1º Por la mezcla de 5 kg de café y 3 kg de achicoria se han pagado 69 €. Calcula el precio del kg de café y del kg de achicoria sabiendo que si se mezclase un kg de cada tipo se pagarían 15€.

2º Se tiene aceite de 2,5 € y 3 € el litro. ¿Qué cantidad hay que mezclar de cada tipo para obtener 100 litros a 2,7 € el litro?

3º Un comerciante compra dos relojes por 60 € y los vende por 64,50 €. Calcula cuánto pagó por cada reloj sabiendo que en la venta del 1º ganó un 20% y en la del 2º perdió un 5%.

4º Dos números suman 54. Si al mayor lo dividimos entre tres y al menor entre 4, los nuevos números se diferencian en 4 unidades. Calcula dichos números.

5º Encuentra un número de dos cifras de modo su suma sea 8 y que si se invierte el orden de sus cifras se obtiene otro que vale 17 unidades menos que el doble del número de partida.

6º La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 61. Hállalos.

7º La suma del opuesto y el inverso de un número es $-\frac{63}{8}$. Hállalo.

8º Dos números se diferencian en 57 unidades. Si divides el triple del mayor entre el doble del menor se obtiene 4 de cociente y 41 de resto. Halla los números.

9º Las edades de sidos personas están en relación 3/2 y dentro de 10 años estarán en la relación 4/3. Calcula las edades actuales.

10º Si al doble de la edad de Pepe le quitamos el doble de la que tenía hace 10 años resulta su edad actual. ¿Qué edad tiene Pepe?

11º Un grifo llena un depósito en 3 horas y otro en 10. ¿En cuánto tiempo lo llenaría un tercer grifo sabiendo que entre los tres lo llenarían en 2 horas?

12º Un burro le dice a una mula: si me das 2 sacos tendría el doble que tú, pero si te doy 3 tendríamos los mismos. ¿Cuántos sacos tienen cada uno?

x = precio de 1 kg de café.
y = precio de 1 kg de achicoria.

$$\left.\begin{array}{ll} 1^{a} \text{ mezcla}: & 5x + 3y = 69 \\ 2^{a} \text{ mezcla}: & x + y = 15 \end{array}\right\}$$

Método de sustitución: $x = 15 - y \Rightarrow \boxed{5 \cdot (15 - y) + 3y = 69}$

$\Leftrightarrow 75 - 5y + 3y = 69 \Leftrightarrow -2y = -6 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-6}{-2} = 3}$

$\Rightarrow x = 15 - 3 = 12.$

Solución:

$x = 12$ €/kg de café

$y = 3$ €/kg de achicoria.

x = cantidad de aceite de 2,5 €/litro.

y = cantidad de aceite de 3 €/litro.

1ª ecuación: CANTIDAD $\rightarrow$ $x + y = 100$

2ª ecuación: DINERO $\rightarrow$ $2{,}5x + 3y = 100 \cdot 2{,}7$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 100 \\ 2{,}5x + 3y = 270 \end{cases}$$

Método de sustitución: $x = 100 - y \Rightarrow$

$$2{,}5 \cdot (100 - y) + 3y = 270 \Leftrightarrow$$

$$250 - 2{,}5y + 3y = 270 \Leftrightarrow$$

$$-0{,}5y = -20 \Rightarrow y = \frac{-20}{-0{,}5} = 40. \rightarrow x = 100 - 40 = 60.$$

Solución:

$x = 60$ litros de 2,5 €/l

$y = 40$ litros de 3 €/l.

x = precio del 1er reloj

y = precio del 2º reloj.

COMPRA: $x+y=60$.

VENTA.

1º ganó un 20% $\Rightarrow$ lo vendió por x + 20% de x $\Leftrightarrow$

$$x+\frac{20}{100}x = x+0{,}20x = \boxed{1{,}20x}$$

2º perdió un 5% $\Rightarrow$ lo vendió por y - 5% de y $\Leftrightarrow$

$$y-\frac{5}{100}y = y-0{,}05y = \boxed{0{,}95y}$$

$\Rightarrow$ VENTA: $1{,}20x+0{,}95y = 64{,}50$

Sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=60 \\ 1{,}20x+0{,}95y=64{,}50 \end{array}\right\}$$

Método de sustitución: $x=60-y \Rightarrow \boxed{1{,}20\cdot(60-y)+0{,}95y=64{,}50}$

$\Leftrightarrow 72-1{,}20y+0{,}95y=64{,}50 \Leftrightarrow$

$-0{,}25y=-7{,}5 \Rightarrow y=\frac{-7{,}5}{-0{,}25}=30 \Rightarrow x=60-30=30$

Solución:

El precio de cada reloj era de 30€.

x = un número
y = el otro número.

$$\left.\begin{array}{ll} 1^{a} \text{ ecuación:} & x+y=54 \\ 2^{a} \text{ ecuación:} & \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=4 \end{array}\right\}$$

Eliminemos el denominador de la 2ª ecuación multiplicando por el m.c.m $(3,4)=12$ a ambos miembros.

$$12\cdot\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{4}\right)=12\cdot 4 \iff 4x-3y=48.$$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=54 \\ 4x-3y=48 \end{array}\right\}$$

Método de reducción

$$3\cdot\left.\begin{array}{l} (x+y=54) \\ 4x-3y=48 \end{array}\right\} \iff \begin{array}{l} 3x+3y=162 \\ 4x-3y=48 \\ \hline 7x \quad =210 \end{array} \rightarrow x=\frac{210}{7}=30$$

$$\Rightarrow 30+y=54 \Rightarrow y=54-30=24.$$

$$\boxed{\text{Solución: } 30 \text{ y } 24.}$$

El número será xy

x = cifra de las decenas

y = cifra de las unidades.

1ª ecuación: $x+y=8$.

2ª ecuación: $yx+17=2xy$

¿xy? ¿yx?

$$\left.\begin{array}{l} xy = 10x+y \\ yx = 10y+x. \end{array}\right. \Rightarrow 10y+x+17 = 2(10x+y)$$

Agrupando las ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} x+y=8 \\ 10y+x+17=2\cdot(10x+y) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=8 \\ -19x+8y=-17 \end{array}\right\}$$

Método de sustitución: $x=8-y \Rightarrow \boxed{-19\cdot(8-y)+8y=-17}$

$\Leftrightarrow -152+19y+8y=-17 \Leftrightarrow 27y=135 \Rightarrow y=\frac{135}{27}=5 \rightarrow x+5=8$

$\Rightarrow x=8-5=3$

Solución: $x=3$, $y=5$.

El número sería el $\boxed{35}$.

Comprobación:

$35 \longrightarrow 53 \qquad 53+17=2\cdot 35\ (=70)$

Un número es $\boxed{x}$, su consecutivo es $\boxed{x+1}$

Ecuación:

$$\boxed{x^2 + (x+1)^2 = 61}$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + x^2 + 2x + 1 = 61 \quad \Leftrightarrow$$

$$2x^2 + 2x - 60 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (:2)$$

$$\boxed{x^2 + x - 30 = 0}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{-1 \pm 11}{2} = \begin{cases} \frac{-1+11}{2} = 5 \\ \frac{-1-11}{2} = -6. \end{cases}$$

DOS SOLUCIONES

- si $x = 5 \longrightarrow x + 1 = 6$ $\quad \boxed{5 \text{ y } 6}$
- si $x = -6 \rightarrow x + 1 = -5$ $\quad \boxed{-6 \text{ y } -5}$

$$5^2 + 6^2 = 61 \quad \text{y} \quad (-6)^2 + (-5)^2 = 61.$$

Sea x el número.

opuesto de x $\longrightarrow -x$

inverso de x $\longrightarrow \frac{1}{x}$

Ecuación: $\boxed{-x+\frac{1}{x}=\frac{-63}{8}}$

Efectúo la suma en el 1er miembro:

$$-x+\frac{1}{x}=\frac{-x}{1}+\frac{1}{x}=\frac{-x^2+1}{x} \Longrightarrow$$

$$\frac{-x^2+1}{x}=\frac{-63}{8} \Longleftrightarrow \boxed{8\cdot(-x^2+1)=-63x}$$

$$-8x^2+8=-63x \Longleftrightarrow -8x^2+63x+8=0 \Longleftrightarrow$$

$$\boxed{8x^2-63x-8=0}$$

$$x=\frac{-(-63)\pm\sqrt{(-63)^2-4\cdot 8\cdot(-8)}}{2\cdot 8}=\frac{63\pm\sqrt{4225}}{16}=\frac{63\pm 65}{16}$$

$$=\begin{cases}\frac{63+65}{16}=\frac{128}{16}=8\\ \frac{63-65}{16}=\frac{-2}{16}=\frac{-1}{8}.\end{cases}$$

Dos soluciones:

	$x_1=8$	$x_2=-1/8$	
opuesto	-8	$1/8$	$-(-1/8)$
inverso	$\frac{1}{8}$	-8	$1/-1/8$

Un número (el mayor) x
Otro número (el menor) y

1ª ecuación: $x-y=57$ (el mayor menos el menor)

2ª ecuación: $\begin{array}{l|l} 3x & 2y \\ \hline 41 & 4 \end{array} \iff 3x = 2y\cdot 4+41$

El sistema sería:

$$\left.\begin{array}{r} x-y=57 \\ 3x=2y\cdot 4+41 \end{array}\right\} \iff \left.\begin{array}{r} x-y=57 \\ 3x=8y+41 \end{array}\right\}$$

Método de sustitución: $x=57+y \Rightarrow \boxed{3\cdot(57+y)=8y+41}$

$\iff 171+3y=8y+41 \iff 3y-8y=41-171 \iff$

$-5y=-130 \Rightarrow y=\frac{-130}{-5}=26 \rightarrow x=57+y=57+26=83$

Solución:

Mayor 83 y menor 26

Comprobación:

$83-26=57$

$3\cdot 83=249$
$2\cdot 26=52$ $\Rightarrow$ $\begin{array}{l|l} 249 & 52 \\ \hline 41 & 4 \end{array}$

x = edad actual de una persona
y = edad actual de la otra persona.

1ª ecuación: $\frac{x}{y} = \frac{3}{2}$

2ª ecuación: $\frac{x+10}{y+10} = \frac{4}{3}$

$$\left.\begin{array}{l} \\ \end{array}\right\}$$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 2x = 3y \\ 3(x+10) = 4(y+10) \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} 2x = 3y \\ 3x + 30 = 4y + 40 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 0 \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\}$$

Método de reducción:

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 0 \\ 3x - 4y = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \cdot(-3) \\ \cdot(+2) \end{array} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} -6x + 9y = 0 \\ +6x - 8y = +20 \end{array}\right\}$$

$y = 20 \rightarrow 2x - 3 \cdot 20 = 0$

$\rightarrow 2x = 60 \Rightarrow x = 30$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Solución:} \\ x = 30 \text{ años} \quad y = 20 \text{ años.} \end{array}}$$

ahora $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$

dentro de 10 años: $\frac{40}{30} = \frac{4}{3}$.

x = edad actual de Pepe.

Hace 10 años Pepe tenía $\boxed{x-10}$ años.

Ecuación:

$$\boxed{2\cdot x - 2\cdot(x-10) = x}$$

$$2x - 2x + 20 = x \rightarrow \boxed{x = 20 \text{ años}}$$

X = tiempo que tarda en llenar todo el depósito el 3er grifo.

Tabla:

A = tiempo que tarda en llenar TODO el depósito.

B = fracción del depósito que llena en 1 hora.

	A	B
1er grifo	3	$\frac{1}{3}$
2º grifo	10	$\frac{1}{10}$
3er grifo	X	$\frac{1}{x}$
los 3 juntos	2	$\frac{1}{2}$

Ecuación:

$$\boxed{\frac{1}{3}+\frac{1}{10}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=\frac{15-10-3}{30} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 15 \text{ horas}}$$

x = sacos del burro.
y = sacos de la mula.

	BURRO	MULA	ECUACIÓN.
Si la mula le da al burro	$x+2$	$y-2$	$x+2=2\cdot(y-2)$
Si el burro le da a la mula	$x-3$	$y+3$	$x-3=y+3$

Sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x+2=2\cdot(y-2) \\ x-3=y+3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{l} x+2=2y-4 \\ x-3=y+3 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \boxed{\left.\begin{array}{l} x-2y=-6 \\ x-y=6 \end{array}\right\}}$$

Método de igualación:

$$\left.\begin{array}{l} x=2y-6 \\ x=y+6 \end{array}\right\} \Rightarrow 2y-6=y+6 \Leftrightarrow \boxed{y=12} \rightarrow \boxed{x=y+6=18}$$

Solución:

Burro 18 sacos
Mula 12 sacos.