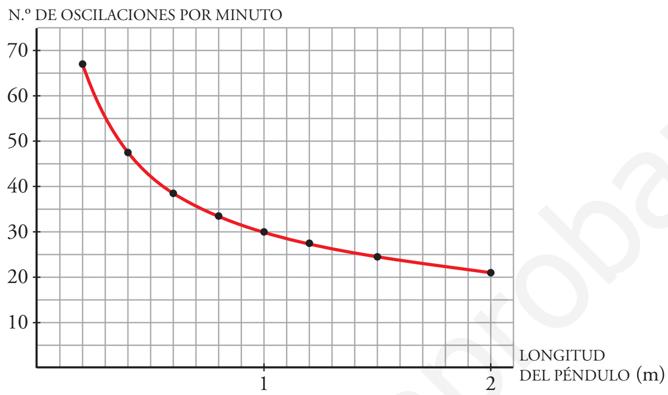
7 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 131

PARA EMPEZAR…

▼ Una función para las oscilaciones de un péndulo

- **Representa en tu cuaderno las observaciones, en una cuadrícula como la que aquí te proponemos.**



- **Comprueba que los valores obtenidos en la tabla responden bastante bien a la siguiente relación:** $n = \dfrac{30}{\sqrt{l}}$.

Con calculadora: 30 ÷ √ 2 = 21.21320343 $\simeq$ 21

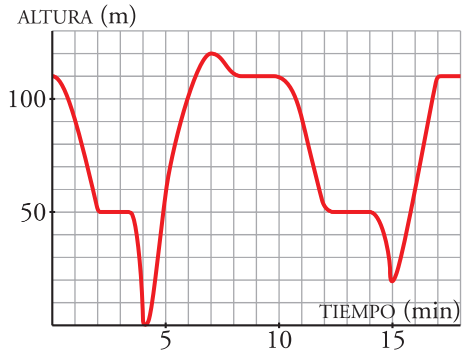
30 ÷ √ 1,5 = 24.49489742 $\simeq$ 24,5

Etcétera.

7 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 132

1 Observando la gráfica, responde:



a) ¿A qué altura se encuentra el nido?

b) ¿A qué altura estaba el águila a los cinco minutos de empezar la observación?

c) ¿Desde qué altura otea para buscar caza?

d) ¿En qué instante caza al conejo?

e) ¿Cuánto tiempo pasa en el nido con su pareja y sus polluelos después de cazar al conejo?

f) ¿A qué altura volaba la paloma que caza?

g) Desde que caza a la paloma, ¿cuánto tarda en subir al nido? Halla la velocidad de subida en metros por minuto.

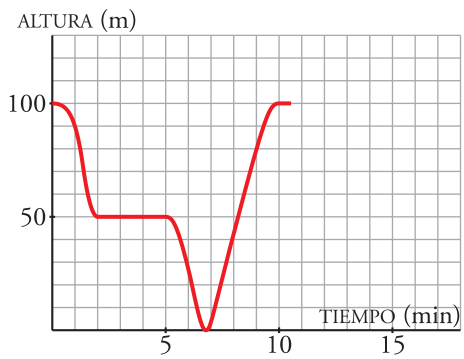
a) A 110 metros. b) A 60 metros. c) A 50 metros.

d) A los 4 minutos. e) 2 minutos. f) A 20 metros.

g) Desde que caza la paloma tarda 2 minutos en subir al nido. La velocidad de subida es de 45 m/min.

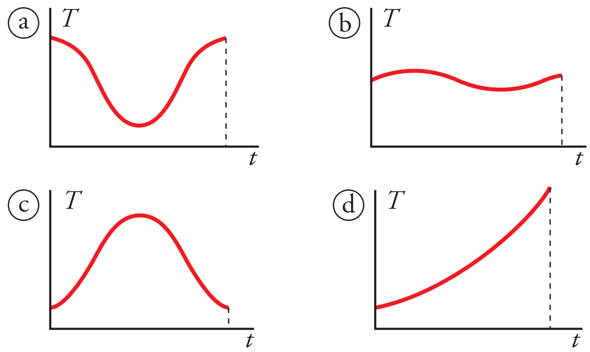
2 En unos ejes cartesianos, describe 10 minutos de un posible vuelo de una cigüeña, desde que sale de su nido en el campanario de una iglesia hasta que vuelve a él, después de haber cazado una rana.

Respuesta abierta. Una posible gráfica es la siguiente:



PÁGINA 133

3 **Estas cuatro gráficas representan la temperatura máxima diaria (T) de cuatro ciudades, a lo largo del tiempo (t), durante un cierto año:**



a) A la vista de las gráficas, ¿en cuál de estas cuatro ciudades oscila en menor medida la temperatura?

b) Una gráfica corresponde a una ciudad de nuestro país, y otra, a una ciudad de nuestras antípodas. ¿Qué gráficas son? Razona la respuesta.

c) Una gráfica es absurda. ¿Cuál es? ¿Por qué?

d) Elige una escala adecuada para cada variable y gradúa cada uno de los ejes.

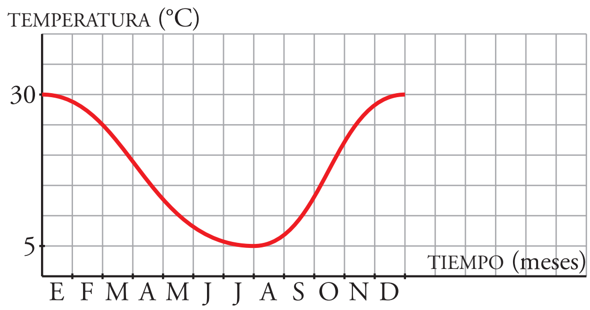
e) ¿Cuál es el dominio de las cuatro gráficas? A la vista de los recorridos de (a) y (b), ¿qué puedes decir del clima de esas ciudades?

a) En la representada en la gráfica (b).

b) La (c) pertenece a nuestro país (frío a principios y a final de año, calor a mediados de año), y la (a), al de nuestras antípodas. Esto es porque cuando en un país es invierno, en el otro es verano, y viceversa.

c) La gráfica (d) es absurda, porque empieza el año haciendo mucho frío y termina haciendo mucho calor. Esto no tiene sentido ya que cuando termina un año empieza otro, por lo que la gráfica debería empezar y terminar aproximadamente en la misma temperatura.

d) Con las otras gráficas utilizaríamos las mismas escalas.



e) El dominio de las cuatro gráficas es [0, 1].

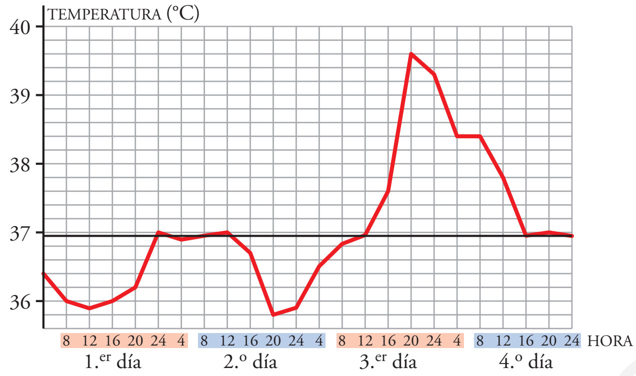
El clima de (a) es claramente continental, pues tiene temperaturas muy altas en verano y muy bajas en invierno.

El clima de (b) es tropical o semitropical, porque sus temperaturas se mantienen templadas todo el año.

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 135

1 **La gráfica siguiente refleja la temperatura de un enfermo durante cuatro días:**



a) Desde las 12 h a las 24 h del 1.er día hay un *tramo creciente*. Describe otro tramo en el que la función sea creciente.

b) Describe dos tramos en los que la función sea *decreciente*.

c) Señala el *máximo*, indicando en qué momento se produce y qué temperatura alcanza el enfermo.

d) Señala el *mínimo*, indicando el momento y la temperatura.

a) Por ejemplo: desde las 20 h del 2.° día hasta las 20 h del 3.er día.

b) Por ejemplo:

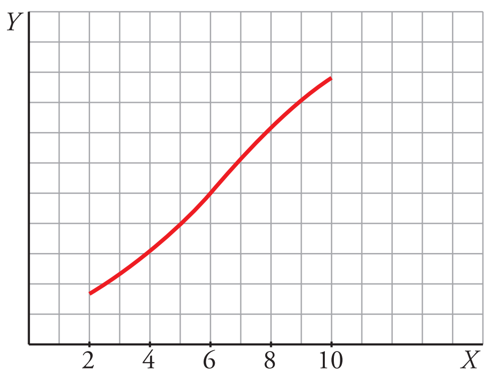
— Desde las 2 h del 3.er día hasta las 4 h del 3.er día.

— Desde las 8 h del 4.° día hasta las 16 h del 4.° día.

c) El máximo de temperatura que alcanza es 39,6 °C, a las 20 h del 3.er día.

d) El mínimo de temperatura que alcanza es 35,8 °C, a las 20 h del 2.° día.

2 **En unos ejes cartesianos representados sobre papel cuadriculado, representa una función definida en el intervalo 2-10 que sea creciente en todo el tramo.**



Soluciones a las actividades de cada epígrafe

3 **Representa una función definida en el intervalo 0-12 que tenga un mínimo en el punto (3, 2) y un máximo en (7, 8). Describe un tramo creciente y un tramo decreciente.**

Creciente de 3 hasta 7. Decreciente de 0 hasta 3 y de 7 hasta 12.

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 136

1 **Una madre mira a su hijo dar vueltas en unos caballitos. En cada vuelta, que dura 30 s, se acercan hasta casi tocarse (2 m) y se alejan hasta 24 m.**

Representa en unos ejes la función:

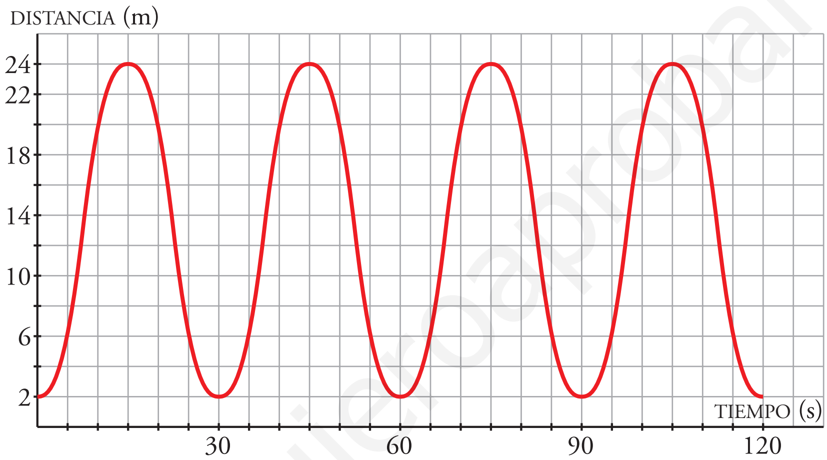
tiempo **→** ***distancia***

Para ello, toma las escalas siguientes:

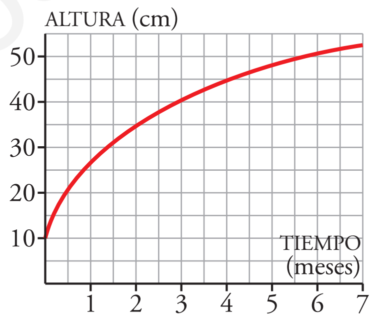
— Eje *X*: 1 cuadradito = 5 segundos

— Eje *Y*: 1 cuadradito = 2 metros

Representa un intervalo correspondiente a 4 vueltas.



2 **La gráfica representa el tamaño de una planta con el paso del tiempo.**



a) ¿Cuánto medía cuando se plantó?

b) ¿Es la función creciente? Explica por qué es lógico que lo sea.

c) ¿Se aprecia alguna tendencia en la función?

a) Medía 10 cm.

b) La función es creciente, porque a medida que aumenta la x, aumenta la y.

c) Paraece que la altura de la planta se aproxima a 55 cm o a 60 cm.

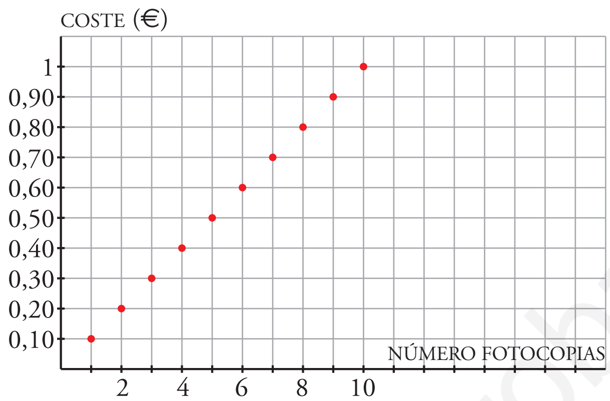
Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 137

1 **El precio de una fotocopia es 0,10 €. Representa esta función:**

número de fotocopias → coste

¿Se pueden unir los puntos de la gráfica?



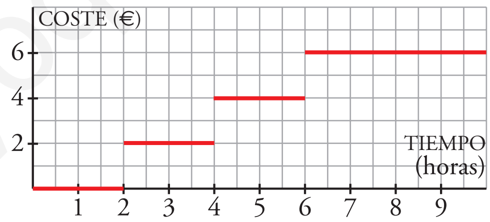
No se pueden unir los puntos ya que la variable independiente solo tiene sentido para los valores 0, 1, 2, 3, 4, … y no para los intermedios.

2 **La gráfica de la derecha muestra las tarifas del aparcamiento de un centro comercial.**

a) ¿Cuánto pagamos si estamos 1 h?

b) ¿Y si estamos 2 h y 30 min? ¿Y si estamos 8 h?

c) ¿Es una función continua?



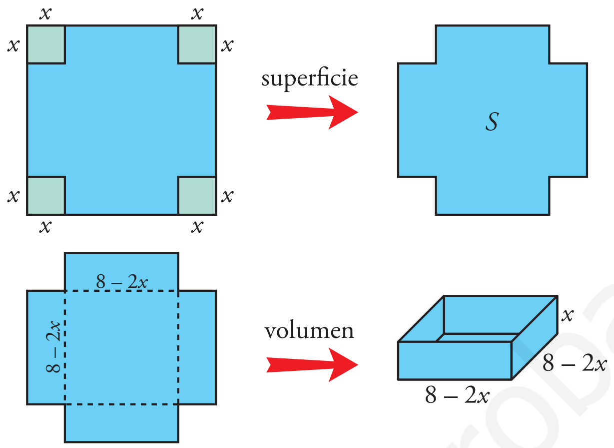
a) Nada.

b) Pagamos 2 € si estamos 2 h 30 min, y 6 € si estamos 8 h.

c) No es continua.

PÁGINA 139

1 **Disponemos de una cartulina cuadrada de 8 dm de lado. Cortamos cuadraditos de lado x en las esquinas, tal como se indica en la figura y queremos saber la superficie de la figura que queda.**



Para obtener la expresión analítica de la superficie, S, resta al área del cuadrado el área de los cuadraditos cortados.

a) ¿Cuál es la expresión de la superficie S?

b) ¿Cuál es su dominio de definición?

c) ¿Y el volumen de la caja que se puede formar?

a) $S = 64 - 4x^2$

b) Todos los valores comprendidos entre cero y cuatro.

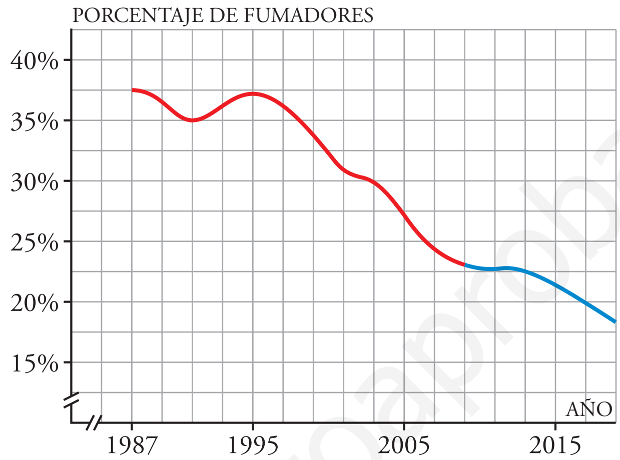
c) $V = (8 - 2x)^2 \cdot x = 64x - 32x^2 + 4x^3$

PÁGINA 140

Practica

Interpretación de gráficas

1 ▼▽▽ **En la gráfica siguiente viene representado el porcentaje de fumadores en España en los últimos años (parte roja), así como la previsión de cómo se supone que irá evolucionando dicho porcentaje en los años próximos (parte azul):**



a) ¿Cuáles son las dos variables que se relacionan?

b) ¿Entre qué años se ha hecho el estudio? ¿En cuáles hay solamente previsiones y no datos reales?

c) ¿Cuál es la escala que se ha considerado en el eje *X*? ¿Y en el eje *Y*?

d) Observa que tanto en el eje *X* como en el eje *Y* aparecen dos rayitas señaladas. ¿Cuál crees que es su significado?

e) ¿Cuál era el porcentaje de fumadores en el año 1987? ¿Y en 1991? ¿Y en 1995? ¿Y en 2005?

f) ¿En qué años se dio el porcentaje más alto de fumadores?

g) ¿Cuál es el porcentaje de fumadores previsto (aproximadamente) para el año 2015? ¿Y para 2017?

h) Si las previsiones se cumplieran respecto al porcentaje de fumadores, ¿este irá aumentando o disminuyendo en los próximos años?

i) Haz una descripción global de la gráfica, indicando el dominio, el crecimiento y el decrecimiento de la función, y sus máximos y mínimos.

a) Variable independiente: tiempo.

Variable dependiente: porcentaje de fumadores.

b) El estudio se ha hecho entre 1987 y 2009.

A partir de 2009.

c) Eje X: un cuadrado son dos años.

Eje Y: un cuadrado son 2,5%.

d) Las rayitas son “roturas de los ejes” e indican que no empezamos a contar de cero.

e) 1987: 37,5%; 1991: 35%; 1995: 37,5%; 2005: 27,5%.

f) El porcentaje más alto de fumadores se dio en los años 1987 y 1995 con un 37,5%.

g) El porcentaje de fumadores previsto para 2015 es, aproximadamente, 21,5%, y para 2017, 10%.

h) Disminuyendo.

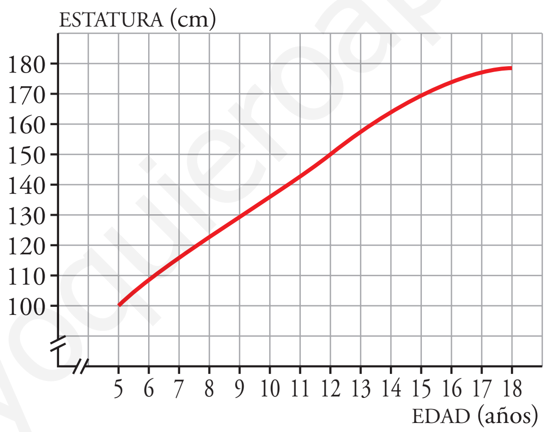
i) Dominio: desde 1987 hasta 2019.

Crecimiento: desde 1991 hasta 1995.

Decrecimiento: desde 1987 hasta 1991 y de 1995 hasta 2019.

Hay un máximo en 1995 y un mínimo en 1991.

2 ▼▽▽ **La estatura de Óscar entre los 5 y los 18 años viene representada en esta gráfica:**



a) ¿Cuáles son las variables que intervienen?

b) ¿Qué escala se utiliza para cada variable?

c) ¿Cuántos centímetros creció entre los 5 y los 8 años? ¿Y entre los 15 y los 18? ¿En cuál de estos dos intervalos el crecimiento fue mayor?

d) Observa que la gráfica al final crece más lentamente. ¿Crees que aumentará mucho más la estatura o que se estabilizará en torno a algún valor?

a) Variable independiente: edad.

Variable dependiente: estatura.

b) Eje X: un cuadrado es un año.

Eje Y: un cuadrado son 10 cm.

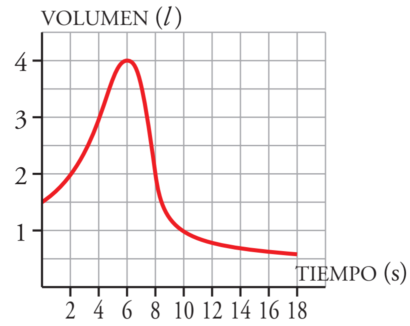
c) Entre los 5 y los 8 años creció 23 cm, y entre los 15 y los 18 años, 9 cm. El crecimiento fue mayor entre los 5 y los 8 años.

d) Por la trayectoria de la gráfica, parece que se estabilizará alrededor de 180 cm.

Soluciones a "Ejercicios y problemas"

3 ▼▽▽ **Para medir la capacidad espiratoria de los pulmones, se hace una prueba que consiste en inspirar al máximo y, después, espirar tan rápido como se pueda en un aparato llamado espirómetro.**

Esta curva indica el volumen de aire que entra y sale de los pulmones.



a) ¿Cuál es el volumen en el momento inicial?

b) ¿Cuánto tiempo duró la observación?

c) ¿Cuál es la capacidad máxima de los pulmones de esta persona?

d) ¿Cuál es el volumen a los 10 segundos de iniciarse la prueba? ¿Y cuando termina?

a) 1,5 litros.

b) 18 segundos.

c) 4 litros.

d) A los 10 segundos, el volumen era de 1 litro. Cuando la prueba termina, el volumen de aire en los pulmones es de 0,6 litros.

Soluciones a "Ejercicios y problemas"

PÁGINA 141

4 ▼▼▽ **Cuatro amigos, Raquel, David, Isabel y Felipe, han quedado en la puerta del auditorio para asistir a un concierto de su grupo favorito. Al verse, han comentado cómo ha sido su recorrido:**

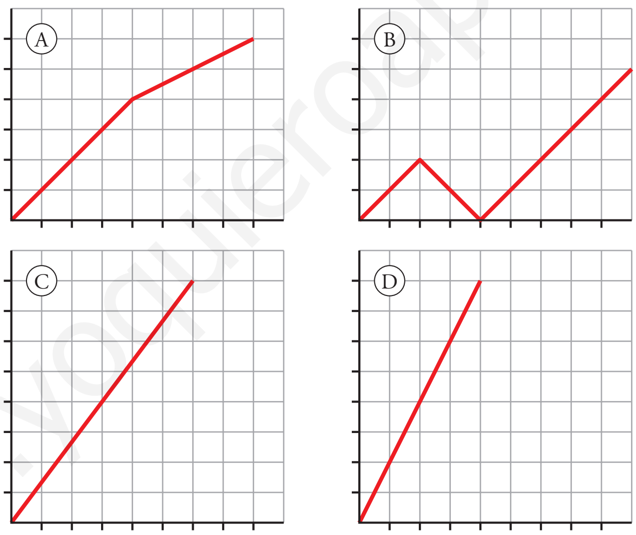
RAQUEL: ***He venido en coche. Además, he tenido mucha suerte, porque no he encontrado ningún atasco y he podido llegar directamente.***

DAVID: ***Pues yo venía muy bien, pero al darme cuenta de que había olvidado la entrada, he vuelto a por ella y, después, ya he venido bien hasta aquí.***

ISABEL: ***Yo venía andando a un paso rápido, pero me he encontrado con Ana a mitad de camino y hemos venido juntas con mucha más calma.***

FELIPE: ***Yo me he traído la moto y he venido directamente por un atajo. No he venido tan rápido como Raquel, pero lo he hecho de un tirón.***

Cada una de las gráficas siguientes muestra, en distinto orden, el movimiento que han llevado desde la salida de sus casas hasta la puerta del auditorio:



a) ¿Cuál es la gráfica que corresponde a la descripción que ha hecho cada uno?

b) ¿Quién vive más cerca del auditorio?

c) ¿Quién tardó menos tiempo en llegar?

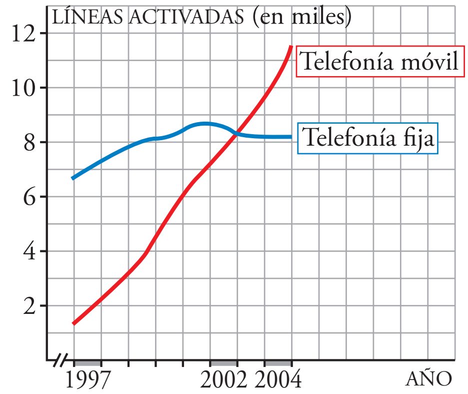
a) Raquel → D; David → B; Isabel → A; Felipe → C

b) David.

c) Raquel.

7 Soluciones a “Ejercicios y problemas”

5 ▼▽▽ **El uso de teléfonos móviles ha aumentado mucho en los últimos años. Sin embargo, la telefonía fija no ha sufrido grandes variaciones. En esta gráfica vemos qué ha ocurrido en una gran ciudad:**



a) **¿Cuántas líneas de telefonía fija y móvil había activadas, aproximadamente, a principios de 1997? ¿Y a principios de 2002? ¿Y a finales de 2004?**

b) **¿En qué momento (aproximado) había igual número de líneas de teléfonos fijos que de móviles?**

c) **¿Cuál ha sido el aumento de líneas en la telefonía fija de principios de 1997 a finales de 2004? ¿Y en la móvil? ¿En cuál ha sido mayor el aumento?**

a) Año 1997: → Telefonía fija: 6 500 líneas.
→ Telefonía móvil: 1 500 líneas.

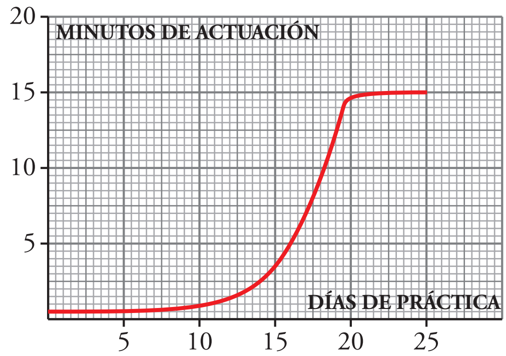
Año 2002: → Telefonía fija: 8 700 líneas.
→ Telefonía móvil: 7 200 líneas.

Año 2004: → Telefonía fija: 8 200 líneas.
→ Telefonía móvil: 9 900 líneas.

b) Al comienzo del año 2003.

c) El aumento de líneas activadas en la telefonía fija desde principio de 1997 a finales de 2004 es de 1 700 líneas, y en la telefonía móvil, de 10 000 líneas. El aumento ha sido mucho mayor en la telefonía móvil.

6 ▼▼▽ **Elvira está aprendiendo un juego de malabarismo y ha practicado unos días durante una hora. A medida que adquiere destreza, consigue actuar durante más tiempo. Observa la gráfica y responde:**



a) ¿Cuántos días ha estado practicando Elvira?

b) Según aumenta el número de días de práctica, ¿aumenta o disminuye el tiempo de actuación?

c) ¿Cuánto aumenta el tiempo de actuación en los 10 primeros días? ¿Y en los 10 siguientes? ¿Qué ocurre en los 5 últimos?

d) El tiempo máximo de actuación se ha ido estabilizando en torno a un valor. ¿Qué valor es?

a) 25 días.

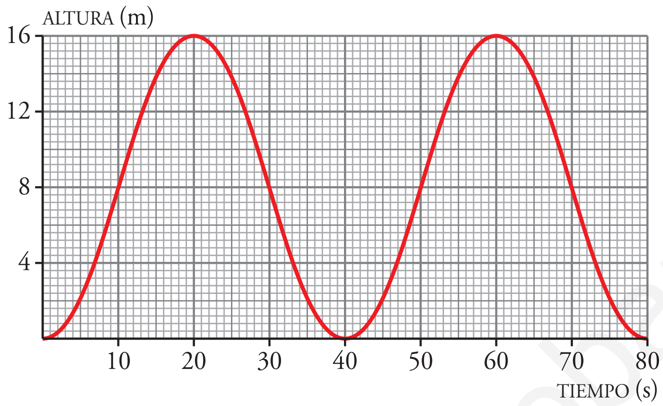
b) Aumenta.

c) En los 10 primeros días, el tiempo de actuación aumenta medio minuto; en los 10 días siguientes, aumenta 13,5 minutos, y en los últimos 5 días, aumenta otro medio minuto.

d) 15minutos.

PÁGINA 142

7 ▼▼▽ **Los cestillos de una noria van subiendo y bajando a medida que la noria gira. Esta es la representación gráfica de la función *tiempo-distancia al suelo* de uno de los cestillos:**



a) ¿Cuánto tarda en dar una vuelta completa?

b) Observa cuál es la altura máxima y di cuál es el radio de la noria.

c) Explica cómo calcular la altura a los 130 segundos sin necesidad de continuar la gráfica.

a) 40 segundos.

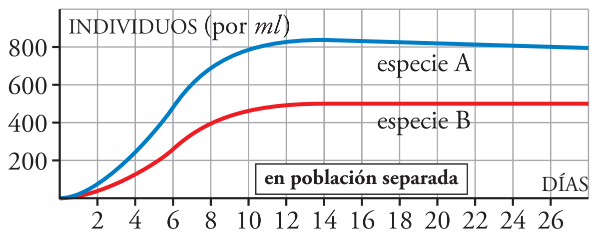
b) Altura máxima = 16 m

Radio de la noria = 8 m

c) A los 130 segundos está a 8 m de altura. Si divides 130 segundos entre 40 segundos que dura una vuelta, el resultado es 3,25 = 3 + 1/4. Por tanto, a los 130 segundos se han dado 3 vueltas y un cuarto.

Al cuarto de vuelta la altura es de 8 metros.

8 ▼▼▽ **Se ha realizado una experiencia con dos especies de seres vivos. La gráfica siguiente nos muestra el crecimiento de cada una de ellas, criándose por separado y en idénticas condiciones:**



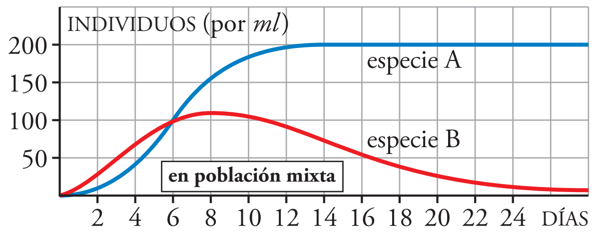
a) El número de individuos de cada especie, ¿crece indefinidamente o se va estabilizando en torno a algún valor?

b) ¿A qué valor tiende el número de individuos por mililitro en la especie A (en las condiciones estudiadas que se muestran en la gráfica)?

c) ¿Cuál de las dos especies se multiplica más rápidamente?

Soluciones a "Ejercicios y problemas"

Observa en esta otra gráfica lo que sucede cuando se crían las dos especies en un mismo recipiente, compitiendo por el alimento:



d) **Ambas poblaciones crecen de forma más lenta estando juntas que si se crían por separado. ¿A qué valor tiende el número de individuos de la especie A en este caso? (Observa los valores considerados en el eje *Y* en cada una de las dos gráficas. Fíjate en que la escala es distinta).**

e) ¿Cuál es el número máximo de individuos que alcanza la población de la especie B?

f) ¿A qué valor tiende el número de individuos de B al avanzar los días? (Como la especie A se multiplica más rápidamente, consume más alimento; lo que hace que B tienda a desaparecer).

a) Se estabiliza.

b) A 800 individuos por mililitro.

c) La especie A.

d) A 200 individuos por mililitro.

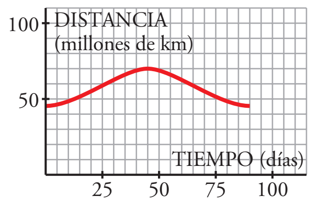
e) Aproximadamente, 110 individuos.

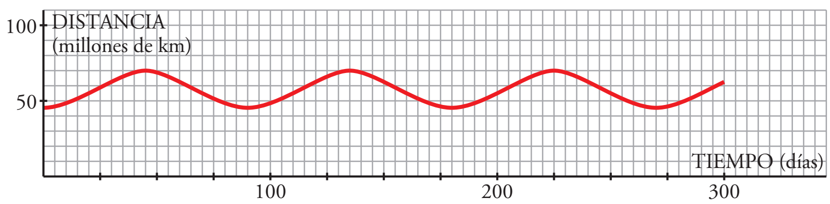
f) A 0 individuos, la población B tiende a desaparecer.

Resuelve problemas

9 ▼▼▽ **Mercurio tarda 88 días en completar su órbita alrededor del Sol. Su distancia al Sol oscila entre 70 y 46 millones de kilómetros.**

Completa la gráfica de la distancia de Mercurio al Sol durante 300 días.





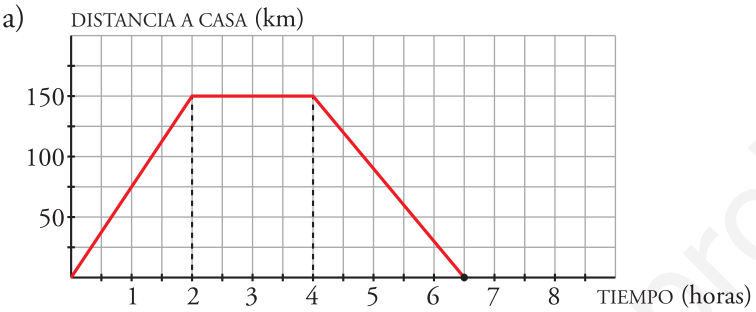
10 ▼▼▽ **Luis ha tardado 2 horas en llegar desde su casa a una ciudad situada a 150 km de distancia, en la que tenía que asistir a una reunión de trabajo. Ha permanecido 2 horas en la ciudad y ha vuelto a su casa, invirtiendo 2 horas y media en el viaje de vuelta.**

a) Representa la gráfica *tiempo-distancia* a su casa.

b) Si suponemos que la velocidad es constante en el viaje de ida, ¿cuál sería esa velocidad?

c) Si también suponemos que la velocidad es constante en el viaje de vuelta, ¿cuál sería esa velocidad?

a)



b) $v = \dfrac{150 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 75 \text{ km/h}$

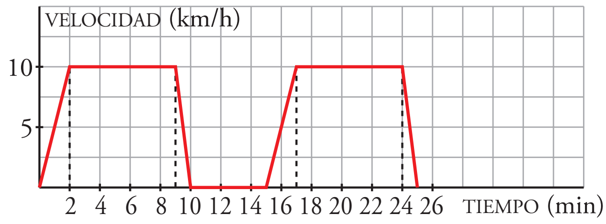
c) $v = \dfrac{150 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 60 \text{ km/h}$

Soluciones a “Ejercicios y problemas”

PÁGINA 143

11 ▼▽▽ **Un tiovivo acelera durante 2 minutos hasta alcanzar una velocidad de 10 km/h. Permanece a esta velocidad durante 7 minutos y decelera hasta parar en 1 minuto. Tras permanecer 5 minutos parado, comienza otra vuelta.**

Dibuja la gráfica *tiempo-velocidad*.



12 ▼▼▽ **La libra es una unidad de peso que equivale a 0,45 kg.**

a) Completa la tabla siguiente:

x (LIBRAS)	**0,5**	**1**	**1,5**	**2**	**3**	**4**	***x***
y (KILOS)		**0,45**					

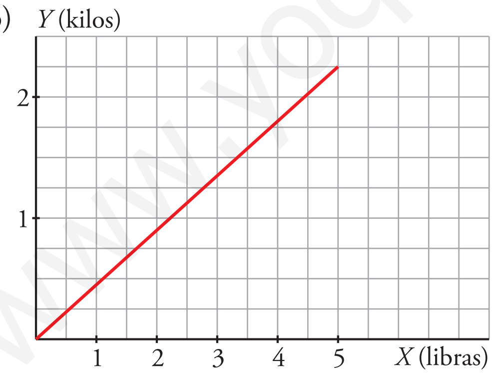
b) Representa la función que convierte libras en kilogramos.

c) Obtén la expresión analítica que relaciona estas dos variables.

a)

x (LIBRAS)	0,5	1	1,5	2	3	4	x
y (KILOS)	0,225	0,45	0,675	0,9	1,35	1,8	$0{,}45x$

b)



c) $y = 0{,}45x$

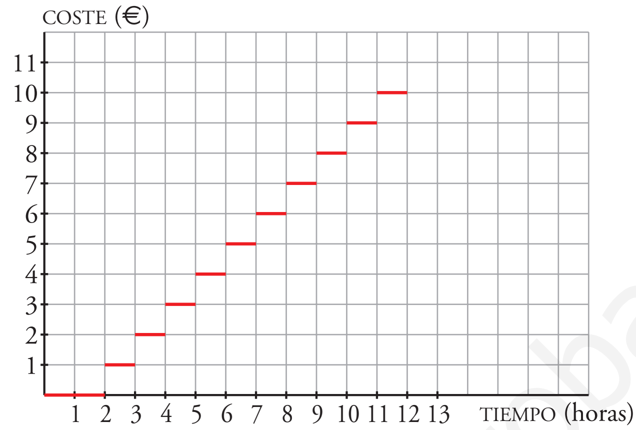
13 ▼▼▽ **Desde la concejalía de juventud del ayuntamiento de un pueblo se quiere promover el uso de la bicicleta. Para ello, han decidido alquilarlas según las tarifas siguientes:**

HORARIO: DE 9 DE LA MAÑANA A 9 DE LA NOCHE
Las dos primeras horas . . . . gratuito
3.ª hora o fracción, y sucesivas . . . . 1 €

El tiempo máximo diario es de 12 horas (desde las 9 de la mañana hasta las 9 de la noche).

Representa la gráfica de la función:

tiempo de uso de la bici-coste



14 **La dosis de un medicamento es de 0,25 g por cada kilo de peso del paciente, hasta un máximo de 15 g.**

a) ¿Cuántos gramos tiene que tomar un niño de 10 kg? ¿Y otro de 30 kg? ¿Y una persona de 70 kg?

b) ¿A partir de qué peso se toma la dosis máxima?

c) Representa la función *peso del paciente-dosis indicada*.

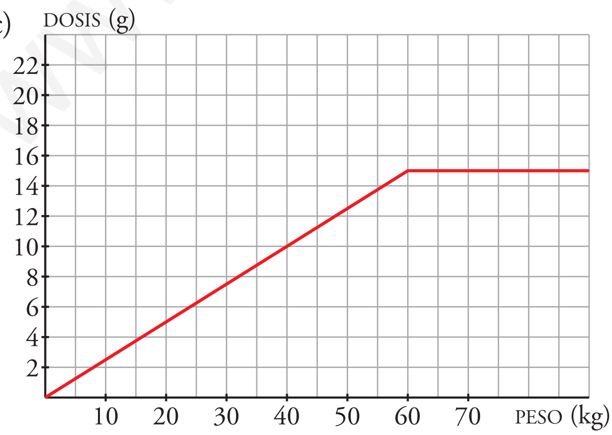
a) $10 \cdot 0,25 = 2,5$ g de medicamento tiene que tomar un niño de 10 kg.

$30 \cdot 0,25 = 7,5$ g de medicamento tiene que tomar un niño de 30 kg.

$70 \cdot 0,25 = 17,5$ g. Como se pasa del máximo, la persona de 68 kg tiene que tomar 15 g de medicamento.

b) A partir de 60 kg.

c)



Soluciones a "Ejercicios y problemas"

15 ▼▼▽ **La tabla recoge la medida del perímetro del cráneo de un niño en los primeros meses de vida:**

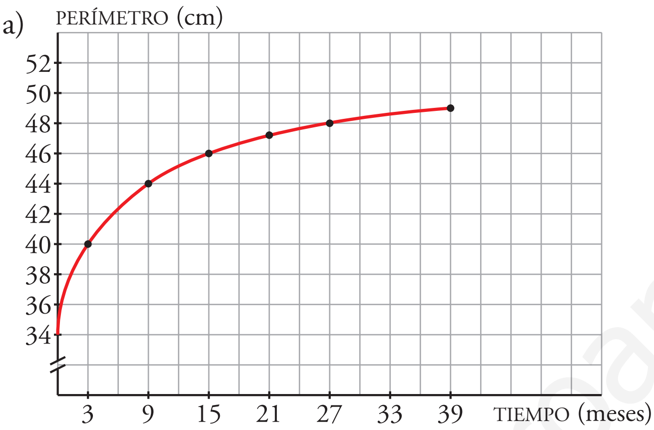
TIEMPO (meses)	0	3	9	15	21	27	33
PERÍMETRO (cm)	34	40	44	46	47	48	49

a) Haz una gráfica relacionando estas dos variables. Elige una escala adecuada.

b) ¿Qué tendencia se observa en el crecimiento del cráneo de un niño?

c) ¿Cuánto crees que medirá el perímetro craneal de un niño de 3 años?

a)



b) Al principio, el cráneo crece rápidamente, pero al pasar el tiempo, el crecimiento es cada vez menor.

c) Poco más de 49 cm.

16 ▼▼▽ **Haz una tabla de valores en la que se relacionen la base y la altura de los rectángulos cuya área es de 12 m².**

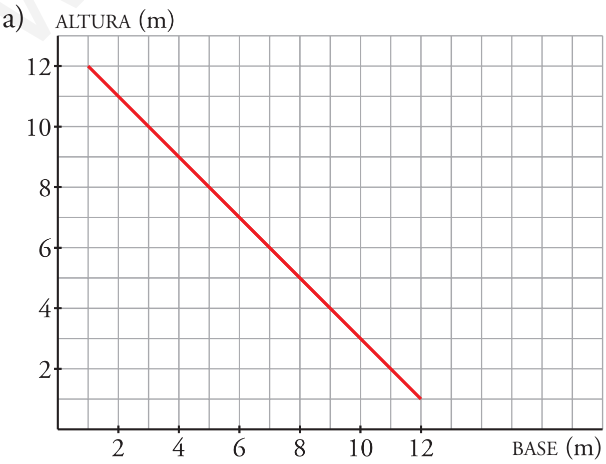
a) Representa gráficamente esta función.

b) ¿Cuál de las tres expresiones siguientes corresponde a esta función?:

$$y = \frac{x}{12} \qquad y = \frac{12}{x} \qquad y = 12x$$

BASE, x (m)	1	2	3	4	5	12	x
ALTURA, y (m)	12	6	4	3	2	1	$12/x$

a)



b) $y = \dfrac{12}{x}$

Soluciones a "Ejercicios y problemas"

Problemas "+"

17 ▼▼▽ **Un meteorólogo se encuentra en lo alto de un puerto de montaña midiendo las variaciones de las temperaturas nocturnas con un termómetro de precisión. Por radio, transmite los datos a la estación científica más próxima, donde construyen la correspondiente gráfica.**

La primera transmisión fue así:

—"O.K… Comienzo mis observaciones: son las 20:00 h de la noche (las –4 h, porque faltan 4 horas para las 0:00 h). Transmitiré temperaturas cada dos horas, o cada hora si observo alguna variación importante, hasta las 10:00 h de la mañana. Ahora el termómetro marca 4 grados bajo cero…".

La tabla adjunta muestra los datos transmitidos. En la última comunicación dijo que la temperatura estaba estabilizándose.

t (h)	–4	–2	0	2	4	6	7	8	9
T (°C)	–4	–3,75	–3,25	–2	0	4	3	0,5	2

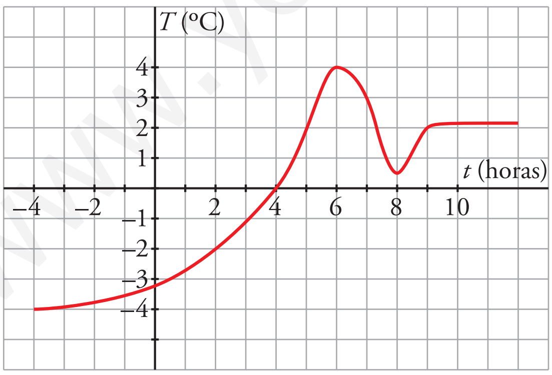
a) Representa la gráfica *tiempo-temperatura* (*t*-*T*) que elaborarán en la estación científica.

b) ¿Cuál es el dominio de la función? ¿Cuál es el recorrido?

c) ¿En qué valores la gráfica corta a cada uno de los ejes? Explica su significado.

d) ¿En qué periodo de tiempo la temperatura asciende, por hora, más lentamente? ¿Y más rápidamente? ¿En qué momento es máxima?

e) ¿Se mantiene estable la temperatura a partir de algún momento? ¿Hacia qué valor tiende?

a) 

b) Dominio [–4, 10]. Recorrido [–4, 4]

c) Corta al eje *t*(horas) en $t = 4$. Punto (4, 0); corta al eje *T* (temperatura en °C) en $T = –3{,}25$. Punto (0; –3,25).

d) La temperatura asciende más rápidamente en el intervalo [4, 6], 2 grados por hora.

El crecimiento más lento se da en el intervalo [–4, 0], 0,75° en 4 horas.

La temperatura máxima se da a las 6 horas.

e) Se estabiliza a partir de las 9. Tiende a 2 °C.

PÁGINA 144

18 ▼▼▼ **El agua que vierte una fuente ornamental de un parque proviene de una cisterna oculta, cuya altura es de 90 cm. Antes de abrir el parque se procede a su llenado abriendo la llave de entrada de agua. Tarda 3 minutos, observándose una relación entre la altura a del agua en la cisterna y el tiempo t transcurrido, dada por la siguiente tabla:**

t (min)	0	1	1,5	2	3
a (cm)	0	50	67,5	80	90

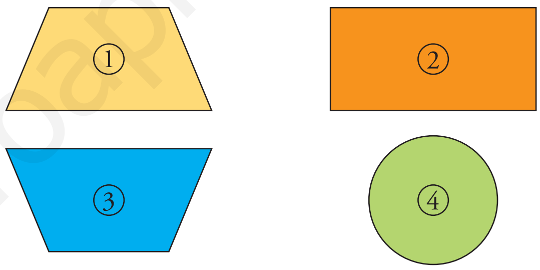
A continuación, la cisterna se vacía en 3 min, a la misma velocidad. Durante 1 min, el agua circula por las tuberías de la fuente, regresando a la cisterna para llenarla, y así sucesivamente.

a) Completa la tabla anterior hasta un tiempo de 15 minutos. Haz la gráfica de la función $t \to a$.

b) ¿Es continua dicha función? ¿Es periódica? ¿Cuál es su periodo? ¿En qué valores de t la cisterna está llena?

c) Durante el llenado, ¿sube el agua con igual rapidez en cada minuto? Justifícalo.

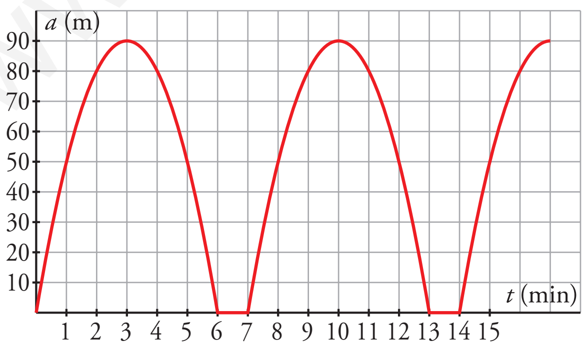
d) Teniendo en cuenta lo descubierto en c), ¿cuál de estas figuras representa la forma de la cisterna?



a)

t (min)	0	1	1,5	2	3	4	4,5	5	6	7
a (cm)	0	50	67,5	80	90	80	67,5	50	0	0

t (min)	8	8,5	9	10	11	11,5	12	13	14	15
a (cm)	50	67,5	80	90	80	67,5	50	0	0	50



b) La función es continua y periódica. El periodo es 7 min. La cisterna está llena a los 3 minutos, $t = 3$, y a los 10 minutos, $t = 10$ min.

c) En el primer minuto de llenado el agua sube 50 cm. Entre 1 y 2 minutos sube 30 cm y entre 2 y 3 sube 10 cm. Sube más rápidamente en el primer minuto.

d) La cisterna tiene la forma 3 porque al ser más estrecha en la parte de abajo sube la altura del agua más rápidamente que en la parte supeerior donde la cisterna es más ancha.

19 ▼▼▼ **El aparcamiento de un rascacielos de oficinas tiene una afluencia de entrada y salida de coches que varía cada hora. Hoy es viernes: se ha abierto a las 8 de la mañana y, durante la primera hora, entran 5 coches por minuto. Entre las 9 y las 10 h entran 3 coches por minuto. De 10 a 11 h entran 2 coches por minuto y sale 1 coche cada 3 minutos. De 11 a 12 h, el aparcamiento está completo. De 12 a 13 horas entra 1 coche y salen 2, cada minuto. A partir de las 13 horas comienza a vaciarse, a un ritmo de 5 coches cada 2 minutos.**

Suponemos en todo momento que cualquier coche que entra se queda un tiempo determinado.

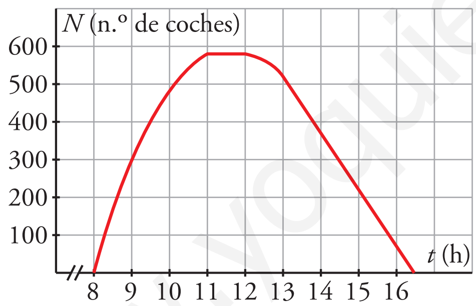
a) Construye la tabla y la gráfica que relaciona N (número de coches que hay en el aparcamiento) con t (horas del día).

b) ¿Cuál es la capacidad máxima del aparcamiento? ¿Entre qué periodos de la mañana es creciente la afluencia? ¿Y decreciente?

c) ¿Cuántos coches quedan a las 15 h? ¿A qué hora está, nuevamente, vacío?

a)

***t* (h)**	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N	0	300	480	580	580	520	370	220	70



b) La capacidad máxima es 580 coches.

Es creciente entre las 8 y las 11 h.

Es decreciente entre las 12 y las 16 h 20 min.

c) A las 15 h quedan 220 coches.

Se vacía a las 16 h 28 min.

20 ▼▼▽ **a) Un coche arranca en el instante $t = 0$ segundos, aumenta su velocidad de manera uniforme hasta 10 m/s en $t = 30$ segundos, mantiene esta velocidad desde $t = 30$ segundos hasta $t = 70$ segundos, y frena en 20 segundos, disminuyendo su velocidad hasta pararse. Representa la gráfica que relaciona el tiempo (en segundos) con la velocidad (en m/s).**

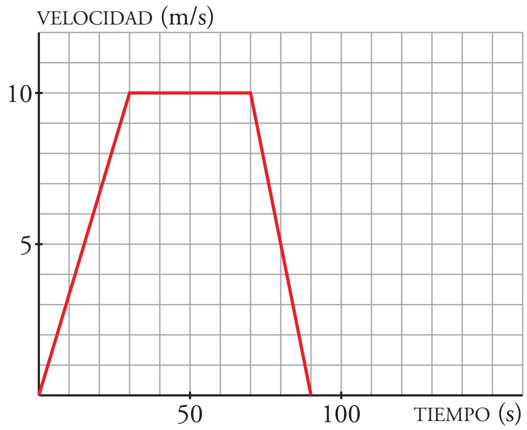
b) Hoy había mucho atasco. Rocío ha salido de casa y ha tardado 30 minutos en recorrer 10 km. Después, ha parado durante 40 minutos para hacer unas compras, y ha tardado 20 minutos en regresar a casa.

Representa la gráfica que relaciona el tiempo (en minutos) con la distancia a su casa (en km).

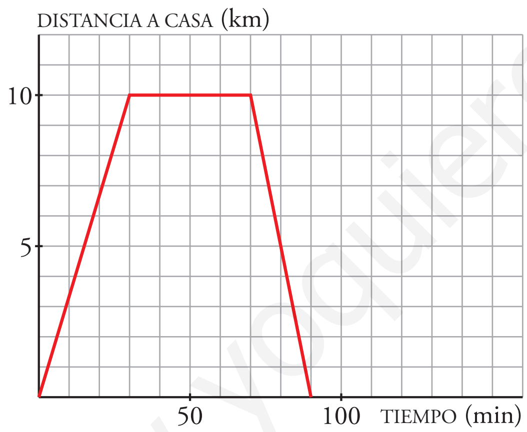
c) **Aunque los dibujos de las dos gráficas anteriores sean iguales, están representando casos muy distintos.**

Representa ahora la gráfica que relaciona el tiempo (en minutos) con el espacio total recorrido (en km) para la situación del apartado b).

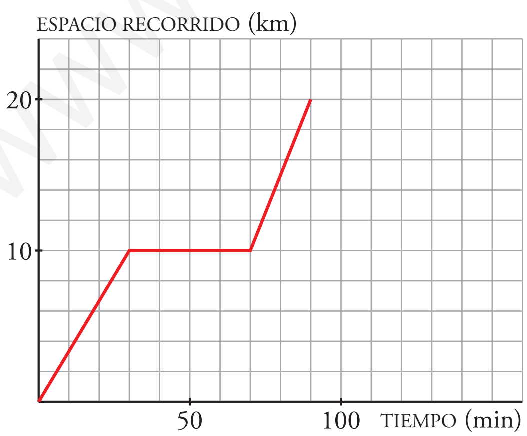
a)



b)

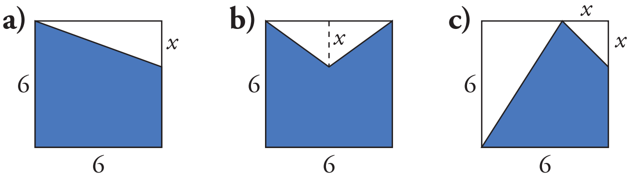


c)



PÁGINA 145

21 ▼▼▽ **Escribe en función de x el área de la parte coloreada en cada una de estas figuras:**



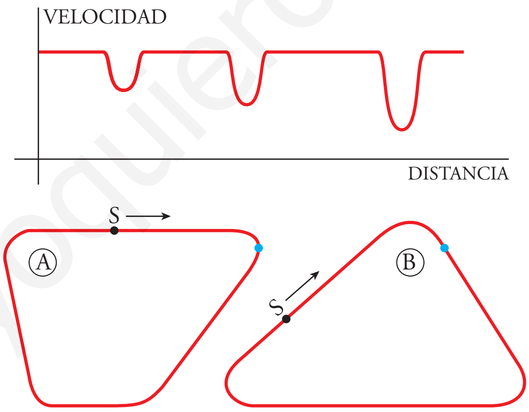
y = área de la parte coloreada

a) $y = 36 - 3x$

b) $y = 36 - 3x$

c) $y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 18$

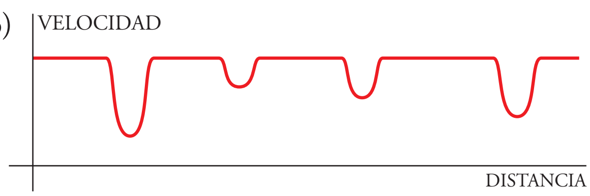
22 ▼▼▼ **Esta gráfica muestra cómo varía la velocidad de un coche al recorrer uno de los circuitos dibujados más abajo.**



a) ¿A cuál de los dos corresponde?

b) Haz la gráfica correspondiente al otro.

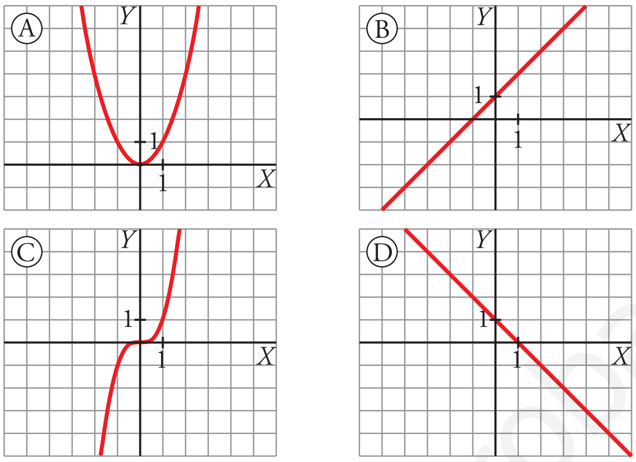
a) Corresponde al circuito B. Al llegar a la curva, el coche debe bajar su velocidad, tanto más cuanto más cerrada es la curva. Esto se aprecia en la gráfica: tres frenazos, cada uno más fuerte que el anterior, como corresponde a los tres ángulos del circuito B en el orden en que se toman desde la salida, S.

b) 

Reflexiona sobre la teoría

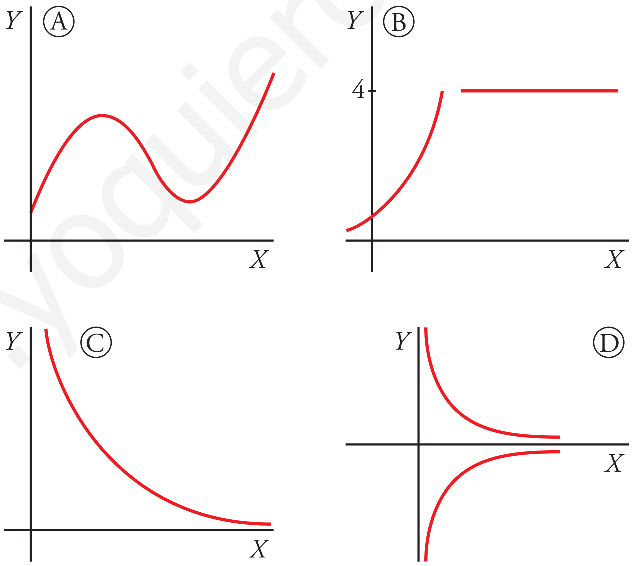
23 ▼▼▽ **Relaciona cada gráfica con una de las expresiones analíticas siguientes:**

1) $y = x + 1$ **2)** $y = x^3$ **3)** $y = x^2$ **4)** $y = -x + 1$



1) → B 2) → C 3) → A 4) → D

24 ▼▼▽ **Observa las siguientes gráficas y responde:**



a) ¿Cuál de ellas no corresponde a una función?

b) ¿Cuál corresponde a una función discontinua?

c) ¿Cuál es la de una función decreciente en todo su dominio?

d) ¿Alguna de ellas tiene máximo o mínimo?

e) Di el valor al que tiende cada una de las funciones cuando x toma valores muy grandes.

a) La gráfica D no es una función.

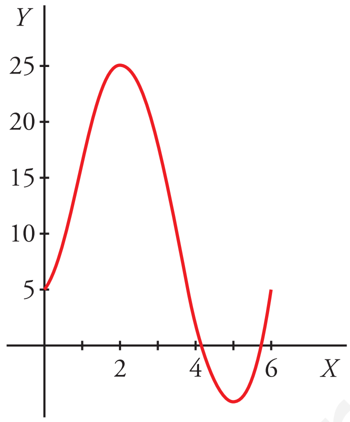
b) La B.

c) La Ⓒ.

d) Tiene máximo y mínimo la Ⓐ.

e) Ⓐ tiende a ∞; Ⓑ tiende a 4; Ⓒ tiende a 0.

25 ▼▼▽



a) Indica cuál es el dominio de definición de esta función.

b) Di dónde crece, donde decrece y si tiene máximo y mínimo.

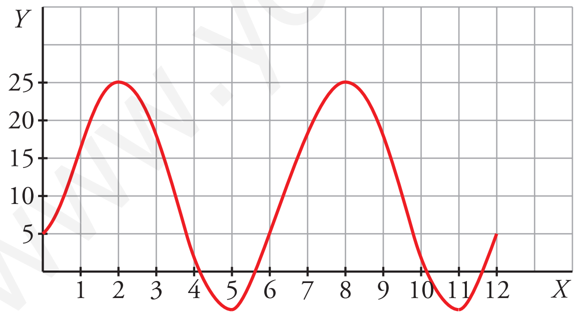
c) Si sabemos que es una función periódica de periodo 6, representa la gráfica para valores de *x* comprendidos entre 6 y 12.

a) Dominio: [0, 6]

b) Crece de 0 a 2 y de 5 a 6.

Tiene máximo (2, 25) y mínimo (5, –5).

c)



7 Soluciones a “Y para terminar…”

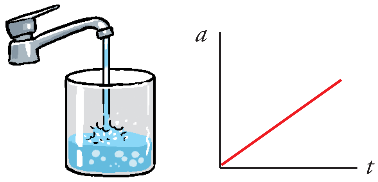
PÁGINA 146

▼ Reflexiona y decide

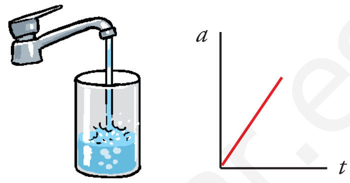
Al abrir un grifo sobre un recipiente, la altura (*a*) que alcanza el líquido está en función (depende) del tiempo transcurrido (*t*).

Y al representar esa función vemos que cada recipiente tiene una gráfica característica.

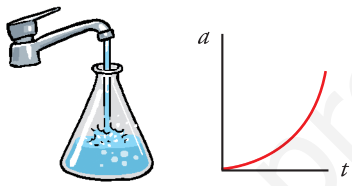
I



II



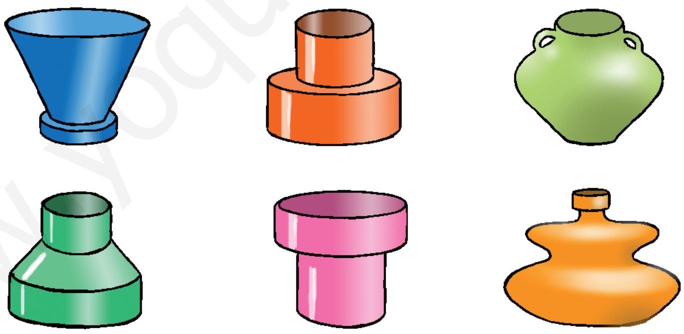
III

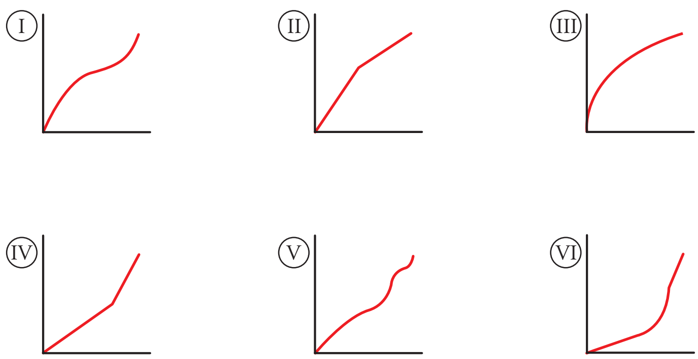


— En los dos primeros recipientes, el nivel sube uniformemente, aunque en el segundo más rápido que en el primero.

— En el tercer recipiente, el nivel sube despacio al principio y rápido al final.

- **Asocia cada uno de estos recipientes con su gráfica:**





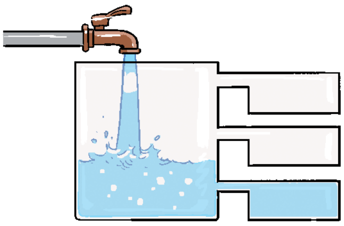
A – III; B – IV; C – I; D – VI; E – II; F – V

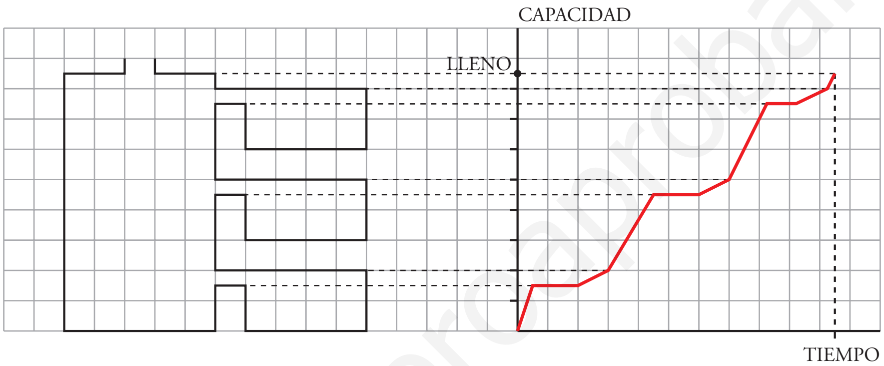
7 Soluciones a “Y para terminar…”

PÁGINA 147

▼ Representa

Dibuja la gráfica de la función que relaciona la altura que alcanza el agua en el recipiente con el tiempo transcurrido.

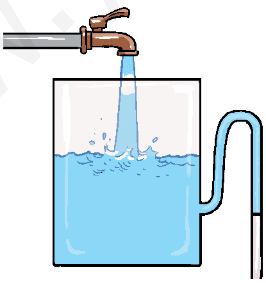


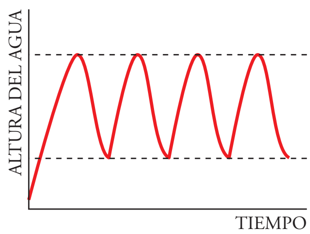


▼ Exprésate

¿Crees que la gráfica periódica corresponde a este recipiente?

Escribe detalladamente los argumentos en que se basa tu respuesta.





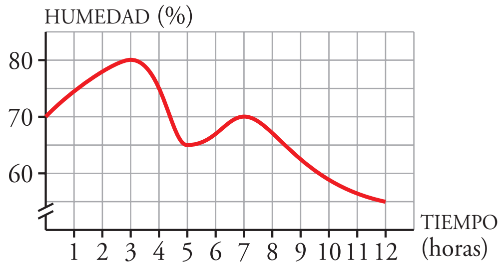
Sí que corresponde.

Puesto que cuando el tanque se llena hasta arriba el tubo también se llena y empieza a salir el agua del tanque. Esto ocurre hasta que el nivel del agua alcanza la entrada del tubo (efecto sifón). En ese momento deja de salirse agua y comienza a llenarse de nuevo el tanque.

PÁGINA 147

¿Sabes interpretar una gráfica y analizar la información que contiene?

1 Esta gráfica muestra la humedad relativa del aire en una ciudad.



a) ¿Cuáles son las variables dependiente e independiente? ¿Qué escalas se utilizan?

b) ¿Durante cuánto tiempo se midió la humedad?

c) Indica la humedad relativa a las 2 h, a las 5 h y a las 7 h. ¿Cuándo fue superior al 75%?

d) Indica cuándo crece y cuándo decrece, y los valores máximo y mínimo que alcanza.

a) Variable dependiente: tiempo (horas)

Variable independiente: humedad (%)

En el eje *X*, cada cuadrito es 1 h.

En el eje *Y*, cada cuadrito es 5%.

b) Desde las 0 h a las 12 h.

c) A las 2 h, 78%; a las 5 h, 65%; a las 7 h, 70%.

Entre la 1 y las 4 fue superior al 75%.

d) Crece de 0 h a 3 h y de 5 h a 7 h.

Decrece de 3 a 5 y de 7 a 12.

Máximo (3, 80) y mínimo (5, 65).

7 Soluciones a la Autoevaluación

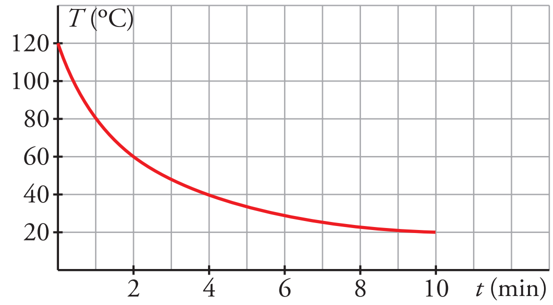
¿Sabes construir la gráfica de una función? ¿Reconoces la tendencia o la periodicidad de una función?

2 **Desconectamos una plancha que está a 120 °C y observamos que la temperatura desciende hasta 60 °C en los dos primeros minutos, y después lo hace más lentamente hasta alcanzar la temperatura ambiente, 20 °C, en 10 minutos.**

a) Representa la función *tiempo* → *temperatura*.

b) ¿Aprecias alguna tendencia en esa función?

a)



b) Cuando t toma valores grandes la temperatura tiende a 20 °C.

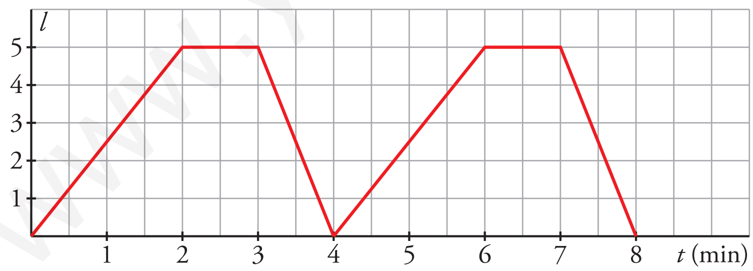
3 **Un depósito de 5 litros de agua se llena en 2 minutos, permanece lleno 1 minuto y se vacía en otro minuto. Sigue vacío durante 2 minutos y vuelve a repetirse el proceso de llenado y vaciado.**

a) Representa la función *tiempo* → *cantidad de agua*.

b) Explica si es una función periódica.

c) Durante el primer cuarto de hora, ¿en qué periodos de tiempo está lleno?

a)



b) Es una función periódica porque sus valores se repiten cada 4 minutos.

c) Está lleno entre los minutos 2 y 3, 6 y 7, 10 y 11, 14 y 15.

Soluciones a la Autoevaluación

¿Puedes obtener o identificar la expresión analítica de una función?

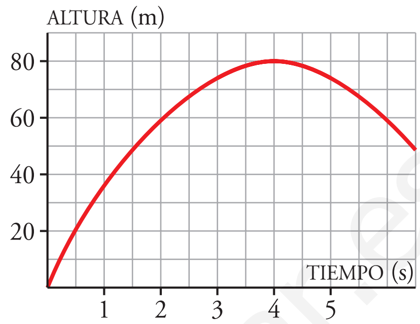
4 **Una de las siguientes ecuaciones, que se corresponde con la gráfica, expresa la relación entre la altura, h, alcanzada por un balón que se lanza hacia arriba, y el tiempo, *t*. ¿Cuál de ellas es?**

a) $h = t^2 + 80$

b) $h = 8t - t^2$

c) $h = 40t - 5t^2$

d) $h = -4t^2 + 80t$



Di cuál será la altura del balón a los 7 segundos.

La c).

Si $t = 7$, $h = 40 \cdot 7 - 5 \cdot 7^2 = 35$ m.