

EXAM 2_1 (ALGEBRA)

Remember: in each question, write the steps you have taken to reach the solution.

1. Solve: $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15}$ (1.25 p)
2. Solve: $2(x-1)^2 + 3x - (x+1)^2 - 2x^2 = 2x+1$ (1.25 p)
3. Solve: (1.25 each)
 - a) $\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{2} = 1 \\ 3x - \frac{2y}{3} = 13 \end{array} \right\}$
 - b) $\left. \begin{array}{l} 5x = 4(y+1) \\ 7 = 2x - y \end{array} \right\}$
4. In a rectangle the base is 3 cm more than the height. If the area is 88 cm², find the base and height. (1.25 p)
5. A producers' union mixes two types of coffee, one that costs €5/kg and another that costs €7.5/kg. They obtain 30 kg of coffee of a mix which costs €6/kg. How much coffee of each type does the mix contain? (1.25 p)
6. Dos autobuses de línea salen simultáneamente de dos ciudades que distan entre sí 600 Km. Si uno lleva una velocidad de 56 km/h, y el otro de 64 Km/h ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse? (1.25 p)
7. Juan tiene 28 años menos que su padre. Dentro de 15 años la edad de éste será doble de la de Juan ¿Cuál es la edad actual de cada uno? (1.25 p)

SOLUTION

1. Solve: $\frac{x+4}{3} - \frac{x-4}{5} = 2 + \frac{3x-1}{15} \rightarrow \frac{5(x+4)}{15} - \frac{3(x-4)}{15} = \frac{30}{15} + \frac{3x-1}{15}$
 $5x+20-3x+12=30+3x-1 \rightarrow 5x-3x-3x=30-1-20-12$
 $-x=-3 \Rightarrow x=3$

2. Solve: $2(x-1)^2 + 3x - (x+1)^2 - 2x^2 = 2x+1$
 $2(x^2 - 2x + 1) + 3x - (x^2 + 2x + 1) - 2x^2 = 2x + 1$
 $2x^2 - 4x + 2 + 3x - x^2 - 2x - 1 - 2x^2 = 2x + 1$
 $-x^2 - 3x + 1 = 2x + 1 \rightarrow -x^2 - 3x - 2x + 1 - 1 = 0 \rightarrow -x^2 - 5x = 0$
 $-x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(-x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ -x-5=0 \rightarrow x=-5 \end{cases}$

3. a) $\left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{2} = 1 \\ 3x - \frac{2y}{3} = 13 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{x+y}{4} - \frac{2(x-y)}{4} = \frac{4}{4} \\ \frac{9x}{3} - \frac{2y}{3} = \frac{39}{3} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} x+y-2x+2y=4 \\ 9x-2y=39 \end{cases}$
 $\left. \begin{array}{l} -x+3y=4 \\ 9x-2y=39 \end{array} \right\} \rightarrow \text{ELIMINATION} \rightarrow \begin{cases} -9x+27y=36 \\ 9x-2y=39 \end{cases} \rightarrow 25y=75$
 $y = \frac{75}{25} = 3 \Rightarrow -x + 3 \cdot 3 = 4 \Rightarrow -x = 4 - 9 \Rightarrow -x = -5 \Rightarrow x = 5$
 Solution: $x = 5, y = 3$

b) $\left. \begin{array}{l} 5x = 4(y+1) \\ 7 = 2x - y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 5x = 4y + 4 \\ 2x - y = 7 \end{array} \right\} \rightarrow \text{SUBSTITUTION}$
 $y = 2x - 7 \Rightarrow 5x = 4(2x - 7) + 4 \rightarrow 5x - 8x = -28 + 4 \rightarrow -3x = -24$
 $x = \frac{-24}{-3} = 8 \Rightarrow y = 2 \cdot 8 - 7 = 9$ Solution: $x = 8, y = 9$

4. In a rectangle the base is 3 cm more than the height. If the area is 88 cm², find the base and height.


 $x + 3$

$$\text{Area } A = (x+3) \cdot x = 88$$

$$(x+3) \cdot x = 88 \Rightarrow x^2 + 3x - 88 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 352}}{2} = \frac{-3 \pm 19}{2} = \begin{cases} 8 \\ -11 \end{cases}$$

Solution: The base is 11 cm long and the height is 8 cm long.

5. A producers' union mixes two types of coffee, one that costs €5/kg and another that costs €7.5/kg. They obtain 30 kg of coffee of a mix which costs €6/kg. How much coffee of each type does the mix contain?

	1 st coffee	2 nd coffee	Mix	
Amount	x	30-x	30	$5 \cdot x + 7.5(30 - x) = 6 \cdot 30$
Price	€5/kg	€7.5/kg	€6/kg	$5 \cdot x + 225 - 7.5x = 180$
				$-2.5x = 180 - 225$

$$x = \frac{-45}{-2.5} = 18 \rightarrow 30 - 18 = 12$$

Answer: the mix contains 18 kg of the coffee that costs €5/kg and 12 kg of the coffee that costs €7.5/kg.

6. Dos autobuses de línea salen simultáneamente de dos ciudades que distan entre sí 600 Km. Si uno lleva una velocidad de 56 km/h, y el otro de 64 Km/h ¿Cuánto tiempo tardan en encontrarse?

	espacio	tiempo	velocidad
Autobús A	x	y	56km/h
Autobús B	600-x	y	64km/h

Fórmula:

$$e = v \cdot t$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 56y \\ 600 - x = 64y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 56y = 0 \\ -x - 64y = -600 \end{array} \right\} \rightarrow \text{por reducción, sumando, tenemos:}$$

$$-120y = -600 \Rightarrow y = \frac{600}{120} = 5 \quad \text{Respuesta: tardan 5 horas en encontrarse}$$

7. Juan tiene 28 años menos que su padre. Dentro de 15 años la edad de éste será doble de la de Juan ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

Edades	ahora	Dentro de 15 años
Juan	x - 28	x-28+15
padre	x	x+15

$$x + 15 = 2(x - 28 + 15) \Rightarrow x + 15 = 2x - 26 \Rightarrow x = 26 + 15 = 41$$

Solución: Juan tiene 13 años y su padre 41