

## Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Reconocer si una relación entre dos variables es una función o no.
- Distinguir la variable independiente y la dependiente.
- Expresar una función utilizando una tabla de valores, una gráfica o una fórmula.
- Determinar el dominio y el recorrido de una función.
- Interpretar algunas características de la gráfica de una función: el crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos, la periodicidad...
- Representar y analizar gráficas de funciones extraídas de distintas situaciones cotidianas.

Antes de empezar

1. Relaciones funcionales ..... pág. 152  
Concepto y tabla de valores  
Gráfica de una función  
Imagen y anti-imagen  
Expresión algebraica  
Relaciones no funcionales
2. Características de una función..... pág. 157  
Dominio y recorrido  
Continuidad  
Puntos de corte con los ejes  
Crecimiento y decrecimiento  
Máximos y mínimos  
Periodicidad

Ejercicios para practicar

Para saber más

Resumen

Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor



## Antes de empezar

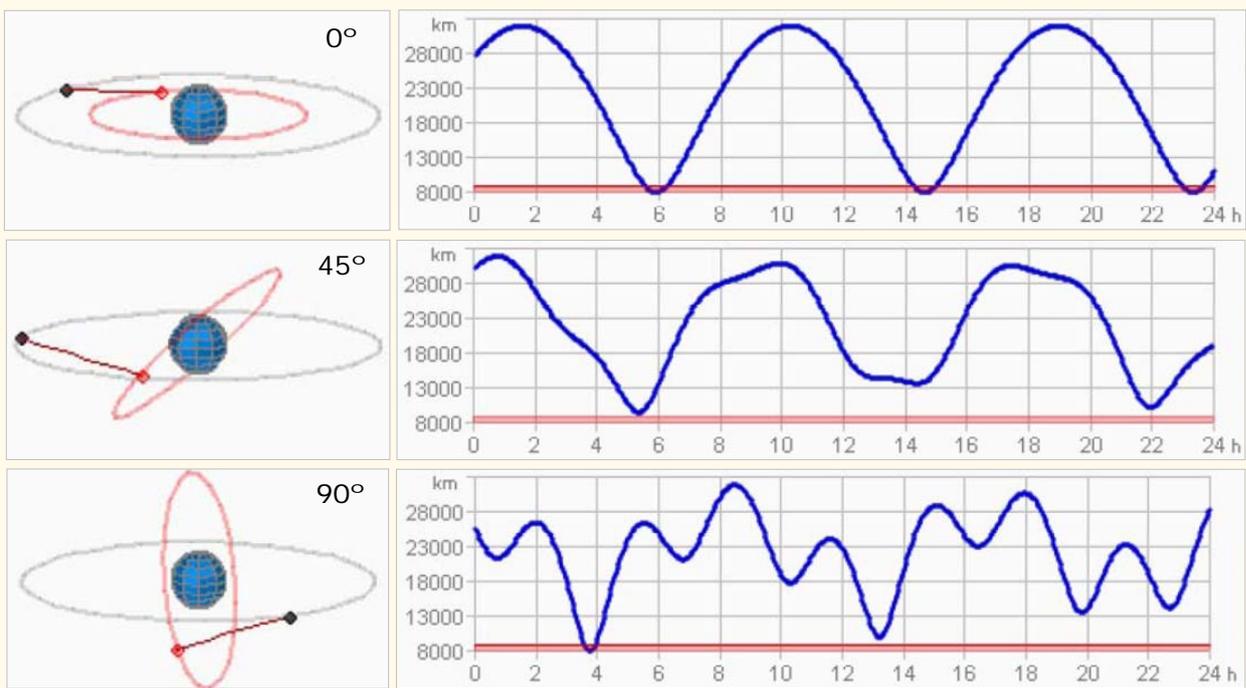


### ORBITANDO LA TIERRA

Dos satélites artificiales giran alrededor de la Tierra describiendo órbitas de 12000 y 20000 km de radio.

¿Cómo varía la distancia en línea recta entre estos satélites, a medida que pasa el tiempo?

Observa las gráficas hechas a lo largo de un día, y variando el ángulo que forman los planos de las órbitas de los dos satélites.



### Investiga

El período de revolución de un satélite es una **función** del radio de la órbita (si ésta es circular). Es decir, si se conoce el radio de la órbita se sabrá lo que tarda el satélite en dar una vuelta.

Busca el enunciado de la **tercera ley de Kepler** para saber de qué tipo de función se trata.

# Funciones y gráficas

## 1. Relaciones funcionales

### Concepto y tabla de valores

Una función es una relación de causa-efecto entre dos cantidades matemáticas: a iguales causas, iguales efectos.

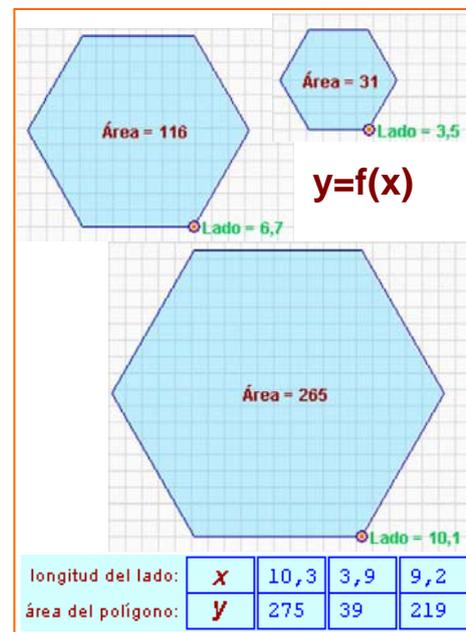
La causa se denomina **variable independiente** y se denota con la letra **x**. El efecto es la **variable dependiente**, que se indica con la letra **y**.

Frecuentemente, en lugar de la letra **y** se utiliza la expresión **f(x)** (o **g(x)**, ...) para dar a entender que **y** efectivamente **depende** del valor de **x**.

✓ EJEMPLO: El **área** de un polígono regular es **función** de la medida del **lado**.

Variable **independiente**: **x**=longitud del lado

Variable **dependiente**: **y**= área del polígono

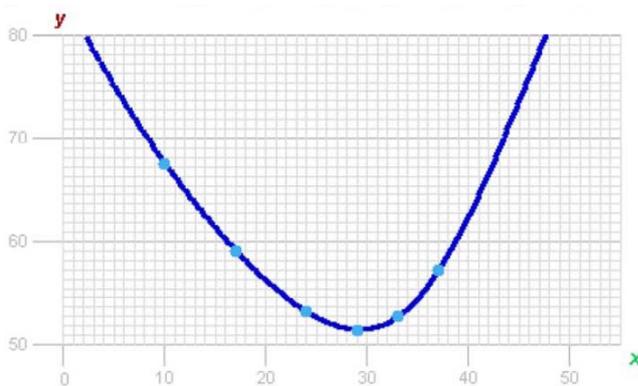


### Gráfica de una función

Para obtener la gráfica de una función a partir de la tabla de valores primero se dibujan unos ejes de coordenadas, representándose los valores de la variable independiente (**x**) en el eje horizontal (**abscisas**) y los de la variable dependiente (**y**) en el vertical (**ordenadas**).

Cada pareja de valores de las variables dependiente e independiente se representa mediante un punto (**x,y**) en el sistema de coordenadas.

Los puntos dibujados se unirán si la variable independiente puede tomar cualquier valor real en el rango estudiado: la línea (recta o curva) que resulta es la **gráfica de la función**.



dist. al puente (km) <b>x</b>	10	17	24	29	33	37
long. tuberías (km) <b>y</b>	67,6	59,1	53,2	51,4	52,7	57,2

### CAPTACIÓN DE AGUAS

Se proyecta la construcción de una estación para captar el agua de un río y distribuirla a tres poblaciones cercanas mediante tuberías.



Se muestra la longitud de las tres tuberías que unen la estación captadora, C, con las tres ciudades P, Q y R.



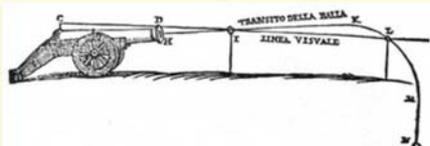
La longitud total de las tuberías (**x**) es **función** de la distancia de la estación captadora al puente (**y**).

Así cuando la distancia al puente es de 17 km, la longitud total de las tuberías es 59 km.

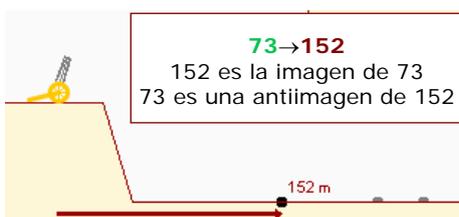
$$x=17 \quad y=59$$

## BALA DE CAÑÓN

Un cañón situado en un punto elevado dispara balas con una velocidad inicial que forma un cierto ángulo con la horizontal



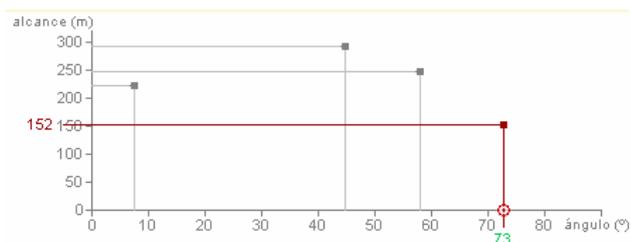
El **alcance** de la bala es **función** del **ángulo** que forma el cañón con la horizontal.



## Imagen y antiimagen

Si un punto  $(x,y)$  pertenece a la gráfica de la función entonces se dice que  $y$  es la **imagen** de  $x$  y que  $x$  es la **antiimagen** de  $y$ .

Es fácil hallar imágenes y antiimágenes viendo la gráfica de la relación funcional. Así se puede reproducir la tabla de valores a partir de la gráfica de la función.



Cada valor de  $x$  sólo puede tener una imagen, aunque puede ser antiimagen de más de un valor de  $y$ .

## COLONIZACIÓN DEL OESTE

Un colonizador del oeste americano dispone de 30 hm de valla. Se le dice que recibirá la propiedad del terreno rectangular que logre delimitar con esos 30 hm, teniendo en cuenta que uno de los lados del rectángulo no necesita valla, ya que el terreno lindará con el río.



Tomamos la altura  $a$  como la variable independiente, el **área** del rectángulo es la variable dependiente.

Supongamos que  $a = 5$  hm

Entonces como se emplean 10 hm de valla de los 30 disponibles quedan 20:

$$b = 30 - 2 \cdot 5 = 20 \text{ hm}$$

El área del rectángulo es:

$$a \cdot b = 5 \cdot 20 = 100 \text{ hm}^2$$

$$f(5) = 100$$

## Expresión algebraica

Se trata de una fórmula que permite obtener el valor de  $y$  cuando se sabe el valor de  $x$  realizando operaciones algebraicas. Es, por lo tanto, una manera de obtener imágenes de valores de la variable independiente sin tener que recurrir a la gráfica de la función.

Es sencillo obtener la tabla de valores de una función a partir de su **expresión algebraica** o analítica: no hay más que ir dando valores a  $x$  y calcularse los valores de  $y$  correspondientes. Así los tres elementos de una relación funcional (tabla de valores, gráfica y expresión algebraica) están interconectados.

Cuando se conoce la expresión algebraica de una función también se pueden obtener analíticamente las antiimágenes de un valor de  $y$  resolviendo una ecuación.

Para encontrar la **expresión algebraica** (fórmula) de la función hay que sustituir los valores concretos de la **variable independiente** por  $x$  en el cálculo del área del rectángulo:

$$a = 5,0$$

$$a = x$$

$$b = 30 - 2 \cdot 5,0$$

$$b = 30 - 2 \cdot x$$

$$f(5,0) = 5,0 \cdot (30 - 2 \cdot 5,0)$$

$$f(x) = x(30 - 2x) = 30x - 2x^2$$

# Funciones y gráficas

Observa que:

Una vez se conoce la expresión algebraica de una función se pueden calcular fácilmente **imágenes**: simplemente hay que sustituir la  $x$  por el valor dado y realizar la operación.

Por ejemplo, la imagen de  $x = 9$  es:

$$y = f(9) = 30 \cdot 9 - 2 \cdot 9^2 = 270 - 2 \cdot 81 = 108$$

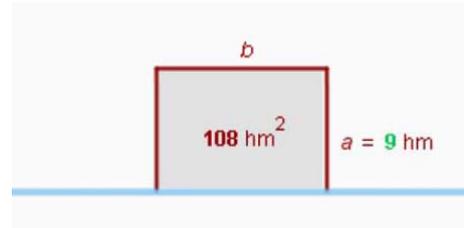
Para calcular **antiimágenes** se sustituye la  $y$  por el valor dado y se aísla la  $x$  resolviendo una ecuación. Por ejemplo, las antiimágenes de  $y = 88$  son:

$$88 = 30x - 2x^2 \quad \rightarrow \quad 2x^2 - 30x + 88 = 0$$

$$x = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 704}}{4} = \frac{30 \pm 14}{4} = \begin{cases} 11 \\ 4 \end{cases}$$

Hay dos antiimágenes de  $y = 88$ .

Por lo tanto hay dos maneras de conseguir un recinto de  $88 \text{ hm}^2$

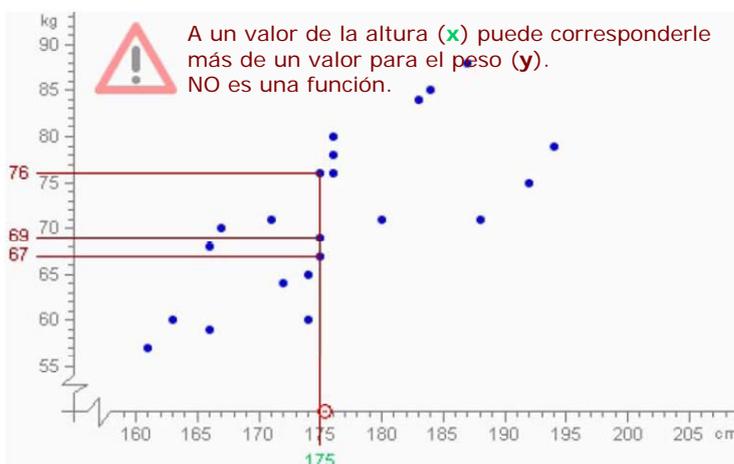


## Relaciones que no son funcionales

En una relación funcional un valor de  $x$  sólo debe tener, como máximo, **una** imagen. No puede ser que una causa dé dos efectos diferentes.

En cambio, un mismo efecto puede proceder de diversas causas: un valor de  $y$  puede tener más de una antiimagen, o no tener ninguna.

Las relaciones **estadísticas** son situaciones en las que, aunque no se puede predecir exactamente cuál será la imagen de un valor de  $x$  (no son, por lo tanto, relaciones funcionales), sí que se puede dar una estimación de este valor.

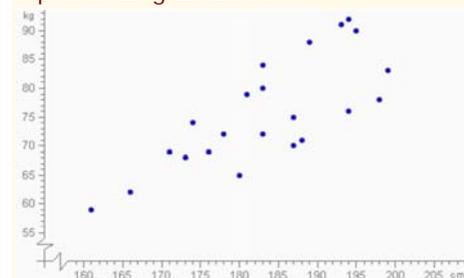


## PESO Y ALTURA

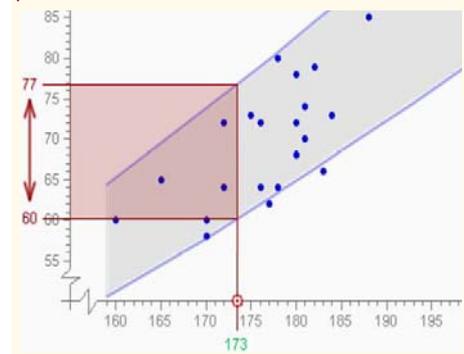
El **peso** de una persona, ¿es **función** de su **altura**?



Se pregunta la altura ( $x$ ) y el peso ( $y$ ) a los individuos de una población, y se representan gráficamente.



**No** es una relación **funcional**, dada la altura de una persona no se puede predecir su altura exactamente. Hay una relación **estadística**, dada una altura determinada se puede esperar que el peso estará en un cierto **intervalo**.

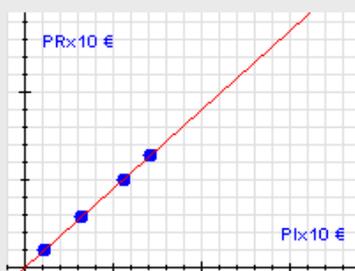


## EJERCICIOS resueltos

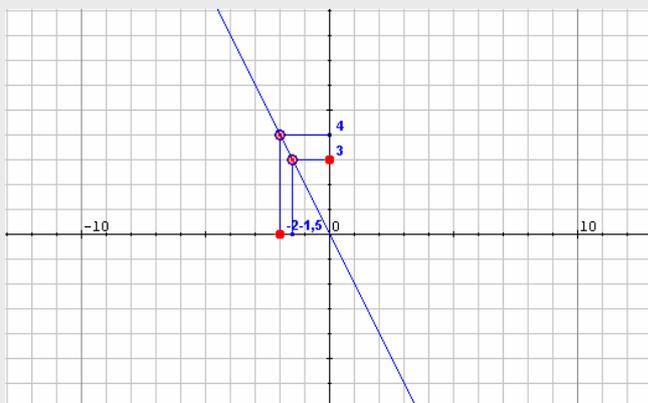
6. Las rebajas: si en un producto nos ofrecen un descuento del 10% pagaremos el 90% del precio original. Entonces, el precio rebajado (PR) es función del precio inicial (PI) a través de la expresión  $PR = f(PI) = 0,9 \cdot PI$ . Construye una tabla de valores para esta función (por ejemplo con cuatro valores) y dibuja la gráfica correspondiente

Elegimos cuatro valores arbitrarios para el precio inicial, los sustituimos en la expresión anterior y obtenemos la tabla:

PI	11	32	56	71
PR	9,9	28,8	50,4	63,9



7. Con ayuda de la gráfica adjunta calcula las imágenes y antiimágenes pedidas.



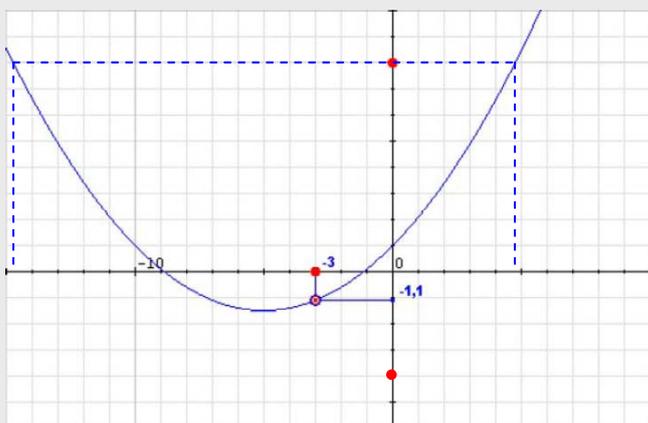
- a) La imagen de -3,  
la antiimagen de 3.

La imagen de -3 es 4

$$f(-3) = 4$$

La antiimagen de 3 es -1,5

$$f(-1,5) = 3$$



- b) La imagen de -3,  
la antiimagen de 8 y de -4

La imagen de -3 es -1,1

$$f(-3) = -1,1$$

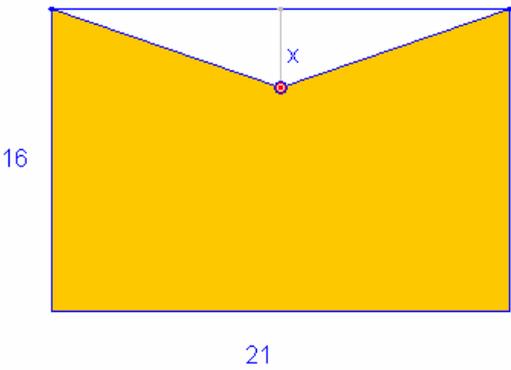
En este caso 8 tiene dos  
antiimágenes 4,7 y -14,7

$$f(4,7) = 8 \quad f(-14,7) = 8$$

En cambio -4 no tiene ninguna  
antiimagen, ningún valor de  $x$   
permite a la función alcanzar el  
valor -4.

## EJERCICIOS resueltos

8. Escribe en función de  $x$  el área de la parte coloreada de la figura



El área del rectángulo completo es Base  $\times$  Altura, o sea:  $21 \cdot 16 = 336$

El área del triángulo blanco es  $\frac{\text{Base} \times \text{Altura}}{2}$  o sea:  $\frac{21 \cdot x}{2}$

Entonces, el área de la zona sombreada es  $A(x) = 336 - \frac{21 \cdot x}{2}$

9. Indica de forma razonada si las respuestas a las siguientes preguntas es afirmativa o negativa.

a) ¿El coste de la factura del agua es función del volumen consumido?

Si, porque consumos iguales producen costes iguales.

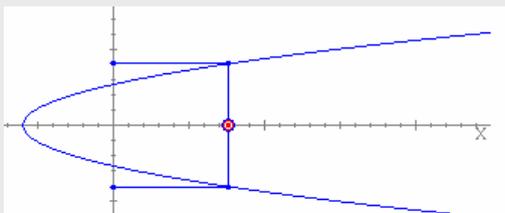
b) ¿El número de accidentes de tráfico es función del número de vehículos que circulan?

No, no se puede saber a priori cuántos accidentes se producen con un número determinado de coches circulando.

c) A presión constante, ¿el volumen de un gas es función de su temperatura?

Si, según la Física en las mismas condiciones de presión a iguales temperaturas los volúmenes son iguales.

10. ¿La gráfica de la imagen corresponde a una función?



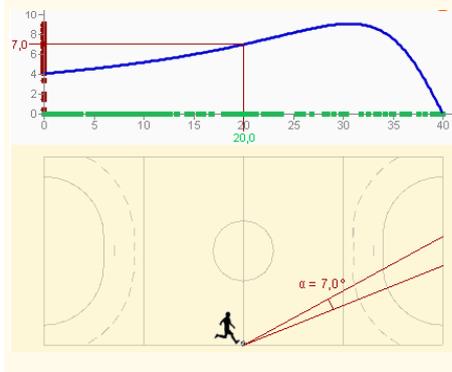
SOLUCIÓN: No, porque a un valor de  $x$  pueden corresponder dos valores de  $y$ .

## JUGADOR DE FÚTBOL SALA

Un jugador de fútbol-sala avanza con el balón pegado a la banda del campo de juego hacia la portería contraria.



El ángulo bajo el que ve la portería, es función de la distancia que hay desde la línea de fondo de su campo.



## 2. Características de una función

### Dominio y recorrido

- El **dominio** de una función es el conjunto de valores de  $x$  que tienen imagen.



- El **recorrido** o **imagen** es el conjunto de valores de  $y$  que son imagen de algún valor de  $x$  perteneciente al dominio.

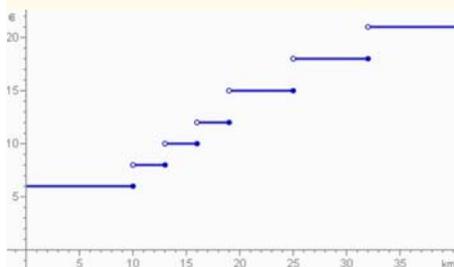


## TAXÍMETRO

El **precio** de un trayecto en taxi realizado en cierta zona rural es **función** de la **distancia** recorrida.



El gráfico muestra las tarifas.



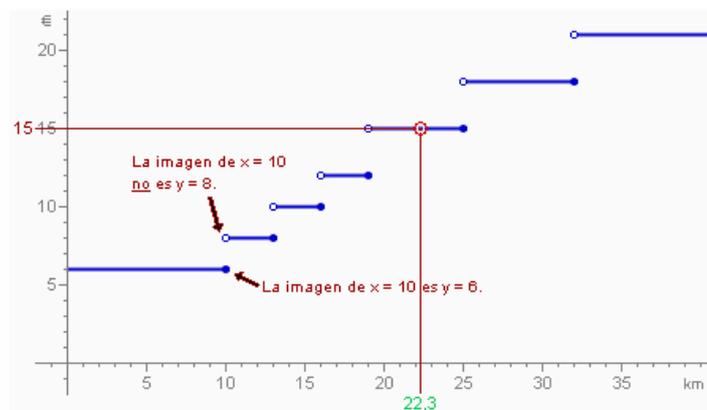
- ¿Cuánto cuesta la bajada de bandera? **6 €**
- ¿Cuántos km se pueden recorrer por ese importe? **10 km**
- ¿Cuánto cuesta un recorrido de 15 km? **10€**

### Continuidad

A veces, la gráfica de una función puede dar un salto en vertical en algún punto de su dominio. En ese punto se dice que la función no es **continua**.

Por lo tanto, una función es continua si su gráfica puede dibujarse sin necesidad de levantar el lápiz del papel en ningún momento.

Los puntos donde la gráfica da un salto se denominan **discontinuidades** de la función.



- ✓ Si se recorre un poco más de 10 km, aunque sea muy poco, el precio cambia a 8 €, y se mantiene hasta los 13 km, a partir de los cuales pasa a ser 10€ hasta los 16 km... No es una función continua, presenta discontinuidades en  $x=10$ ,  $x=13$ ,  $x=16$ ,  $x=19$ ,  $x=25$ , etc

# Funciones y gráficas

## Puntos de corte con los ejes

El punto donde la gráfica corta el eje de **ordenadas** es de la forma  $(0, y_0)$ , donde  $y_0$  es la imagen de cero. Si el cero está en el dominio de la función, entonces hay punto de corte con el eje de ordenadas y éste es único.

Para encontrar  $y_0$  se sustituye  $x$  por cero en la expresión de la función y se calcula  $y$ .

El punto (o los puntos) de corte con el eje de **abscisas** son de la forma  $(x_0, 0)$ , donde  $x_0$  es la antiimagen (o antiimágenes) de cero. Habrá punto de corte con el eje de abscisas si el cero está en el recorrido de la función. En ese caso puede suceder que haya más de un punto de corte.

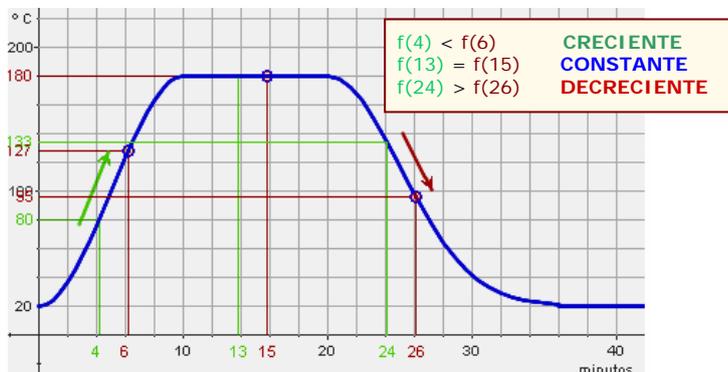
Para encontrar  $x_0$  se sustituye  $y$  por cero en la expresión de la función y se aisla  $x$ .

## Crecimiento y decrecimiento

Se dice que una función es **creciente** en un punto si, alrededor de ese punto, cuando la  $x$  aumenta también aumenta la  $y$ .

Y será **decreciente** si al aumentar la  $x$  disminuye el valor de  $y$ .

Si una función es creciente en un punto entonces, alrededor de él, la gráfica, vista de izquierda a derecha, asciende. Si desciende, es que es decreciente. Si la función toma el mismo valor alrededor de un punto (la gráfica se mantiene sin subir ni bajar), entonces se dice que allí la función es **constante**.



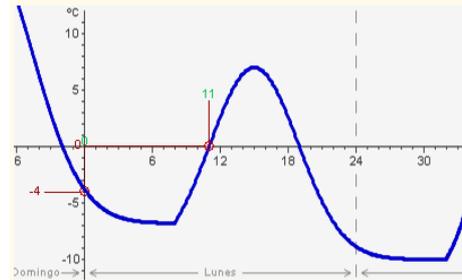
Una función puede ser creciente en un conjunto de puntos de su dominio y decreciente en otros. Si sólo crece o sólo decrece entonces se denomina función **monótona**.

## TEMPERATURA

Estos días han sido fríos en la ciudad.



El gráfico muestra la temperatura en función de la hora del día.



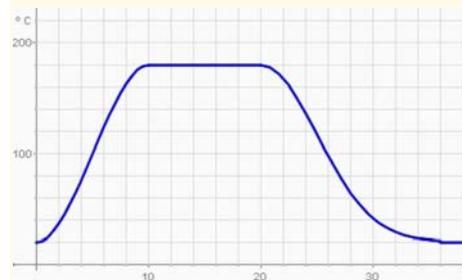
- ¿Cuánto cuesta la bajada de bandera? **6 €**
- ¿Cuántos km se pueden recorrer por ese importe? **10 km**
- ¿Cuánto cuesta un recorrido de 15 km? **10€**

## TEMPERATURA DE UN HORNO

Para cocinar una magdalenas hay que calentarlas al horno a una temperatura de 180° durante 10 minutos



El gráfico muestra la **temperatura** del horno en **función** del **tiempo** transcurrido



- Los primeros 10 minutos, desde que se enciende el horno, la temperatura asciende desde 20° a 180°.
- Desde el minuto 10 al 20 se mantiene constante a 180°.
- El horno se apaga, la temperatura desciende hasta igualarse a la del ambiente.

## VELOCIDAD DEL VIENTO



Para decidir la situación de un parque eólico se estudia la velocidad del viento.

Se ha obtenido la gráfica adjunta a lo largo de 62 horas.

## Máximos y mínimos

Un **máximo local** (o relativo) es un punto donde la función pasa de ser creciente a decreciente. Ese punto no tiene por qué ser el punto más alto de la gráfica de la función. Este último (si es que existe) se denomina **máximo absoluto**.

De manera similar, en un punto donde la función pasa de decrecer a crecer se dice que hay un **mínimo local**. El punto del dominio donde la imagen es menor se denomina **mínimo absoluto**.



Tenemos un máximo relativo en  $t=4$ , un mínimo absoluto en  $t=16$ , un máximo absoluto en  $t=31$  y hay otro máximo y otro mínimo relativo.

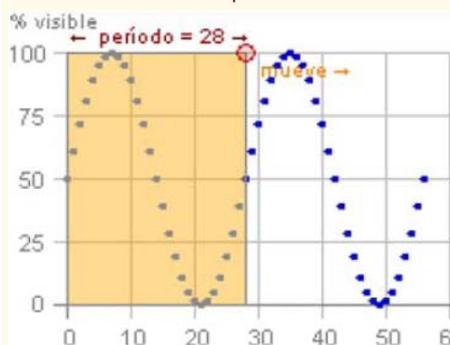
Una función puede tener más de un máximo o de un mínimo locales.

## FASES DE LA LUNA

El % visible de la luna varía en función del día, desde el 0% (luna nueva) hasta el 100% (luna llena).



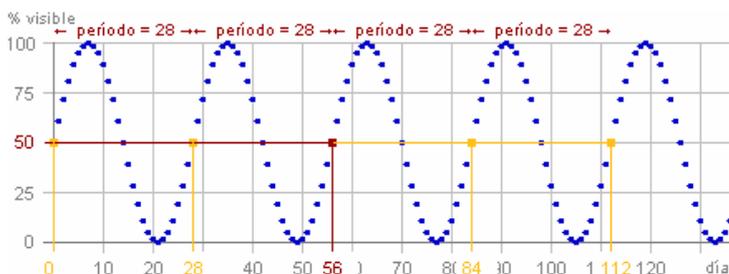
El % visible se repite cada 28 días



## Periodicidad

A veces la gráfica de una función va repitiendo el mismo dibujo una y otra vez a medida que la  $x$  va aumentando. En este caso se dice que la función es **periódica**.

La longitud, medida sobre el eje horizontal, del dibujo que se va repitiendo se denomina **período**: cada vez que a un valor cualquiera de  $x$  se le suma el período se vuelve a obtener la misma imagen.



Hay infinitos valores que tienen la misma imagen, separados por una distancia de **28 días** (que es el período  $T$ )

$$f(3) = f(3+28) = f(3+2 \cdot 28) = \dots$$

$$f(x) = f(x+T) = f(x+2T) = f(x+3T) = \dots$$

## EJERCICIOS resueltos

11. Determina de forma razonada el dominio de la función  $f(x) = \sqrt{x + 8}$

SOLUCIÓN:

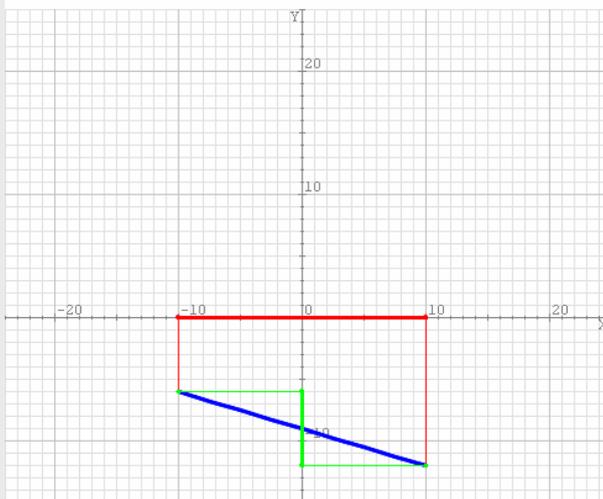
El dominio de una función está formado por todos los posibles valores de  $x$  a los que se les puedan aplicar las operaciones indicadas en la expresión anterior produciendo un resultado válido. En este caso aparece una raíz cuadrada que sólo puede calcularse si el radicando es mayor o igual que cero, así pues debe ser

$$x + 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -8$$

Luego el dominio de la función lo constituyen todos los números mayores o iguales que  $-8$ .

12. Determina el dominio y el recorrido de la gráfica azul de la imagen.

Determina el dominio y el recorrido de la función cuya gráfica ves abajo.



**Dominio de  $f$ :**

$$[-10, 10] = \{x: -10 \leq x \leq 10\}$$

**Recorrido de  $f$ :**

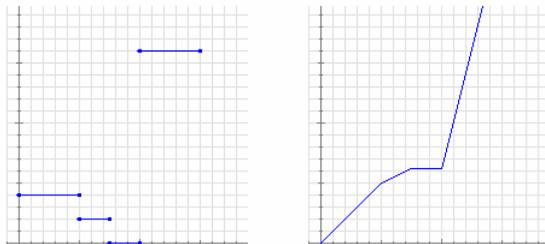
$$[-12, -6] = \\ = \{x: -12 \leq x \leq -6\}$$

13. Indica si son continuas o discontinuas

Juan tiene hoy una excursión en el colegio. Como vive lejos suele ir en bicicleta. Nada más llegar al colegio, salen todos los alumnos andando hasta la estación de trenes y allí esperan un rato a que llegue el tren. Suben al tren y por fin llegan al destino.

Abajo puedes ver dos gráficas: una representa la distancia que va recorriendo Juan desde su casa con respecto al tiempo transcurrido y otra representa la velocidad a la que se desplaza en cada instante, también en función del tiempo transcurrido.

Indica de forma razonada qué gráfica corresponde a cada una de las dos situaciones e indica en cada caso si la función representada es o no continua.



La primera gráfica es la que indica las velocidades:

Empieza con la bicicleta a velocidad constante, luego va andando algo más despacio. A continuación está parado un rato y, por último, al montar en el tren la velocidad es mucho mayor pero constante.

Es discontinua y los saltos se producen al cambiar el medio de locomoción.

La otra gráfica corresponde a la distancia a la que se encuentra de casa. En este caso no hay saltos (es continua) pero sí cambios bruscos en la inclinación que se corresponden con los cambios de velocidad.

## EJERCICIOS resueltos

9. Calcula los puntos de corte con los ejes de la función  $f(x)=2-x$

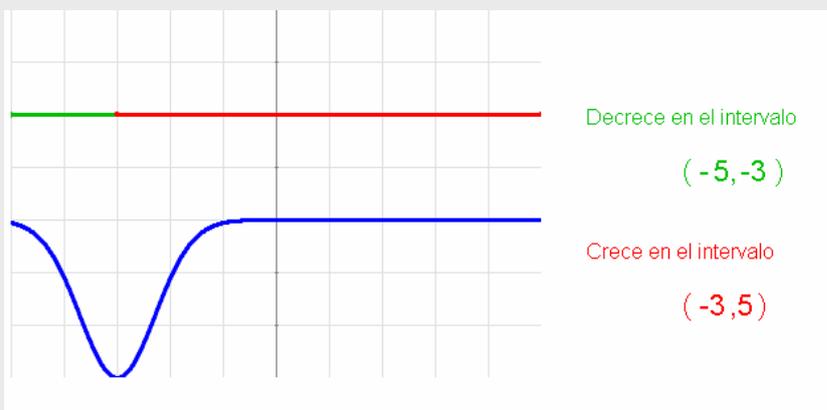
SOLUCIÓN:

El corte con el eje Y se calcula sustituyendo  $x$  por 0:  $f(0) = 2 - 0 = 2$ . Corta en  $(0,2)$

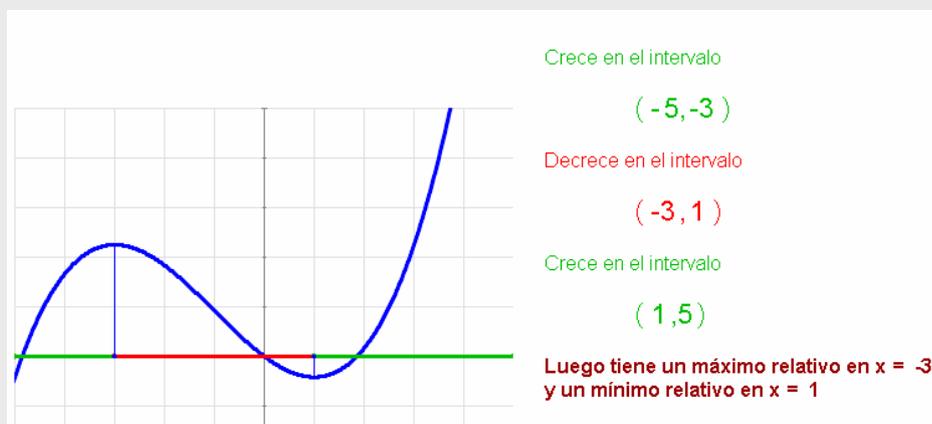
Los cortes con el eje X se calculan resolviendo la ecuación  $f(x) = 0$ :

$$2 - x = 0, \text{ de donde } x = 2. \text{ Corta en } (2,0)$$

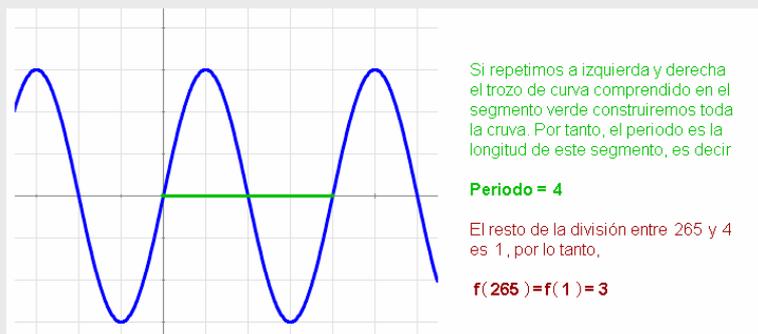
10. La función azul de la imagen está definida en el intervalo  $(-5,5)$ . Determina sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.



11. La función azul de la imagen está definida en el intervalo  $(-5,5)$ . Determina sus máximos y mínimos relativos.



12. La función adjunta es periódica. Calcula su periodo y el valor de la función cuando  $x$  sea igual a 265.

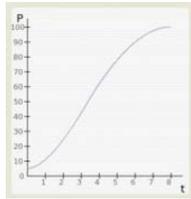


# Funciones y gráficas



## Para practicar

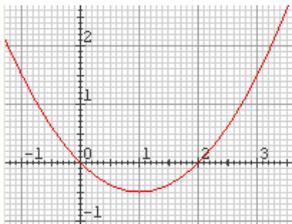
1. Observando la evolución de un cultivo de bacterias llamamos  $P$  al número de millones de bacterias y  $T$  al tiempo transcurrido en horas. ¿Qué representa la gráfica adjunta:  $P$  en función de  $T$  o  $T$  en función de  $P$ ?



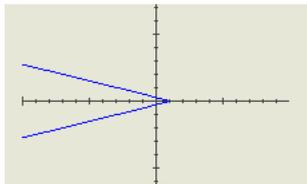
2. Una empresa fabrica y comercializa un producto. La cantidad producida se representa por  $x$  y el coste de producción con  $C$ . ¿Qué representa la función  $h(x)=C$ : el coste en función de la cantidad o viceversa?
3. Dada la función  $y = f(x) = 2x - 1$  completa la tabla de valores adjunta y represéntala en una cuadrícula:

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

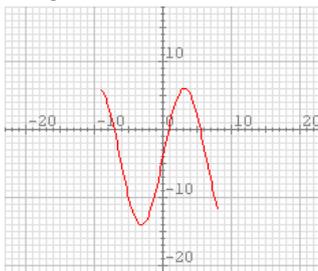
4. Calcula la imagen  $-0,5$  y las posibles anti-ímagenes de  $1,5$  por la función cuya gráfica puedes ver abajo.



5. Dada la función  $f(x) = 3x + 2$  calcula la imagen de  $0,2$  y la anti-imagen de  $2,2$ .
6. Determina de forma razonada si la gráfica adjunta corresponde o no a la gráfica de una función.



7. Determina el dominio y el recorrido de la función de la gráfica adjunta.



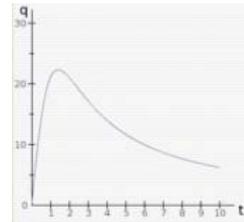
8. La tabla adjunta muestra un extracto de recibo de agua en la que se muestra el precio unitario del metro cúbico de agua consumida en función del agua consumida. Indica de forma razonada si se trata de una función continua o discontinua y traza su gráfica.

Consumo de agua (m <sup>3</sup> )	Precio unitario (€)
De 0 a 15 m <sup>3</sup>	0
De 15 a 30 m <sup>3</sup>	0,45
De 30 a 45 m <sup>3</sup>	0,50
De 45 a 60 m <sup>3</sup>	0,55
Más de 60 m <sup>3</sup>	0,60

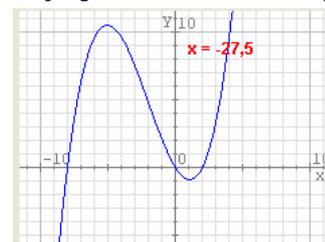
9. La función  $F = 1,8 \cdot C + 32$  establece la relación entre la temperatura en grados Fahrenheit ( $F$ ) y la temperatura en grados Celsius ( $C$ ). Calcula la temperatura en grados Fahrenheit a la que se congela el agua. Luego calcula a qué temperatura Celsius equivalen  $0^\circ F$ .

10. Calcula las coordenadas de los puntos de corte con los ejes de la función  $y = x + 4$ .

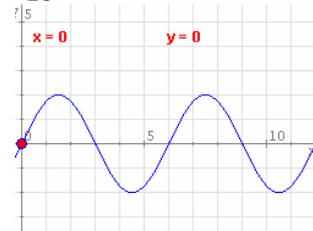
11. La gráfica representa la concentración ( $q$  en ml) en sangre de un medicamento inyectado a un paciente en función del tiempo ( $t$  en horas). Haz un informe que describa la situación en términos de crecimiento de la función.



12. Determina los máximos y mínimos relativos de la función cuya gráfica se muestra abajo.



13. Determina el periodo de la función de la imagen y calcula el valor aproximado de dicha función cuando  $x = 23$

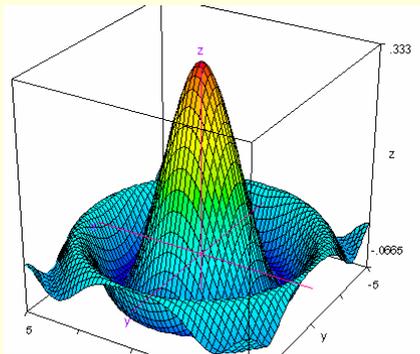




### Funciones de varias variables

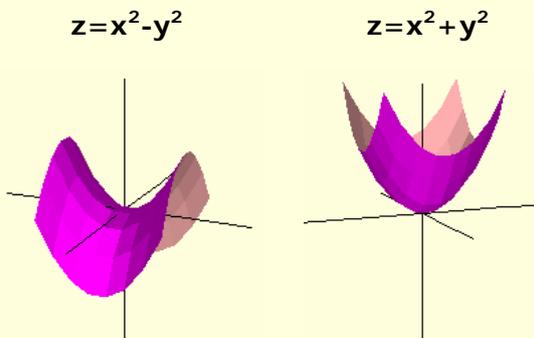
En este tema hemos trabajado con funciones que relacionaban a dos magnitudes: una variable independiente y una variable dependiente.

Sin embargo, a veces aparecen más de una variable independiente y, entonces, hablamos de funciones de varias variables.



Si tenemos dos variables independientes no podemos representar la función en un plano; necesitamos tres ejes perpendiculares: los dos horizontales para las variables independientes y el vertical para la variable dependiente. La función viene representada entonces por una superficie en lugar de una curva.

Aquí tienes dos ejemplos:



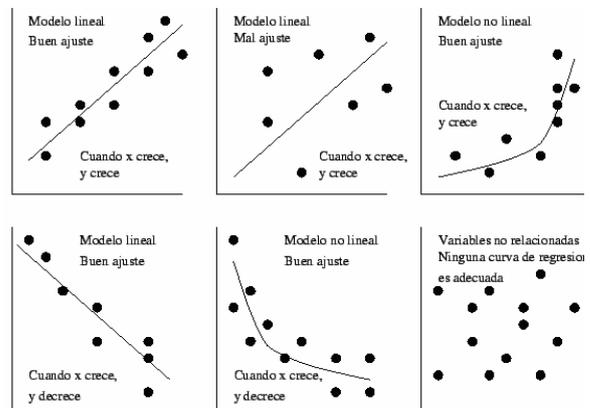
### Ajuste funcional

Quando un investigador analiza si existe una relación funcional entre dos variables, suele obtener un conjunto de datos de forma experimental que representa mediante una **nube de puntos**.

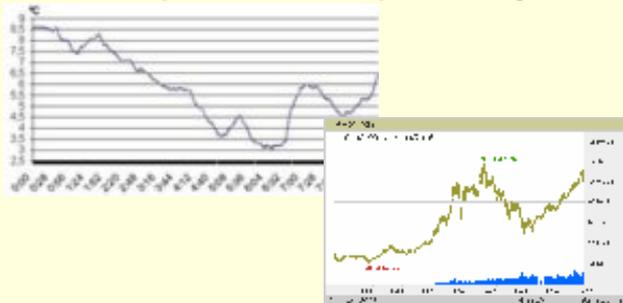
Mediante una técnica denominada **interpolación** se puede obtener una expresión algebraica a partir de las coordenadas de esos puntos.

Si la gráfica de la función obtenida se ajusta a esos puntos (aunque no sea de forma exacta) se acepta que existe una relación funcional entre esas variables y se usa la función obtenida para hacer predicciones aproximadas de otros valores que no se han obtenido de forma experimental.

En la imagen adjunta puedes ver algunos de estos tipos de ajustes.



### Funciones que no tienen expresión algebraica

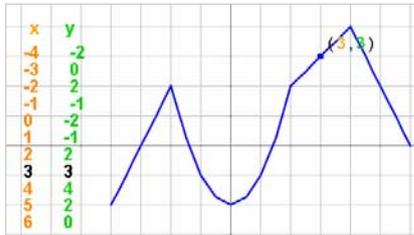


A pesar de lo dicho en el apartado anterior existen funciones que no admiten ningún tipo de expresión algebraica, por lo que es imposible predecir resultados futuros o pasados a partir de cualquier gráfica obtenida de forma experimental. Algunos ejemplos son las temperaturas y los valores de bolsa.

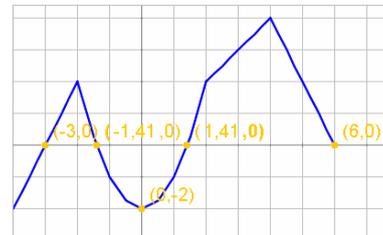


## Recuerda lo más importante

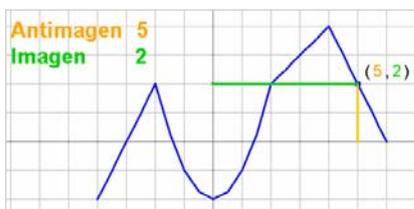
### ✓ Tabla y gráfica



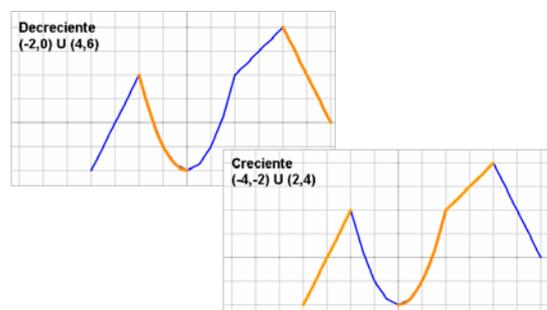
### ✓ Cortes con los ejes



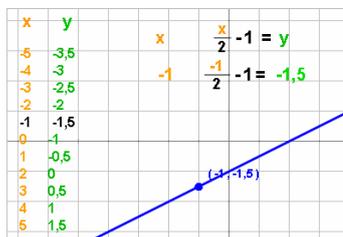
### ✓ Imagen y antiimagen



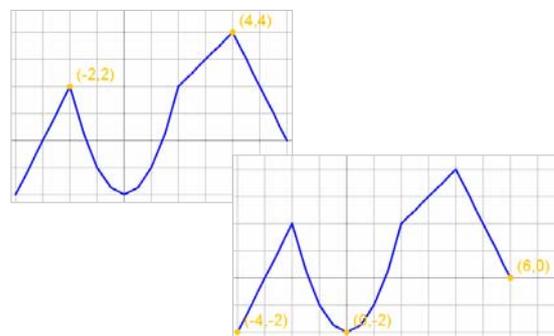
### ✓ Crecimiento y decrecimiento



### ✓ Expresión algebraica



### ✓ Máximos y mínimos



### ✓ Dominio y recorrido



### ✓ Máximos y mínimos

Para que una relación sea funcional cada valor de x debe tener sólo una imagen.

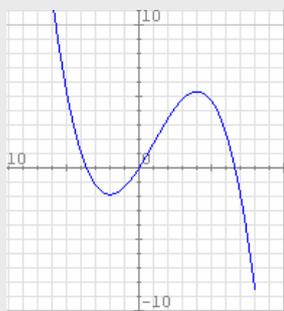
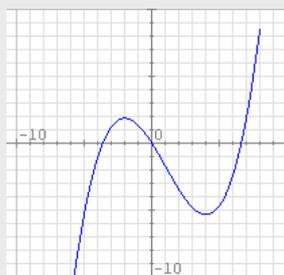
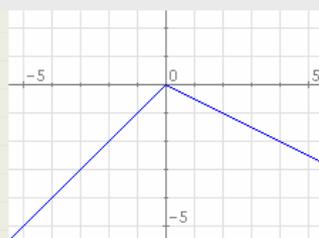
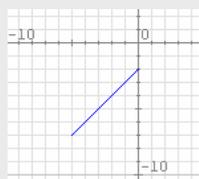
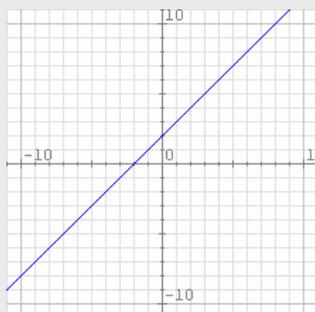
### ✓ Continuidad



### ✓ Periodicidad



## Autoevaluación



1. Indica cuál de las siguientes expresiones equivale a  $x=g(y)=4y-2$ .

- A)  $g: y \rightarrow 4y-2$       B)  $g: y \rightarrow 4x-2$   
 C)  $g: x \rightarrow 4y-2$       D)  $g: x \rightarrow 4x-2$

2. Averigua si el punto de coordenadas  $(-5, -22)$  pertenece a la gráfica de la función  $y=4x-2$ .

3. Calcula la imagen de 4 y la antiimagen de  $-2$  por la función del dibujo.

4. Calcula la imagen de 4 y la antiimagen de  $-2$  por la función  $y = x + 2$ .

5. Determina el dominio y el recorrido de la función adjunta.

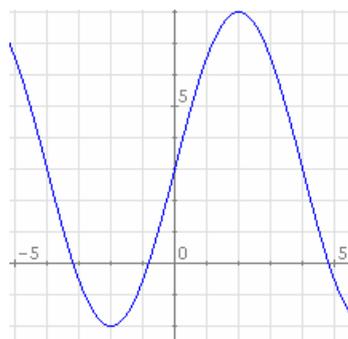
6. ¿Es continua la función de la imagen?

7. Calcula las coordenadas de los puntos de corte de la gráfica de la función  $y = 4x - 2$  con los ejes.

8. Halla el intervalo en el que la función adjunta no crece.

9. Halla los valores en los que la función de la imagen alcanza un mínimo y un máximo relativo.

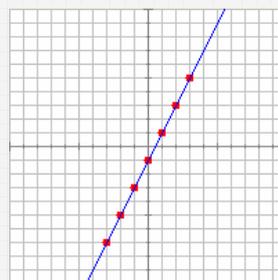
10. Determina el periodo de la función de la imagen.



## Soluciones de los ejercicios para practicar

1. P es función de T
2. El coste en función de la cantidad
- 3.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-7	-5	-3	-1	1	3	5



4. La imagen de  $-0,5$  es  $0,6$  y las anti-ímagenes de  $1,5$  son  $-1$  y  $3$
5. La imagen de  $0,2$  es  $2,6$  y la anti-íimagen de  $2,2$  es  $0,666$
6. No, porque a algunos valores de  $x$  le corresponden dos valores de  $y$ .
7. Dominio de  $f$  es  $[-9,8]$  Recorrido de  $f$  es  $[-14,6]$
8. Discontinua
9. El agua se congela a  $32^{\circ}\text{F}$ ;  $0^{\circ}\text{F} = -17,8^{\circ}\text{C}$ .
10.  $(0,4)$  y  $(-4,0)$
11. La concentración aumenta rápidamente en la primera hora y media (función creciente) y a partir de entonces empieza a disminuir cada vez más lentamente (función decreciente)
12. Tiene un máximo en  $x=-5$  y un mínimo en  $x=1$ .
13. El periodo es  $6$  y  $f(23)$  vale, aproximadamente,  $-1,7$



## Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. Respuesta A.
2. Sí pertenece a la gráfica.
3. La imagen de  $4$  es  $6$  y la anti-íimagen de  $-2$  es  $-4$ .
4. Las mismas del ejercicio anterior.
5.  $\text{Dom } f = [-5,0]$   $\text{Im } f = [-7,-2]$
6. Sí es continua porque puede dibujarse sin levantar el lápiz del papel.
7.  $(0,5,0)$  y  $(0,-2)$
8. La función decrece entre  $-2$  y  $4$ .
9. Alcanza un mínimo en  $x=-2$  y un máximo en  $x=4$ .
10. El periodo es  $8$

No olvidéis enviar las actividades al tutor ►