{30}{12}\right] = \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} - x$

$\frac{5}{8} + \frac{3}{2}\left[\frac{3x - 32}{12}\right] = \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} - x$

$\frac{5}{8} + \frac{9x - 96}{24} = \frac{3x}{4} - \frac{1}{4} - x$

$\frac{15}{24} + \frac{9x - 96}{24} = \frac{18x}{24} - \frac{6}{24} - \frac{24x}{24}$

$15 + 9x - 96 = 18x - 6 - 24x$

$9x - 18x + 24x = -6 - 15 + 96$

$15x = 75 \rightarrow x = 5$

9 **Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla su solución:**

a) $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) = x(x + 2) + 4$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = x(x + 3) - (x^2 + 1)$

c) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x - 2)$

d) $(x + 1)^2 - (x + 2)(x - 3) + \frac{5}{4}x - \frac{9}{2}x = \frac{25}{4}$

a) $(x + 1)(x - 1) - 3(x + 2) = x(x + 2) + 4$

$x^2 - 1 - 3x - 6 = x^2 + 2x + 4$

$-3x - 2x = 4 + 1 + 6$

$-5x = 11 \rightarrow x = \frac{11}{-5} \rightarrow x = -\frac{11}{5}$

b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2 = x(x + 3) - (x^2 + 1)$

$4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 - 12x + 9) = x^2 + 3x - x^2 - 1$

$4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 = 3x - 1$

$24x = 3x - 1 \rightarrow 24x - 3x = -1 \rightarrow 21x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{21}$

c) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) - x\left(x + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3}(x - 2)$

$x^2 - \frac{1}{9} - x^2 - \frac{x}{6} = \frac{x}{3} - \frac{2}{3}$

$-\frac{x}{6} - \frac{x}{3} = \frac{1}{9} - \frac{2}{3} \rightarrow \frac{-3x}{18} - \frac{6x}{18} = \frac{2}{18} - \frac{12}{18}$

$-3x - 6x = 2 - 12 \rightarrow -9x = -10 \rightarrow x = \frac{10}{9}$

d) $(x + 1)^2 - (x + 2)(x - 3) + \frac{5}{4}x - \frac{9}{2}x = \frac{25}{4}$

$x^2 + 2x + 1 - (x^2 - x - 6) + \frac{5x}{4} - \frac{9x}{2} = \frac{25}{4}$

$x^2 + 2x + 1 - x^2 + x + 6 + \frac{5x}{4} - \frac{9x}{2} = \frac{25}{4}$

$3x + 7 + \frac{5x}{4} - \frac{9x}{2} = \frac{25}{4}$

$\frac{12x}{4} + \frac{28}{4} + \frac{5x}{4} - \frac{18x}{4} = \frac{25}{4}$

$12x + 28 + 5x - 18x = 25$

$12x + 5x - 18x = 25 - 28$

$-x = -3 \rightarrow x = 3$

10 **Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado, sin utilizar la fórmula de resolución:**

a) $7x^2 - 21x = 0$

b) $x + 2x^2 = 0$

c) $2x^2 - 7x = 0$

d) $\frac{2}{5}x^2 + 4x = 0$

e) $x = 4x^2$

f) $8x^2 - 18 = 0$

g) $4x^2 - 1 = 0$

h) $3x^2 - 6 = 0$

i) $100x^2 - 16 = 0$

j) $2x^2 + 50 = 0$

a) $7x^2 - 21x = 0 \rightarrow 7x(x - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} 7x = 0 \rightarrow x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$

b) $x + 2x^2 = 0 \rightarrow x(1 + 2x) \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 + 2x = 0 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

c) $2x^2 - 7x = 0 \to x(2x - 7) = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 7 = 0 \to 2x = 7 \to x = \dfrac{7}{2} \end{cases}$

d) $\dfrac{2}{5}x^2 + 4x = 0 \to x\left(\dfrac{2}{5}x + 4\right) = 0 \to \begin{cases} x = 0 \\ \dfrac{2x}{5} + 4 = 0 \to 2x = -20 \to x = -10 \end{cases}$

e) $x = 4x^2 \to 4x^2 - x = 0 \to x(4x - 1) = 0 \to$

$\to \begin{cases} x = 0 \\ 4x - 1 = 0 \to 4x = 1 \to x = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

f) $8x^2 - 18 = 0 \to 8x^2 = 18 \to x^2 = \dfrac{18}{8} = \dfrac{9}{4} \to x = \pm\sqrt{\dfrac{9}{4}} = \begin{cases} x = \dfrac{-3}{2} \\ x = \dfrac{3}{2} \end{cases}$

g) $4x^2 - 1 = 0 \to 4x^2 = 1 \to x^2 = \dfrac{1}{4} \to x = \pm\sqrt{\dfrac{1}{4}} = \begin{cases} x = \dfrac{-1}{2} \\ x = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

h) $3x^2 - 6 = 0 \to 3x^2 = 6 \to x^2 = 2 \to x = \pm\sqrt{2} = \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$

i) $100x^2 - 16 = 0 \to 100x^2 = 16 \to x^2 = \dfrac{16}{100} \to$

$\to x = \pm\sqrt{\dfrac{16}{100}} = \begin{cases} x = \dfrac{-4}{10} = \dfrac{-2}{5} \\ x = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5} \end{cases}$

j) $2x^2 + 50 = 0 \to 2x^2 = -50 \to x^2 = -25 \to x = \pm\sqrt{-25}$

No tiene solución.

11 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x^2 - 9x + 14 = 0$

b) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

c) $x^2 - 6x + 10 = 0$

d) $1 - x(x - 3) = 4x - 1$

e) $(x + 1)^2 - 3x = 3$

f) $(2x-3)(2x+3)-x(x-1)=5$

g) $(2x+1)^2=1+(x+1)(x-1)$

h) $(x+4)^2-(2x-1)^2=8x$

i) $\dfrac{x(x-3)}{2}+\dfrac{x(x-2)}{4}=\dfrac{(3x-2)^2}{8}-1$

j) $\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{x}{2}-2\right)^2-\dfrac{x+1}{8}=\dfrac{1}{8}-\dfrac{x-1}{4}$

a) $x^2-9x+14=0$

$$x=\frac{9\pm\sqrt{81-56}}{2}=\frac{9\pm\sqrt{25}}{2}=\frac{9\pm 5}{2}=\begin{cases}x=2\\x=7\end{cases}$$

b) $4x^2-4x+1=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-16}}{8}=\frac{4\pm 0}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

c) $x^2-6x+10=0$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-40}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{-4}}{2}.$$ No tiene solución

d) $1-x(x-3)=4x-1$

$1-x^2+3x=4x-1 \;\rightarrow\; 0=x^2+x-2$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{-1\pm 3}{2}=\begin{cases}x=1\\x=-2\end{cases}$$

e) $(x+1)^2-3x=3$

$x^2+2x+1-3x=3 \;\rightarrow\; x^2-x-2=0$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}=\begin{cases}x=2\\x=-1\end{cases}$$

f) $(2x-3)(2x+3)-x(x-1)=5$

$4x^2-9-x^2+x=5 \;\rightarrow\; 3x^2+x-14=0$

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+168}}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{169}}{6}=\frac{-1\pm 13}{6}=\begin{cases}x=2\\x=\dfrac{-14}{6}=\dfrac{-7}{3}\end{cases}$$

g) $(2x+1)^2=1+(x+1)(x-1)$

$4x^2+4x+1=1+x^2-1 \;\rightarrow\; 3x^2+4x+1=0$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{16-12}}{6}=\frac{-4\pm\sqrt{4}}{6}=\frac{-4\pm 2}{6}=\begin{cases}x=\dfrac{-2}{6}=\dfrac{-1}{3}\\x=-1\end{cases}$$

h) $(x+4)^2 - (2x-1)^2 = 8x$

$x^2 + 8x + 16 - (4x^2 - 4x + 1) = 8x$

$x^2 + 8x + 16 - 4x^2 + 4x - 1 = 8x$

$0 = 3x^2 - 4x - 15$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 180}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{4 \pm 14}{6} = \begin{cases} x = 3 \\ x = \dfrac{-10}{6} = \dfrac{-5}{3} \end{cases}$$

i) $\dfrac{x(x-3)}{2} + \dfrac{x(x-2)}{4} = \dfrac{(3x-2)^2}{8} - 1$

$\dfrac{x^2 - 3x}{2} + \dfrac{x^2 - 2x}{4} = \dfrac{9x^2 - 12x + 4}{8} - 1$

$\dfrac{4x^2 - 12x}{8} + \dfrac{2x^2 - 4x}{8} = \dfrac{9x^2 - 12x + 4}{8} - \dfrac{8}{8}$

$4x^2 - 12x + 2x^2 - 4x = 9x^2 - 12x + 4 - 8$

$0 = 3x^2 + 4x - 4$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{-4 \pm 8}{6} = \begin{cases} x = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}$$

j) $\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{x}{2} - 2\right)^2 - \dfrac{x+1}{8} = \dfrac{1}{8} - \dfrac{x-1}{4}$

$\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{x^2}{4} - 2x + 4\right) - \dfrac{x+1}{8} = \dfrac{1}{8} - \dfrac{x-1}{4}$

$\dfrac{3x^2}{8} - 3x + 6 - \dfrac{x+1}{8} = \dfrac{1}{8} - \dfrac{x-1}{4}$

$\dfrac{3x^2}{8} - \dfrac{24x}{8} + \dfrac{48}{8} - \dfrac{x+1}{8} = \dfrac{1}{8} - \dfrac{2x-2}{8}$

$3x^2 - 24x + 48 - x - 1 = 1 - 2x + 2$

$3x^2 - 23x + 44 = 0$

$$x = \frac{23 \pm \sqrt{529 - 528}}{6} = \frac{23 \pm \sqrt{1}}{6} = \frac{23 \pm 1}{6} = \begin{cases} x = 4 \\ x = \dfrac{22}{6} = \dfrac{11}{3} \end{cases}$$

12 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $0{,}4x - 3{,}2 = 1{,}65x + 0{,}8$

b) $\dfrac{1{,}2x - 4{,}5}{0{,}2} = \dfrac{x - 2{,}4}{0{,}5}$

c) $5(x-2)^2 - 500 = 0$

d) $\dfrac{x+4}{6} - \dfrac{2(x+1)}{9} = \dfrac{x-2}{6} - \dfrac{11+9x}{18}$

e) $(x-4{,}2)\,(x-0{,}5) = 0$

f) $x^2 - 3{,}2x = 0$

g) $\dfrac{(3x-2)^2}{4} = 16$

h) $3x^2 - 0{,}75 = 0$

i) $0{,}2x^2 + 1{,}6x - 4 = 0$

j) $\dfrac{2}{3}x^2 - \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{12} = 0$

a) $0{,}4x - 3{,}2 = 1{,}65x + 0{,}8$

$0{,}4x - 1{,}65x = 0{,}8 + 3{,}2$

$-1{,}25x = 4 \;\rightarrow\; x = \dfrac{4}{-1{,}25} = -3{,}2 \;\rightarrow\; x = -3{,}2$

b) $\dfrac{1{,}2x-4{,}5}{0{,}2} = \dfrac{x-2{,}4}{0{,}5} \;\rightarrow\; 0{,}5\,(1{,}2x-4{,}5) = 0{,}2\,(x-2{,}4)$

$0{,}6x - 2{,}25 = 0{,}2x - 0{,}48$

$0{,}6x - 0{,}2x = 2{,}25 - 0{,}48$

$0{,}4x = 1{,}77 \;\rightarrow\; x = \dfrac{1{,}77}{0{,}4} = 4{,}425 \;\rightarrow\; x = 4{,}425$

c) $5\,(x-2)^2 - 500 = 0$

$5\,(x-2)^2 = 500 \;\rightarrow\; (x-2)^2 = \dfrac{500}{5} \;\rightarrow\; (x-2)^2 = 100 \;\rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} x-2 = 10 \;\rightarrow\; x = 12 \\ x-2 = -10 \;\rightarrow\; x = -8 \end{cases}$$

d) $\dfrac{x+4}{6} - \dfrac{2(x+1)}{9} = \dfrac{x-2}{6} - \dfrac{11+9x}{18}$

$\dfrac{x+4}{6} - \dfrac{2x+2}{9} = \dfrac{x-2}{6} - \dfrac{11+9x}{18}$

$\dfrac{3x+12}{18} - \dfrac{4x+4}{18} = \dfrac{3x-6}{18} - \dfrac{11+9x}{18}$

$3x + 12 - 4x - 4 = 3x - 6 - 11 - 9x$

$3x - 4x - 3x + 9x = -6 - 11 - 12 + 4$

$5x = -25 \;\rightarrow\; x = -5$

e) $(x-4{,}2)(x-0{,}5)=0 \to \begin{cases} x-4{,}2=0 \to x=4{,}2 \\ x-0{,}5=0 \to x=0{,}5 \end{cases}$

f) $x^2-3{,}2x=0 \to x(x-3{,}2)=0 \to \begin{cases} x=0 \\ x-3{,}2=0 \to x=3{,}2 \end{cases}$

g) $\dfrac{(3x-2)^2}{4}=16 \to (3x-2)^2=64 \to$

$\to \begin{cases} 3x-2=8 \to 3x=10 \to x=\dfrac{10}{3} \\ 3x-2=-8 \to 3x=-6 \to x=-2 \end{cases}$

h) $3x^2-0{,}75=0 \to 3x^2=0{,}75 \to x^2=\dfrac{0{,}75}{3}=0{,}25$

$x=\pm\sqrt{0{,}25}=\begin{cases} x=0{,}5 \\ x=-0{,}5 \end{cases}$

i) $0{,}2x^2+1{,}6x-4=0$

$x=\dfrac{-1{,}6\pm\sqrt{2{,}56+3{,}2}}{0{,}4}=\dfrac{-1{,}6\pm\sqrt{5{,}76}}{0{,}4}=\dfrac{-1{,}6\pm 2{,}4}{0{,}4}=\begin{cases} x=2 \\ x=-10 \end{cases}$

j) $\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{12}=0 \to 8x^2-6x+1=0$

$x=\dfrac{6\pm\sqrt{36-32}}{16}=\dfrac{6\pm\sqrt{4}}{16}=\dfrac{6\pm 2}{16}=\begin{cases} x=\dfrac{8}{16}=\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{4}{16}=\dfrac{1}{4} \end{cases}$

13 Busca, por tanteo, una solución exacta de las siguientes ecuaciones:

a) $2^{x-1}=16$ **b)** $3^{x+2}=\dfrac{1}{9}$

c) $(x-1)^4=625$ **d)** $\sqrt{x+5}=9$

a) $2^{x-1}=16 \to x-1=4 \to x=5$

b) $3^{x+2}=\dfrac{1}{9} \to x+2=-2 \to x=-4$

c) $(x-1)^4=625 \to \begin{cases} x-1=5 \to x=6 \\ x-1=-5 \to x=-4 \end{cases}$

d) $\sqrt{x+5}=9 \to x+5=81 \to x=76$

14 Busca, por tanteo, una solución aproximada de las siguientes ecuaciones:

a) $x^3 = 232$ **b)** $x + \sqrt{x} = 7$ **c)** $2x = 276$

d) $x^4 - 3x = 5$ **e)** $5^x = 0,32$ **f)** $x^{0,75} = 17$

a) $x^3 = 232$

$\left.\begin{array}{l} 6^3 = 216 \\ 7^3 = 343 \end{array}\right\}$ La solución está entre 6 y 7.

$\left.\begin{array}{l} 6,1^3 = 226,981 \\ 6,2^3 = 238,328 \end{array}\right\}$ La solución está entre 6,1 y 6,2.

$\left.\begin{array}{l} 6,14^3 = 231,475 \\ 6,15^3 = 232,608 \end{array}\right\}$ Tomamos como solución $x \simeq 6,15$.

b) $x + \sqrt{x} = 7$

$\left.\begin{array}{l} 4 + \sqrt{4} = 6 \\ 5 + \sqrt{5} = 7,23 \end{array}\right\}$ La solución está entre 4 y 5.

$\left.\begin{array}{l} 4,8 + \sqrt{4,8} = 6,991 \\ 4,9 + \sqrt{4,9} = 7,114 \end{array}\right\}$ La solución está entre 4,8 y 4,9.

$4,81 + \sqrt{4,81} = 7,003$. Tomamos como solución $x \simeq 4,81$.

c) $2^x = 276$

$\left.\begin{array}{l} 2^8 = 256 \\ 2^9 = 512 \end{array}\right\}$ La solución está entre 8 y 9.

$\left.\begin{array}{l} 2^{8,1} = 274,374 \\ 2^{8,2} = 294,067 \end{array}\right\}$ La solución está entre 8,1 y 8,2.

$2^{8,11} = 276,282$. Tomamos como solución $x \simeq 8,11$.

d) $x^4 - 3x = 5$

$\left.\begin{array}{l} 1^4 - 3 \cdot 1 = -2 \\ 2^4 - 3 \cdot 2 = 10 \end{array}\right\}$ La solución está entre 1 y 2.

$\left.\begin{array}{l} 1,7^4 - 3 \cdot 1,7 = 3,252 \\ 1,8^4 - 3 \cdot 1,8 = 5,098 \end{array}\right\}$ La solución está entre 1,7 y 1,8.

$1,79^4 - 3 \cdot 1,79 = 4,896$. Tomamos como solución $x \simeq 1,80$.

e) $5^x = 0,32$

$\left.\begin{array}{l} 5^0 = 1 \\ 5^{-1} = 0,2 \end{array}\right\}$ La solución está entre –1 y 0.

$\left.\begin{array}{l} 5^{-0,8} = 0,276 \\ 5^{-0,7} = 0,324 \end{array}\right\}$ La solución está entre –0,8 y –0,7.

$5^{-0,71} = 0,319$. Tomamos como solución $x \simeq -0,71$.

f) $x^{0,75} = 17$

$\left.\begin{array}{l} 43^{0,75} = 16,792 \\ 44^{0,75} = 17,084 \end{array}\right\}$ La solución está entre 43 y 44.

$\left.\begin{array}{l} 43,7^{0,75} = 16,997 \\ 43,8^{0,75} = 17,026 \end{array}\right\}$ La solución está entre 43,7 y 43,8.

$\left.\begin{array}{l} 43,71^{0,75} = 16,999 \\ 43,72^{0,75} = 17,002 \end{array}\right\}$ Tomamos como solución $x \simeq 43,71$.

PIENSA Y RESUELVE

15 Calcula un número cuya mitad es 20 unidades menor que su triple.

$\left.\begin{array}{ll} \text{El número:} & x \\ \text{Su mitad:} & \dfrac{x}{2} \\ \text{Su triple:} & 3x \end{array}\right\}$ Si sumamos 20 a su mitad, obtenemos su triple: $\dfrac{x}{2} + 20 = 3x \rightarrow x = \ldots$

$\dfrac{x}{2} + 20 = 3x \rightarrow x + 40 = 6x \rightarrow 40 = 6x - x \rightarrow 40 = 5x$

$x = \dfrac{40}{5} = 8 \rightarrow x = 8$

Solución: El número es el 18.

Página 116

16 Si a un número le restas 12, se reduce a su tercera parte. ¿Cuál es ese número?

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$x - 12 = \dfrac{x}{3} \rightarrow 3x - 36 = x \rightarrow 3x - x = 36 \rightarrow 2x = 36$

$x = \dfrac{36}{2} = 18 \rightarrow x = 18$

Solución: El número es el 18.

17 Calcula tres números sabiendo que:

— El primero es 20 unidades menor que el segundo.

— El tercero es igual a la suma de los dos primeros.

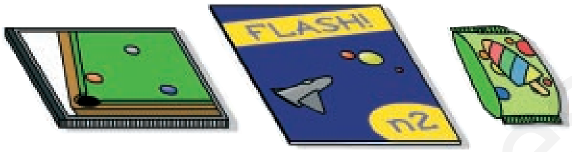
— Entre los tres suman 120.

$\left.\begin{array}{lll} \text{Primero} & \rightarrow & x - 20 \\ \text{Segundo} & \rightarrow & x \\ \text{Tercero} & \rightarrow & x + x - 20 = 2x - 20 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} (x - 20) + x + (2x - 20) = 120 \\ 4x - 40 = 120 \\ 4x = 120 + 40 \rightarrow 4x = 160 \end{array}$

$$x = \frac{160}{4} = 40 \;\rightarrow\; x = 40 \;\rightarrow\; \begin{cases} x - 20 = 40 - 20 = 20 \\ 2x - 20 = 80 - 20 = 60 \end{cases}$$

Solución: El primer número es 20, el segundo 40 y el tercero 60.

18 **La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruple del menor. ¿De qué números se trata?**



Llamamos x al menor de los tres números. El siguiente es $x + 1$ y el siguiente $x + 2$. Tenemos que:

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 4x \;\rightarrow\; 3x + 3 = 4x \;\rightarrow\; 3 = 4x - 3x \;\rightarrow\; x = 3$$

Solución: Los números son 3, 4 y 5.

19 **Si al cuadrado de un número le quitas su doble, obtienes su quíntuplo. ¿Cuál es ese número?**

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$x^2 - 2x = 5x \;\rightarrow\; x^2 - 7x = 0 \;\rightarrow\; x(x - 7) = 0 \;\rightarrow\; \begin{cases} x = 0 \\ x - 7 = 0 \;\rightarrow\; x = 7 \end{cases}$$

Solución: Hay dos soluciones: $x_1 = 0$ y $x_2 = 7$.

20 **La suma de un número par, el que le sigue y el anterior es 282. Halla esos números.**

El número par es $2x$, el que le sigue es $2x + 1$ y el anterior es $2x - 1$. Tenemos que:

$$2x + (2x + 1) + (2x - 1) = 282 \;\rightarrow\; 6x = 282 \;\rightarrow\; x = \frac{282}{6} = 47 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x = 47 \;\rightarrow\; 2x = 94$$

Solución: El número par es el 94, el que le sigue, el 95; y el anterior el 93.

21 **Por un videojuego, un cómic y un helado, Andrés ha pagado 14,30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y este cuesta el doble que el helado. ¿Cuál era el precio de cada artículo?**

$$\left.\begin{array}{l} \text{Precio videojuego} \;\rightarrow\; 5 \cdot 2x = 10x \\ \text{Precio cómic} \;\rightarrow\; 2x \\ \text{Precio helado} \;\rightarrow\; x \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 10x + 2x + x = 14{,}3 \\ 13x = 14{,}3 \\ x = \dfrac{14{,}3}{13} = 1{,}1 \;\rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow\; x = 1{,}1 \begin{cases} 2x = 2{,}2 \\ 10x = 11 \end{cases}$$

Solución: El videojuego costaba 11 €, el cómic 2,2 € y el helado 1,1 €.

22 **Me faltan 1,8 € para comprar mi revista de informática preferida. Si tuviera el doble de lo que tengo ahora, me sobrarían 2 €. ¿Cuánto tengo? ¿Cuánto cuesta la revista?**

Llamamos x al dinero que tengo (la revista cuesta $x + 1{,}80$).

Tenemos que: $x + 1{,}80 = 2x - 2$

$1{,}80 + 2 = 2x - x \;\rightarrow\; x = 3{,}80 \;\rightarrow\; x + 1{,}80 = 5{,}60$

Solución: Tengo 3,80 €. La revista cuesta 5,60 €.

23 **Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y aún me sobrarían 4,5 €. La entrada de la piscina cuesta 1,5 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada del cine?**

$$\left.\begin{array}{lcl} \text{Precio entrada de cine} & \rightarrow & x \\ \text{Precio entrada piscina} & \rightarrow & x - 1{,}50 \end{array}\right\} \quad \text{Tenemos que:}$$

$2\,(x - 1{,}50) + x + 4{,}50 = 12$

$2x - 3 + x + 4{,}50 = 12 \;\rightarrow\; 2x + x = 12 + 3 - 4{,}50$

$3x = 10{,}5 \;\rightarrow\; x = \dfrac{10{,}5}{3} = 3{,}5 \;\rightarrow\; x = 3{,}5 \;\rightarrow\; x - 1{,}5 = 2$

Solución: La entrada del cine cuesta 3,5 €. (La de la piscina, 2 €).

24 **María tiene 5 años más que su hermano Luis, y su padre tiene 41 años. Dentro de 6 años, entre los dos hermanos igualarán la edad del padre. ¿Qué edad tiene cada uno?**

EDAD DE…	HOY	DENTRO DE 6 AÑOS
LUIS	x	$x + 6$
MARÍA	$x + 5$	$x + 11$
PADRE	41	47

La suma de las edades de los dos hermanos debe ser igual a 47.

$x + 6 + x + 11 = 47 \;\rightarrow\; 2x = 47 - 6 - 11 \;\rightarrow\; 2x = 30 \;\rightarrow\; x = 15 \;\rightarrow\; x + 5 = 20$

Solución: Luis tiene 15 años, María tiene 20 y su padre 41.

25 **Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto, 13, y su padre, 43. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?**

Llamamos x a los años que han de transcurrir.

	AHORA	DENTRO DE X AÑOS
ANTONIO	15	$15 + x$
ROBERTO	13	$13 + x$
PADRE	43	$43 + x$

$(15 + x) + (13 + x) = 43 + x \rightarrow 2x + 28 = 43 + x \rightarrow 2x - x = 43 - 28$

$x = 15$

Solución: Han de transcurrir 15 años.

26 **La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo a los dos hijos gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?**

Edad de cada hijo $\rightarrow x$ (son dos hijos)

Edad de la madre $\rightarrow x + 27$

Edad del padre $\rightarrow x + 27 + 6 = x + 33$

Tenemos que:

$2x + (x + 27) + (x + 33) = 104 \rightarrow 4x + 60 = 104$

$4x = 104 - 60 \rightarrow 4x = 44 \rightarrow x = \dfrac{44}{4} = 11 \rightarrow x = 11 \begin{cases} x + 27 = 38 \\ x + 33 = 44 \end{cases}$

Solución: La madre tiene 38 años, el padre 44 y cada uno de los hijos tiene 11 años.

27 **Un depósito está lleno el domingo. El lunes se vacían sus 2/3 partes, el martes se gastan 2/5 de lo que quedaba, y el miércoles, 300 litros. Si aún quedó 1/10, ¿cuál es su capacidad?**

	HABÍA	SE GASTA	QUEDA
LUNES	x	$\frac{2}{3}x$	$x - \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x$
MARTES	$\frac{1}{3}x$	$\frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}x\right) = \frac{2}{15}x$	$\frac{1}{3}x - \frac{2}{15}x = \frac{3}{15}x = \frac{1}{5}x$
MIÉRCOLES	$\frac{1}{5}x$	300 litros	$\frac{1}{5}x - 300$

$\dfrac{1}{5}x - 300 = \dfrac{1}{10}x \rightarrow 2x - 3\,000 = x \rightarrow x = 3\,000$ litros

Solución: La capacidad del depósito es de 3 000 litros.

28 **En el mes de agosto, cierto embalse estaba a los 3/5 de su capacidad. En septiembre, no llovió y se gastó 1/5 del agua que tenía. En octubre se recuperaron 700 000 m^3, quedando lleno en sus tres cuartas partes. ¿Cuál es su capacidad?**

	HABÍA	SE GASTÓ O RECUPERÓ	QUEDA
SEPTIEMBRE	$\frac{3}{5}x$	$\frac{1}{5}\left(\frac{3}{5}x\right) = \frac{3}{25}x$	$\frac{3}{5}x - \frac{3}{25}x = \frac{12}{25}x$
OCTUBRE	$\frac{12}{25}x$	700 000 m^3	$\frac{12}{25}x + 700\,000$

$\frac{12}{25}x + 700\,000 = \frac{3}{4}x \;\rightarrow\; 48x + 70\,000\,000 = 75x \;\rightarrow\; 27x = 70\,000\,000$

$x \approx 2\,592\,593 \text{ m}^3$

Solución: La capacidad del depósito es de, aproximadamente, $2\,592\,593 \text{ m}^3$.

29 **Dos albañiles que trabajan asociados reciben 1 400 € como pago de cierto trabajo. ¿Cuánto debe cobrar cada uno si el primero trabajó las dos quintas partes que el otro?**

- Primero → Le corresponden x €
- Segundo → Le corresponden $\frac{2}{5}x$ €

Suma $= x + \frac{2}{5}x = 1\,400$ €

$x + \frac{2}{5}x = 1\,400 \;\rightarrow\; 5x + 2x = 7\,000 \;\rightarrow\; 7x = 7\,000 \;\rightarrow\; x = 1\,000 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; \frac{2}{5}x \cdot 1\,000 = 400$

Solución: Al primero le corresponden 1 000 €, y al segundo, 400 €.

30 **Roberto y Andrés compran una camisa cada uno, ambas del mismo precio. Roberto consigue una rebaja del 12%, mientras que Andrés solo consigue el 8%. Así, uno paga 1,4 € más que el otro. ¿Cuánto costaba cada camisa?**

Llamamos x al precio inicial de la camisa.

- Roberto paga $0{,}88x$
- Andrés paga $0{,}92x$

Tenemos que: $0{,}88x + 1{,}4 = 0{,}92x$

$1{,}4 = 0{,}92x - 0{,}88x \;\rightarrow\; 1{,}4 = 0{,}04x \;\rightarrow\; x = \frac{1{,}4}{0{,}04} = 35$

Solución: La camisa costaba 35 €.

Página 117

31 **Si un número aumenta en un 10%, resulta 42 unidades mayor que si disminuye en un 5%. ¿Cuál es ese número?**

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$1{,}1x = 0{,}95x + 42 \;\rightarrow\; 1{,}1x - 0{,}95x = 42 \;\rightarrow\; 0{,}15x = 42$

$x = \frac{42}{0{,}15} = 280 \;\rightarrow\; x = 280$

Solución: El número es el 280.

32 **Calcula el capital que, colocado al 8% durante dos años, se convierte en 2 900 € (los intereses se suman al capital al final de cada año).**

Llamamos C al capital. Tenemos que:

$1{,}08^2 \cdot C = 2\,900 \;\rightarrow\; 1{,}1664 \cdot C = 2\,900$

$C = \dfrac{2\,900}{1{,}1664} = 2\,486{,}28$ €.

Solución: El capital es de 2 486,28 €.

33 **¿Durante cuántos años se ha de colocar un capital de 2 380 €, con un interés anual del 3%, para conseguir un beneficio de 357 €?**

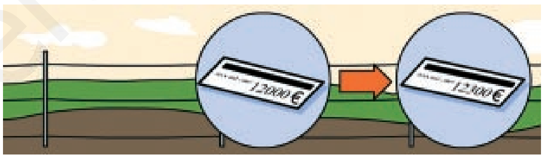
- Al cabo de un año produce un interés de $2\,380 \cdot 0{,}03 = 71{,}4$ €.
- Al cabo de t años produce un interés de $(71{,}4t)$ €.

Tenemos que hallar t para que: $71{,}4t = 357$

$t = \dfrac{357}{71{,}4} = 5 \;\rightarrow\; t = 5$ años.

Solución: Durante 5 años.

34 **Un inversor pacta la compra de un terreno, valorado en 24 000 €, mediante dos pagos: el primero, de 12 000 €, a la firma de las escrituras, y el segundo, de 12 300 €, seis meses más tarde. ¿Con qué interés se penaliza la demora?**



Pago inicialmente 12 000 €. Por tanto, la deuda que me quede por pagar es de 24 000 – 12 000 = 12 000 €.

Llamando x al interés con que se le penaliza por pagar 6 meses más tarde, tenemos:

$$12\,000 + \frac{x}{100} \cdot 12\,000 = 12\,300 \;\rightarrow\; \frac{x}{100} \cdot 12\,000 = 300 \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; x = \frac{300}{12\,000} \cdot 100 = 2{,}5$$

El interés con que se me penaliza es del 2,5 % en 6 meses $\rightarrow$ 5 % anual.

35 **Un inversor que dispone de 28 000 €, coloca parte de su capital en un banco al 8%, y el resto, en otro banco, al 6%. Si la primera parte le produce anualmente 210 € más que la segunda, ¿cuánto colocó en cada banco?**

1.^er^ banco $\rightarrow$ Coloca x € $\rightarrow$ interés $= 0{,}08x$

2.º banco $\rightarrow$ Coloca $(28\,000 - x)$ € $\rightarrow$ interés $= 0{,}06\,(28\,000 - x)$

Tenemos que: $0{,}08x = 0{,}06\,(28\,000 - x) + 210$

$0,08x = 1\,680 - 0,06x + 210$

$0,14x = 1\,890 \;\rightarrow\; x = \dfrac{1\,890}{0,14} = 13\,500 \;\rightarrow\; 28\,000 - x = 14\,500$

Solución: Colocó 13 500 € en el primer banco y 14 500 € en el segundo.

36 **Se ha vertido un bidón de aceite de orujo, de 1,6 €/litro, en una tinaja que contenía 400 litros de aceite de oliva de 3,2 €/litro. Sabiendo que el litro de la mezcla cuesta 2,60 €/litro, ¿cuántos litros había en el bidón?**

	CANTIDAD (l)	PRECIO/l	COSTE (€)
ORUJO	x	1,6 €	$1,6x$
OLIVA	400	3,2 €	$400 \cdot 3,2 = 1\,280$
MEZCLA	$400 + x$	2,6 €	$2,6(400 + x) = 1,6x + 1\,280$

$2,6(400 + x) = 1,6x + 1\,280$

$2,6x - 1,6x = 1\,280 - 1\,040 \;\rightarrow\; x = 240$ litros

Solución: Había 240 litros de aceite de orujo en el bidón.

37 **¿Cuántos litros de agua del grifo, a 15 °C, hay que añadir a una olla que contenía 6 litros de agua a 60 °C, para que la mezcla quede a 45 °C?**

Llamamos x a los litros que hay que añadir. Tenemos que:

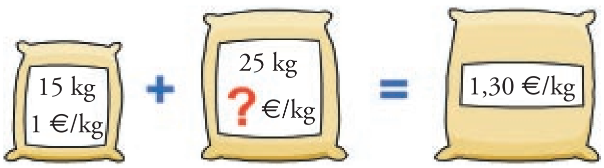
$$\frac{15x + 60 \cdot 6}{x + 6} = 45$$

$15x + 360 = 45(x + 6) \;\rightarrow\; 15x + 360 = 45x + 270$

$360 - 270 = 45x - 15x \;\rightarrow\; 90 = 30x \;\rightarrow\; x = \dfrac{90}{30} = 3$ litros

Solución: Hay que añadir 3 litros.

38 **Mezclando 15 kg de arroz de 1 €/kg con 25 kg de arroz de otra clase, se obtiene una mezcla que sale a 1,30 €/kg. ¿Cuál será el precio de la segunda clase de arroz?**



	CANTIDAD (kg)	PRECIO/kg	COSTE TOTAL (€)
1ª CLASE	15	1 €	$15 \cdot 1 = 15$
2ª CLASE	25	x	$25x$
MEZCLA	40	1,3 €	$40 \cdot 1,3 = 15 + 25x$

$40 \cdot 1,3 = 15 + 25x \;\rightarrow\; 52 = 15 + 25x \;\rightarrow\; 52 - 15 = 25x$

$37 = 25x \;\rightarrow\; x = \dfrac{37}{25} = 1,48$ €/kg.

Solución: El precio de la segunda clase de arroz es de 1,48 €/kg.

39 **Se han mezclado 30 litros de aceite barato con 25 litros de aceite caro, resultando la mezcla a 3,20 €/*l*. Calcula el precio del litro de cada clase, sabiendo que el de más calidad es el doble de caro que el otro.**

	CANTIDAD (*l*)	PRECIO/*l*	COSTE TOTAL (€)
BARATO	30	x	$30x$
CARO	25	$2x$	$25 \cdot 2x = 50x$
MEZCLA	55	3,20 €	$55 \cdot 3{,}20 = 30x + 50x$

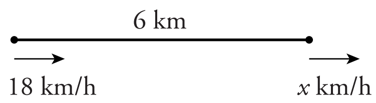
$$55 \cdot 3{,}20 = 30x + 50x \rightarrow 176 = 80x \rightarrow x = \frac{176}{80} = 2{,}2 \text{ €}/l.$$

$$\rightarrow 2x = 2 \cdot 2{,}2 = 4{,}4 \text{ €}/l.$$

Solución: El aceite barato cuesta 2,2 €/*l* y el caro 4,4 €/*l*.

40 **Un ciclista que va a 18 km/h tarda 45 minutos en alcanzar a otro, que le lleva una ventaja de 6 km. ¿Qué velocidad lleva el que iba delante?**

Llamamos x a la velocidad del que va delante.



Se aproximan a una velocidad de: $(18 - x)$ km/h.

Tiempo que tarda en alcanzarlo $\left(45 \text{ min} = \frac{3}{4} \text{ hora}\right)$:

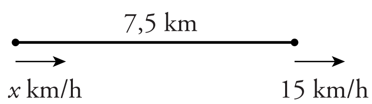
$$t = \frac{d}{v} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{18 - x} \rightarrow 3(18 - x) = 24$$

$$18 - x = \frac{24}{3} \rightarrow 18 - x = 8 \rightarrow 18 - 8 = x \rightarrow x = 10 \text{ km/h}$$

Solución: El que iba delante lleva una velocidad de 10 km/h.

41 **Un ciclista sale a la carretera a una velocidad de 15 km/h. ¿Qué velocidad deberá llevar otro ciclista que sale media hora después si pretende alcanzar al primero en hora y media?**

Llamamos x a la velocidad del otro ciclista.



El que va a 15 km/h recorre en media hora $15 : 2 = 7{,}5$ km.

Se aproximan a una velocidad de: $(x - 15)$ km/h.

Tiempo que tarda en alcanzarlo (1,5 horas):

$$t = \frac{d}{v} \rightarrow 1{,}5 = \frac{7{,}5}{x - 15} \rightarrow 1{,}5(x - 15) = 7{,}5$$

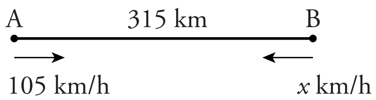
$1{,}5x - 22{,}5 = 7{,}5 \;\rightarrow\; 1{,}5x = 7{,}5 + 22{,}5 \;\rightarrow\; 1{,}5x = 30$

$x = \dfrac{30}{1{,}5} = 20 \;\rightarrow\; x = 20$ km/h

Solución: Deberá llevar una velocidad de 20 km/h.

42 **Un coche sale de una ciudad A, hacia otra B distante 315 km, a una velocidad de 105 km/h. Simultáneamente sale de B hacia A un camión que tarda en cruzarse con el coche una hora y cuarenta y cinco minutos. ¿Cuál era la velocidad del camión?**

Llamamos x a la velocidad del camión.



Se aproximan a una velocidad de: $(x + 105)$ km/h.

Tiempo que tardan en cruzarse $\left(1 \text{ h } 45 \text{ min} = 1 \text{ h} + \dfrac{3}{4}\text{h} = \dfrac{7}{4}\text{h}\right)$:

$t = \dfrac{d}{v} \;\rightarrow\; \dfrac{7}{4} = \dfrac{315}{x + 105} \;\rightarrow\; 7(x + 105) = 1\,260$

$7x + 735 = 1\,260 \;\rightarrow\; 7x = 1\,260 - 735 \;\rightarrow\; 7x = 525$

$x = \dfrac{525}{7} = 75 \;\rightarrow\; x = 75$ km/h.

Solución: La velocidad del camión era de 75 km/h.

43 **El producto de un número natural por su siguiente es 31 unidades mayor que el quíntuplo de la suma de ambos.**

¿Cuál es ese número?

Llamamos x al número que buscamos, el siguiente es $x + 1$.

Tenemos que: $x(x + 1) = 5(x + x + 1) + 31$

$x^2 + x = 5(2x + 1) + 31 \;\rightarrow\; x^2 + x = 10x + 5 + 31$

$x^2 - 9x - 36 = 0$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 144}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{9 \pm 15}{2} = \begin{cases} x = 12 \\ x = -3 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

($x = -3$ no es válida, pues x es un número natural).

Solución: El número es el 12.

44 **Varios amigos y amigas se reparten un premio y les toca 15 € a cada uno. Si hubieran sido cuatro amigos y amigas más, hubieran tocado a 3 € menos. ¿Cuántos eran para repartir?**

Llamamos x al número de amigos que son.

- x amigos a 15 € cada uno $\rightarrow$ Premio = $15x$
- Si hubieran sido $(x + 4)$ amigos y amigas hubieran tocado a $15 - 3 = 12$ € cada uno $\rightarrow$ Premio = $12(x + 4)$
- Por tanto: $15x = 12(x + 4) \rightarrow 15x = 12x + 48$

$$15x - 12x = 48 \rightarrow 3x = 48 \rightarrow x = \frac{48}{3} = 16 \text{ amigos}$$

Solución: Eran 16 amigos.

45 **Una peña deportiva contrató un autobús para seguir a su equipo. Si el autobús se hubiera llenado, cada uno habría pagado 8,50 €; pero quedaron 3 plazas vacías, y el viaje costó 9 €. ¿Cuántas plazas tenía el autobús?**

Llamamos x al número de plazas del autobús.

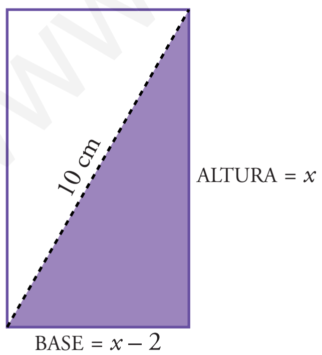
$$\left.\begin{array}{l}\text{Si viajan } x \text{ personas, cada una paga } 8{,}5 \text{ €} \rightarrow \text{Precio total} = 8{,}5x \\ \text{Si viajan } (x-3) \text{ personas, cada una paga } 9 \text{ €} \rightarrow \text{Precio total} = 9(x-3)\end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 8{,}5x = 9(x - 3) \rightarrow 8{,}5x = 9x - 27 \rightarrow 27 = 9x - 8{,}5x$$

$$27 = 0{,}5x \rightarrow x = \frac{27}{0{,}5} = 54 \text{ plazas}$$

Solución: El autobús tenía 54 plazas.

46 **Calcula las dimensiones de un rectángulo en el que la base mide 2 cm menos que la altura y la diagonal mide 10 cm.**



Llamamos x a la longitud de la altura, la base medirá $(x - 2)$ cm.

Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = x^2 + (x - 2)^2$$

$$100 = x^2 + x^2 - 4x + 4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 0 = 2x^2 - 4x - 96 \rightarrow$$

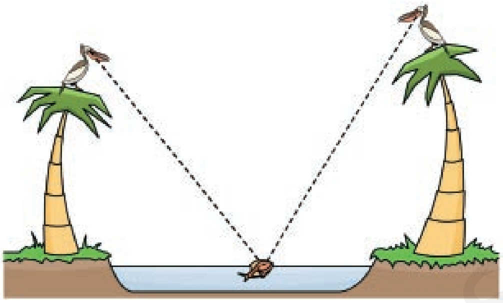
$$\rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{2 \pm 14}{2} = \begin{cases} x = 8 \rightarrow x - 2 = 6 \\ x = -6 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

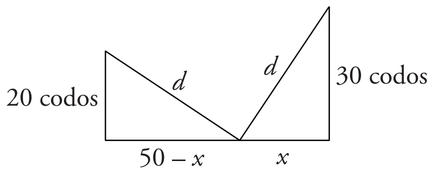
Solución: La base mide 6 cm y la altura 8 cm.

Página 117

47 **En las dos orillas de un río hay dos palmeras. La más alta mide 30 codos; la otra, 20 codos, y la distancia entre ambas es de 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. Al descubrir los dos pájaros un pez en la superficie del río, se lanzan rápidamente, alcanzando al pez al mismo tiempo.**



¿A qué distancia del tronco de la palmera más alta apareció el pez?



Llamamos x a la distancia que buscamos (distancia del tronco de la palmera más alta a donde apareció el pez).

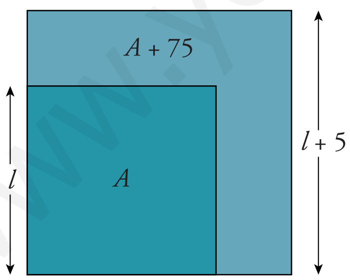
Aplicamos el teorema de Pitágoras a los dos triángulos:

$$\left.\begin{array}{l} d^2 = 30^2 + x^2 \\ d^2 = 20^2 + (50 - x)^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2 \to 900 + x^2 = 400 + (50 - x)^2 \\ 900 + x^2 = 400 + 2\,500 + x^2 - 100x \end{array}$$

$$100x = 400 + 2\,500 - 900 \to 100x = 2\,000 \to x = \frac{2\,000}{100} = 20 \to x = 20$$

Solución: La distancia buscada es de 20 codos.

48 **Al aumentar en 5 m el lado de un cuadrado, su superficie aumenta en 75 m².** **Calcula el lado del cuadrado.**



$$\left.\begin{array}{l} A = l^2 \\ A + 75 = (l + 5)^2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} l^2 + 75 = (l + 5)^2 \\ l^2 + 75 = l^2 + 10l + 25 \end{array}$$

$$75 - 25 = 10l \to 50 = 10l \to$$

$$\to l = \frac{50}{10} = 5 \text{ m}$$

Solución: El lado del cuadrado mide 5 m.

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

49 **Comprueba que entre las siguientes "ecuaciones" de primer grado, unas tienen infinitas soluciones ($0x = 0$) y otras no tienen solución ($0x = b$).**

a) $3(3 + 2x) - (1 - x) = 2(4 + 3x) + x$

b) $3(x - 2) + 5(x + 1) = 2(2x + 7) + 4(x + 2)$

c) $x + \frac{2x-7}{4} = 2x + \frac{1-x}{2}$

d) $x - 1 + \frac{3-x}{3} = \frac{2}{3}x$

a) $3(3 + 2x) - (1 - x) = 2(4 + 3x) + x$

$9 + 6x - 1 + x = 8 + 6x + x$

$6x + x - 6x - x = 8 - 9 + 1 \;\rightarrow\; 0x = 0$. Tiene infinitas soluciones

b) $3(x - 2) + 5(x + 1) = 2(2x + 7) + 4(x + 2)$

$3x - 6 + 5x + 5 = 4x + 14 + 4x + 8$

$3x + 5x - 4x - 4x = 14 + 8 + 6 - 5$

$0x = 23 \;\rightarrow\;$ No tiene solución

c) $x + \frac{2x-7}{4} = 2x + \frac{1-x}{2}$

$\frac{4x}{4} + \frac{2x-7}{4} = \frac{8x}{4} + \frac{2-2x}{4}$

$4x + 2x - 7 = 8x + 2 - 2x \;\rightarrow\; 4x + 2x - 8x + 2x = 2 + 7$

$0x = 9 \;\rightarrow\;$ No tiene solución

d) $x - 1 + \frac{3-x}{3} = \frac{2}{3}x$

$3x - 3 + 3 - x = 2x \;\rightarrow\; 3x - x - 2x = 0$

$0x = 0$. Tiene infinitas soluciones

50 Inventa una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean $x = 2$ y $x = -1$.

- Si queremos que las soluciones sean $x = 2$ y $x = -1$, haremos:

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \;\rightarrow\; x^2 - x - 2 = 0$$

51 Inventa una ecuación de segundo grado que tenga:

a) Dos soluciones, $x = -3$ y $x = \frac{1}{2}$.

b) Una solución, $x = 5$.

c) Ninguna solución.

d) Dos soluciones, $x = 0$ y $x = 3$.

Por ejemplo:

a) $(x + 3)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0 \;\rightarrow\; x^2 + \frac{5}{2}x - \frac{3}{2} = 0 \;\rightarrow\; 2x^2 + 5x - 3 = 0$

b) $(x - 5)^2 = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 10x + 25 = 0$

c) $x^2 + 1 = 0$

d) $x(x - 3) = 0 \;\rightarrow\; x^2 - 3x = 0$

52 **En la ecuación $x^2 - 6x + a = 0$:**

a) ¿Qué valores ha de tomar a para que las dos soluciones sean iguales?

b) ¿Y para que sean distintas?

c) ¿Y para que no tenga solución?

Las soluciones de la ecuación $x^2 - 6x + a = 0$ son:

$x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 4a}}{3}$. El discriminante es $36 - 4a$.

a) Para que las dos soluciones sean iguales, ha de ser:

$$36 - 4a = 0 \;\rightarrow\; 36 = 4a \;\rightarrow\; a = \frac{36}{4} = 9 \;\rightarrow\; a = 9$$

b) Para que las dos soluciones sean distintas, ha de ser:

$$36 - 4a > 0 \;\rightarrow\; 36 > 4a \;\rightarrow\; a < 9$$

c) Para que no tenga solución, ha de ser:

$$36 - 4a < 0 \;\rightarrow\; 36 < 4a \;\rightarrow\; a > 9$$

PROFUNDIZA

53 **Resuelve la ecuación $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+3} = \dfrac{3}{10}$.**

Multiplicamos los dos miembros por $10x(x + 3)$.

$$10(x + 3) - 10x = 3x(x + 3) \;\rightarrow$$

$$\rightarrow\; 3x^2 + 9x - 30 = 0 \;\rightarrow\; x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0 \;\rightarrow\; x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2} = \begin{cases} x = 2 \\ x = -5 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$$x = 2 \;\rightarrow\; \frac{1}{2} - \frac{1}{2+3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10} \;\rightarrow\; x = 2 \text{ es solución}$$

$$x = -5 \;\rightarrow\; \frac{1}{-5} - \frac{1}{-5+3} = -\frac{1}{5} - \frac{1}{-2} = -\frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{10} \;\rightarrow\; x = -5 \text{ es solución}$$

54 **Resuelve las siguientes ecuaciones:**

a) $\dfrac{1}{x} + 3 = \dfrac{x-3}{2x}$

b) $\dfrac{x-1}{x} + x = 1$

c) $\dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{3}{x+1} = \dfrac{x-2}{x^2-1}$

d) $\dfrac{x^2}{(x-1)^2} = \dfrac{2x+3}{x-1} + 3$

a) $\dfrac{1}{x} + 3 = \dfrac{x-3}{2x} \;\rightarrow\; \dfrac{2}{2x} + \dfrac{6x}{2x} = \dfrac{x-3}{2x}$

$2 + 6x = x - 3 \;\rightarrow\; 6x - x = -3 - 2 \;\rightarrow\; 5x = -5 \;\rightarrow\; x = \dfrac{-5}{5} = -1 \;\rightarrow\; x = -1$

b) $\dfrac{x-1}{x} + x = 1 \;\rightarrow\; \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x^2}{x} = \dfrac{x}{x} \;\rightarrow\; x - 1 + x^2 = x$

$x^2 = 1 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{1} = \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

c) $\dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{3}{x+1} = \dfrac{x-2}{x^2-1} \;\rightarrow\; \dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{3}{x+1} = \dfrac{x-2}{(x-1)(x+1)}$

$\dfrac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} + \dfrac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \dfrac{x-2}{(x-1)(x+1)}$

$(x+1)^2 + 3(x-1) = x - 2$

$x^2 + 2x + 1 + 3x - 3 = x - 2 \;\rightarrow\; x^2 + 4x = 0$

$x(x+4) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x + 4 = 0 \;\rightarrow\; x = -4 \end{cases}$

d) $\dfrac{x^2}{(x-1)^2} = \dfrac{2x+3}{x-1} + 3$

$\dfrac{x^2}{(x-1)^2} = \dfrac{(2x+3)(x-1)}{(x-1)^2} + \dfrac{3(x-1)^2}{(x-1)^2}$

$x^2 = 2x^2 - 2x + 3x - 3 + 3(x^2 - 2x + 1)$

$x^2 = 2x^2 + x - 3 + 3x^2 - 6x + 3 \;\rightarrow\; 0 = 4x^2 - 5x$

$x(4x-5) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 4x - 5 = 0 \;\rightarrow\; 4x = 5 \;\rightarrow\; x = \dfrac{5}{4} \end{cases}$

Página 119

55 **Resuelve la ecuación $\sqrt{x^2+7} + 2 = 2x$.**

Dejamos solo el radical en el primer miembro y elevamos al cuadrado los dos miembros:

$\sqrt{x^2+7} = 2x - 2 \;\rightarrow\; x^2 + 7 = 4x^2 - 8x + 4 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; 3x^2 - 8x - 3 = 0 \;\rightarrow\; x = \dfrac{8 \pm \sqrt{64+36}}{6} = \dfrac{8 \pm 10}{6} = \begin{cases} x = 3 \\ x = \dfrac{-2}{6} = \dfrac{-1}{3} \end{cases}$

Comprobamos las soluciones:

$x = 3 \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} \sqrt{3^2+7}+2=\sqrt{16}+2=4+2=6 \\ 2\cdot 3 = 6 \end{array}\right\}$ Coinciden. $x = 3$ sí es solución

$x = -\dfrac{1}{3} \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} \sqrt{\dfrac{1}{9}+7}+2=\sqrt{\dfrac{64}{9}}+2=\dfrac{8}{3}+2=\dfrac{14}{3} \\ 2\cdot\left(\dfrac{-1}{3}\right)=\dfrac{-2}{3} \end{array}\right\}$ No coinciden $x = \dfrac{-1}{3}$ no es solución

Solo hay una solución: $x = 3$

56 **Resuelve:**

a) $2x + \sqrt{x+4} = 2$

b) $x + 1 - \sqrt{5x-1} = 0$

c) $\sqrt{5x-7} - \sqrt{1-x} = 0$

d) $\sqrt{2x-3} + 1 = x$

e) $\sqrt{3x-5} + 1 = x - 2$

f) $\sqrt{2x-3} + \sqrt{x+10} - 7 = 0$

a) $2x + \sqrt{x+4} = 2 \;\rightarrow\; \sqrt{x+4} = 2 - 2x$

$\left(\sqrt{x+4}\right)^2 = (2-2x)^2 \;\rightarrow\; x + 4 = 4 - 8x + 4x^2$

$0 = 4x^2 - 9x \;\rightarrow\; x(4x-9) = 0 \left\langle \begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{9}{4} \end{array}\right.$

Comprobamos las soluciones:

$x = 0 \;\rightarrow\; 2\cdot 0 + \sqrt{0+4} = 0 + \sqrt{4} = 2 \;\rightarrow\; x = 0$ sí es solución.

$x = \dfrac{9}{4} \;\rightarrow\; 2\cdot\left(\dfrac{9}{4}\right) + \sqrt{\dfrac{9}{4}+4} = \dfrac{18}{4} + \dfrac{5}{2} = 7 \neq 2 \;\rightarrow$

$\rightarrow\; x = \dfrac{9}{4}$ no es solución

Solución: $x = 0$

b) $x + 1 - \sqrt{5x-1} = 0 \;\rightarrow\; x + 1 = \sqrt{5x-1}$

$(x+1)^2 = \left(\sqrt{5x-1}\right)^2 \;\rightarrow\; x^2 + 2x + 1 = 5x - 1$

$x^2 - 3x + 2 = 0 \;\rightarrow\; x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \dfrac{3 \pm 1}{2} = \left\langle \begin{array}{l} x = 2 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Comprobamos las soluciones:

$x = 2 \;\rightarrow\; 2 + 1 - \sqrt{5\cdot 2 - 1} = 3 - 3 = 0 \;\rightarrow\; x = 2$ sí es solución

$x = 1 \;\rightarrow\; 1 + 1 - \sqrt{5 \cdot 1 - 1} = 2 - 2 = 0 \;\rightarrow\; x = 1$ sí es solución

Hay dos soluciones: $x_1 = 2$; $x_2 = 1$

c) $\sqrt{5x - 7} - \sqrt{1 - x} = 0 \;\rightarrow\; \sqrt{5x - 7} = \sqrt{1 - x}$

$5x - 7 = 1 - x \;\rightarrow\; 5x + x = 1 + 7 \;\rightarrow\; 6x = 8 \;\rightarrow\; x = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$

Comprobamos la solución:

$\sqrt{5 \cdot \dfrac{4}{3} - 7} = \sqrt{\dfrac{20}{3} - 7} = \sqrt{\dfrac{-1}{3}}$. No tiene solución

d) $\sqrt{2x - 3} + 1 = x \;\rightarrow\; \sqrt{2x - 3} = x - 1$

$\left(\sqrt{2x - 3}\right)^2 = (x - 1)^2 \;\rightarrow\; 2x - 3 = x^2 - 2x + 1$

$0 = x^2 - 4x + 4 \;\rightarrow\; x = \dfrac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

Comprobamos la solución:

$\sqrt{2 \cdot 2 - 3} + 1 = 1 + 1 = 2 \;\rightarrow\; x = 2$ sí es solución

Hay una solución: $x = 2$

e) $\sqrt{3x - 5} + 1 = x - 2 \;\rightarrow\; \sqrt{3x - 5} = x - 3$

$\left(\sqrt{3x - 5}\right)^2 = (x - 3)^2 \;\rightarrow\; 3x - 5 = x^2 - 6x + 9$

$0 = x^2 - 9x + 14 \;\rightarrow\; x = \dfrac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \dfrac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \dfrac{9 \pm 5}{2} = \begin{cases} x = 7 \\ x = 2 \end{cases}$

Comprobamos las soluciones:

$x = 7 \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} \sqrt{3 \cdot 7 - 5} + 1 = \sqrt{16} + 1 = 4 + 1 = 5 \\ 7 - 2 = 5 \end{array}\right\}$ Coinciden. $x = 7$ sí es solución

$x = 2 \;\rightarrow\; \left.\begin{array}{l} \sqrt{3 \cdot 2 - 5} + 1 = 1 + 1 = 2 \\ 2 - 2 = 0 \end{array}\right\}$ No coinciden. $x = 2$ no es solución

Hay una solución: $x = 7$

f) $\sqrt{2x - 3} + \sqrt{x + 10} - 7 = 0 \;\rightarrow\; \sqrt{2x - 3} = 7 - \sqrt{x + 10}$

$\left(\sqrt{2x - 3}\right)^2 = \left(7 - \sqrt{x + 10}\right)^2 \;\rightarrow\; 2x - 3 = 49 + x + 10 - 14\sqrt{x + 10}$

$14\sqrt{x + 10} = 49 + x + 10 - 2x + 3$

$14\sqrt{x + 10} = 62 - x \;\rightarrow\; \left(14\sqrt{x + 10}\right)^2 = (62 - x)$

$196(x + 10) = 3\,844 + x^2 - 124x$

$196x + 1\,960 = 3\,844 + x^2 - 124x$

$0 = x^2 - 320x + 1\,884$

$$x = \frac{320 \pm \sqrt{102\,400 - 7\,536}}{2} = \frac{320 \pm \sqrt{94\,864}}{2} =$$

$$= \frac{320 \pm 308}{2} = \begin{cases} x = 314 \\ x = 6 \end{cases}$$

Comprobamos las soluciones:

$x = 314 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 314 - 3} + \sqrt{314 + 10} - 7 = 25 + 18 - 7 = 36 \neq 0 \rightarrow$

$\rightarrow x = 314$ no es solución.

$x = 6 \rightarrow \sqrt{2 \cdot 6 - 3} + \sqrt{6 + 10} - 7 = 3 + 4 - 7 = 0 \rightarrow x = 6$ sí es solución.

Hay una solución: $x = 6$

57 Resuelve la ecuación $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ (ecuación bicuadrada).

Hacemos $x^2 = y \rightarrow x^4 = y^2$.

Sustituimos en la ecuación:

$$y^2 - 10y + 9 = 0 \begin{cases} y = 9 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \\ y = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

Hay cuatro soluciones: $x_1 = 3$; $x_2 = -3$; $x_3 = 1$; $x_4 = -1$

58 Resuelve, como en el problema anterior, las ecuaciones siguientes:

a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

b) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$

c) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

d) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$

e) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$

f) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

a) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$. Cambio: $x^2 = y \rightarrow x^4 = y^2$

$$4y^2 - 5y + 1 = 0 \rightarrow \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8} = \begin{cases} y = 1 \\ y = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \\ y = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \begin{cases} x = 1/2 \\ x = -1/2 \end{cases} \end{cases}$$

b) $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$. Cambio: $x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$y^2 + 3y + 2 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} = \begin{cases} y = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$y = -1 \;\rightarrow\; x^2 = -1 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{-1} \;\rightarrow$ No tiene solución

$y = -1 \;\rightarrow\; x^2 = -2 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{-2} \;\rightarrow$ No tiene solución

La ecuación no tiene solución

c) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$. Cambio: $x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$y^2 - 13y + 36 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{13 \pm \sqrt{169-144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} y = 9 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 9 \;\rightarrow\; x^2 = 9 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \\ y = 4 \;\rightarrow\; x^2 = 4 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{4} = \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \end{cases}$$

d) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$. Cambio: $x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$y^2 - 5y - 36 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{5 \pm \sqrt{25+144}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{5 \pm 13}{2} = \begin{cases} y = 9 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$y = 9 \;\rightarrow\; x^2 = 9 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$y = -4 \;\rightarrow\; x^2 = -4 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{-4} \;\rightarrow$ No tiene solución

Hay dos soluciones: $x_1 = 3$; $x_2 = -3$

e) $x^4 - 34x^2 + 225 = 0$. Cambio: $x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$y^2 - 34y + 225 = 0$

$$y = \frac{34 \pm \sqrt{1\,156 - 900}}{2} = \frac{34 \pm \sqrt{256}}{2} = \frac{34 \pm 16}{2} = \begin{cases} y = 25 \\ y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 25 \;\rightarrow\; x^2 = 25 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{25} = \begin{cases} x = 5 \\ x = -5 \end{cases} \\ y = 9 \;\rightarrow\; x^2 = 9 \;\rightarrow\; x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases}$$

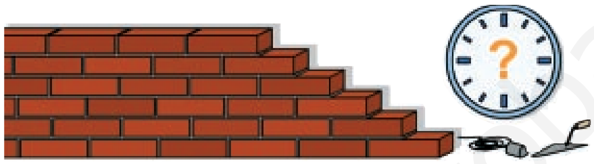
f) $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$. Cambio: $x^2 = y \;\rightarrow\; x^4 = y^2$

$$36y^2 - 13y + 1 = 0 \;\rightarrow\; y = \frac{13 \pm \sqrt{169-144}}{72} = \frac{13 \pm 5}{72} = \begin{cases} y = \dfrac{18}{72} = \dfrac{1}{4} \\ y = \dfrac{8}{72} = \dfrac{1}{9} \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \begin{cases} x = 1/2 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

$$y = \frac{1}{9} \rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} = \begin{cases} x = 1/3 \\ x = -1/3 \end{cases}$$

59 **Dos albañiles tardan 2 horas y 24 minutos en levantar un tabique, trabajando juntos. El más joven, trabajando solo, habría tardado 6 horas en hacer el mismo trabajo. ¿Cuánto habría tardado el más viejo sin la ayuda de su compañero?**



- El más joven $\rightarrow$ Tarda 6 horas $\rightarrow$ Hace $\frac{1}{6}$ del trabajo en 1 hora.
- El más viejo $\rightarrow$ Tarda x horas $\rightarrow$ Hace $\frac{1}{x}$ del trabajo en 1 hora.
- Entre los dos $\rightarrow$ Tardan 2 h 24 min $= \left(2 + \frac{24}{60}\right)$ h $= \left(2 + \frac{2}{5}\right)$ h $= \frac{12}{5}$ h $\rightarrow$

  $\rightarrow$ Hacen $\frac{5}{12}$ del trabajo en 1 hora.

Por tanto:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{x} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{2x}{12x} + \frac{12}{12x} = \frac{5x}{12x} \rightarrow 2x + 12 = 5x$$

$$12 = 5x - 2x \rightarrow 12 = 3x \rightarrow x = \frac{12}{3} = 4 \rightarrow x = 4$$

Solución: El más viejo habría tardado 4 horas

60 **Un coche tarda 5 horas en cubrir el trayecto entre A y B. Un camión, que ha salido a la misma hora, y realiza el trayecto B-A, tarda 2 horas y 55 minutos en cruzarse con el coche. ¿Cuánto durará el viaje completo del camión?**

- Coche $\rightarrow$ Tarda 5 horas $\rightarrow$ Recorre $\frac{1}{5}$ del camino en 1 hora.
- Camión $\rightarrow$ Tarda x horas $\rightarrow$ Recorre $\frac{1}{x}$ del camino en 1 hora.
- Entre los dos $\rightarrow$ Tardan en cruzarse 2 h 55 min $= \left(2 + \frac{55}{60}\right)$ h $= \left(2 + \frac{11}{12}\right)$ h $=$

  $= \frac{35}{12}$ h $\rightarrow$ en 1 hora recorren $\frac{12}{35}$ del camino.

Por tanto:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{12}{35} \;\rightarrow\; \frac{7x}{35x} + \frac{35}{35x} = \frac{12x}{35x} \;\rightarrow\; 7x + 35 = 12x$$

$$35 = 12x - 7x \;\rightarrow\; 35 = 5x \;\rightarrow\; x = \frac{35}{5} = 7 \;\rightarrow\; x = 7$$

Solución: El viaje completo del camión durará 7 horas.

61 Una piscina tiene un grifo de abastecimiento y un desagüe. Si se abre el grifo, la piscina se llena en 9 horas. Si, además del grifo, se abre el desagüe, entonces el tiempo de llenado es de 36 horas. ¿Cuánto tiempo tardará el desagüe en vaciar la piscina llena, estando cerrado el grifo?

- Grifo → Tarda 9 horas en llenarla → Llena $\frac{1}{9}$ de piscina en 1 hora.
- Desagüe → Tarda x horas en vaciarla → Vacía $\frac{1}{x}$ de piscina en 1 hora.
- Juntos → Tarda 36 horas en llenarse → Se llena $\frac{1}{36}$ de piscina en 1 hora.

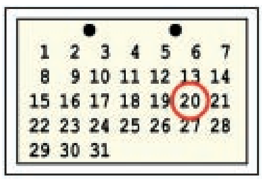
Por tanto:

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{x} = \frac{1}{36} \;\rightarrow\; \frac{4x}{36x} - \frac{36}{36x} = \frac{x}{36x} \;\rightarrow\; 4x - 36 = x$$

$$4x - x = 36 \;\rightarrow\; 3x = 36 \;\rightarrow\; x = \frac{36}{3} = 12 \;\rightarrow\; x = 12$$

Solución: El desagüe tardará 12 horas en vaciar la piscina, estando cerrado el grifo.

62 Un usurero que cobra un interés del 25% mensual reclama a una víctima el pago de 350 € para saldar una deuda contraída hace 20 días. ¿Qué cantidad le prestó?



- Interés por los 20 días → $\frac{20}{30} \cdot 25\% = \frac{50}{3}\%$
- Si le prestó x €, tiene que devolver:

$$\left(1 + \frac{50}{300}\right) \cdot x = 350 \text{ €} \;\rightarrow\; \frac{350}{300}x = 350 \;\rightarrow\; x = 300 \text{ €}$$

Solución: Le prestó 300 €.

63 **Se ha fundido un lingote de oro de 3 kg de peso y 80% de pureza, junto con otro lingote de oro de 1 kg de peso. ¿Cuál era la pureza del segundo, si la de la mezcla resultante es del 67%?**

	CANTIDAD (kg)	PUREZA	CANTIDAD DE ORO (kg)
1er LINGOTE	3	80%	$3 \cdot 0,8 = 2,4$
2º LINGOTE	1	x%	$1 \cdot \frac{x}{100} = 0,01x$
MEZCLA	4	67%	$4 \cdot 0,67 = 2,4 + 0,01x$

$4 \cdot 0,67 = 2,4 + 0,01x \;\to\; 2,68 = 2,4 + 0,01x \;\to\; 2,68 - 2,4 = 0,01x$

$0,28 = 0,01x \;\to\; x = \dfrac{0,28}{0,01} = 28\%$

Solución: El segundo lingote tiene un 28% de pureza.

64 **¿Cuántos gramos de oro puro hay que mezclar con 7 gramos de 20 quilates para obtener oro de 21,2 quilates?**

Recordamos que una ley de 24 kilates significa que es oro puro; así, una ley de 20 kilates significa que $\dfrac{20}{24}$ partes del lingote son de oro.

	CANTIDAD (kg)	LEY (kilates)	CANTIDAD DE ORO (g)
1º	x	24	x
2º	7	20	$7 \cdot \frac{20}{24} = \frac{140}{24}$
MEZCLA	$x + 7$	21,2	$(x + 7) \cdot \frac{21,2}{24} = x + \frac{140}{24}$

$(x + 7) \cdot \dfrac{21,2}{24} = x + \dfrac{140}{24} \;\to\; \dfrac{21,2x + 148,4}{24} = \dfrac{24x + 140}{24}$

$21,2x + 148,4 = 24x + 140 \;\to\; 148,4 - 140 = 24x - 21,2x$

$8,4 = 2,8x \;\to\; x = \dfrac{8,4}{2,8} = 3 \;\to\; x = 3$ gramos

Solución: Hay que mezclarlo con 3 gramos de oro puro.

65 **Se ha fundido un pendiente de oro de 3 gramos con una cadena de oro de 7 gramos, para fabricar una pulsera. Si el pendiente era de oro puro y la pulsera ha resultado ser de 21,2 quilates, ¿cuál era la ley de la cadena?**

Recuerda que una ley de 24 kilates significa que es oro puro; así, una ley de 21,2 kilates significa que $\dfrac{21,2}{24}$ partes son de oro.

	PESO (g)	LEY (kilates)	CANTIDAD DE ORO (g)
PENDIENTE	3	24	3
CADENA	7	x	$7 \cdot \frac{x}{24} = \frac{7x}{24}$
PULSERA (mezcla)	10	21,2	$10 \cdot \frac{21,2}{24} = 3 + \frac{7x}{24}$

$$10 \cdot \frac{21,2}{24} = 3 + \frac{7x}{24} \rightarrow \frac{212}{24} = \frac{72 + 7x}{24} \rightarrow 212 = 72 + 7x$$

$$212 - 72 = 7x \rightarrow 140 = 7x \rightarrow x = \frac{140}{7} = 20 \rightarrow x = 20 \text{ kilates}$$

Solución: La cadena era de 20 kilates.