

Radicales. Polinomios. Ecuaciones (1)

1. Simplifica los siguientes radicales **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**:

a) $\sqrt[18]{729}$

b) $\sqrt[6]{512}$

2. Realiza las siguientes operaciones con radicales y, si es posible, simplifica el resultado **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**:

a) $4\sqrt[6]{3} \cdot 6\sqrt[6]{27}$

b) $\frac{(\sqrt[6]{x^5})^2}{\sqrt[12]{x^8}}$

3. Dados los polinomios $P(x) = 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1$, $Q(x) = -x^2 + 1$ y $R(x) = -2x^2 + x - 2$, efectúa las siguientes operaciones **(2 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $(P(x) - Q(x)) \cdot R(x)$

b) $P(x) : R(x)$

4. Extraer factor común en las siguientes expresiones **(1 punto; 0.5 puntos por apartado)**:

a) $18xy - 6x + 24x^2y$

b) $12a^3b^2 + 24a^4b^4 - 36a^2b^3$

5. Desarrollar aplicando las igualdades notables (**1 punto; 0.5 puntos por apartado**):

a) $(4a^2 - 3a)^2$

b) $(5x + 4x^2)^2$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado (**2 puntos; 1 punto por apartado**):

a) $x - \frac{2x-3}{4} = \frac{2-x}{6} - 1$

b) $\frac{2(-x+3)}{6} - \frac{(3-2x)}{18} = x + \frac{3-x}{9}$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado: (**2 puntos; 1 punto por apartado**):

a) $(2x - 3)^2 + x^2 + 6 = (3x + 1)(3x - 1)$

b) $\frac{x - x^2}{2} - \frac{2(3x^2 - 9)}{6} + 1 = \frac{x^2 + 2}{3} - \frac{3x}{2}$

Radicales. Polinomios. Ecuaciones (1)

1. Simplifica los siguientes radicales (1 punto; 0.5 puntos por apartado):

$$a) \sqrt[18]{729} = \sqrt[18]{3^6} = \underline{\underline{\sqrt[3]{3}}}$$

$$\begin{array}{r|l} 729 & 3 \\ 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$729 = 3^6$$

$$b) \sqrt[6]{512} = \sqrt[6]{2^9} = \sqrt[6]{2^3} =$$

$$= \sqrt{2^{2+1}} = \sqrt{2^2 \cdot 2} =$$

$$= \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = \underline{\underline{2\sqrt{2}}}$$

$$\begin{array}{r|l} 512 & 2 \\ 256 & 2 \\ 128 & 2 \\ 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$512 = 2^9$$

2. Realiza las siguientes operaciones con radicales y, si es posible, simplifica el resultado (1 punto; 0.5 puntos por apartado):

$$a) 4\sqrt[6]{3} \cdot 6\sqrt[6]{27} = 4 \cdot 6 \sqrt[6]{3 \cdot 27} = 24 \sqrt[6]{3 \cdot 3^3} =$$

$$= 24 \sqrt[6]{3^4} = 24 \sqrt[3]{3^2} = \underline{\underline{24\sqrt{9}}}$$

$$b) \frac{(\sqrt[6]{x^5})^2}{\sqrt[12]{x^8}} = \frac{\sqrt[6]{x^{10}}}{\sqrt[6]{x^4}} = \sqrt[6]{\frac{x^{10}}{x^4}} = \sqrt[6]{x^6} = \underline{\underline{x}}$$

3. Dados los polinomios $P(x) = 2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1$, $Q(x) = -x^2 + 1$ y $R(x) = -2x^2 + x - 2$, efectúa las siguientes operaciones (**2 puntos; 1 punto por apartado**)

$$\begin{aligned} a) (P(x) - Q(x)) \cdot R(x) &= \\ &= [(2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1) - (-x^2 + 1)] \cdot (-2x^2 + x - 2) = \\ &= (2x^5 - x^4 + x^2 + 2x - 1 + x^2 - 1) (-2x^2 + x - 2) = \\ &= (2x^5 - x^4 + x^2 + x^2 + 2x - 1 - 1) (-2x^2 + x - 2) = \\ &= (2x^5 - x^4 + 2x^2 + 2x - 2) \cdot (-2x^2 + x - 2) = \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 + 2x^2 + 2x - 2 \\ - 2x^2 + x - 2 \\ \hline -4x^5 + 2x^4 - 4x^2 - 4x + 4 \\ + 2x^6 - x^5 + 2x^3 + 2x^2 - 2x \\ - 4x^7 + 2x^6 - 4x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ \hline -4x^7 + 4x^6 - 5x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 6x + 4 \end{array}$$

b) $P(x) : R(x)$

$$\begin{array}{r}
 2x^5 - x^4 -2x^2 + x - 2 \\
 -2x^5 + x^4 - 2x^3 -x^3 + x \\
 \hline
 0 -2x^3 + x^2 + 2x - 1 \\
 + 2x^3 - x^2 + 2x \\
 \hline
 0 4x - 1
 \end{array}$$

$$C(x) = -x^3 + x$$

$$R(x) = 4x - 1$$

4. Extraer factor común en las siguientes expresiones (1 punto; 0.5 puntos por apartado):

$$\begin{aligned}
 \text{a) } 18xy - 6x + 24x^2y &= 6x(3y - 1 + 4xy) = \\
 &= 6x(3y + 4xy - 1)
 \end{aligned}$$

$$\text{b) } 12a^3b^2 + 24a^4b^4 - 36a^2b^3 = 12a^2b^2(a + 2a^2b^2 - 3b)$$

5. Desarrollar aplicando las igualdades notables (1 punto; 0.5 puntos por apartado):

$$\begin{aligned}
 \text{a) } (4a^2 - 3a)^2 &= (4a^2)^2 + (3a)^2 - 2 \cdot 4a^2 \cdot 3a = \\
 &= 16a^4 + 9a^2 - 24a^3 = 16a^4 - 24a^3 + 9a^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } (5x + 4x^2)^2 &= (5x)^2 + (4x^2)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 4x^2 = \\
 &= 25x^2 + 16x^4 + 40x^3 = 16x^4 + 40x^3 + 25x^2
 \end{aligned}$$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado (2 puntos; 1 punto por apartado):

$$a) x - \frac{2x-3}{4} = \frac{2-x}{6} - 1$$

$$\begin{array}{l} 4 = 2^2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{m.c.m. } (4, 6) = 2^2 \cdot 3 = 12 \end{array} \right.$$

$$\frac{12x - 3(2x-3)}{12} = \frac{2(2-x) - 12}{12}$$

$$12x - 6x + 9 = 4 - 2x - 12$$

$$12x - 6x + 2x = 4 - 12 - 9$$

$$8x = -17$$

$$x = -\frac{17}{8}$$

$$b) \frac{2(-x+3)}{6} - \frac{(3-2x)}{18} = x + \frac{3-x}{9}$$

$$\text{m.c.m. } (6, 18, 9) = 18$$

$$\frac{3 \cdot 2(-x+3) - (3-2x)}{18} = \frac{18x + 2(3-x)}{18}$$

$$6(-x+3) - 3 + 2x = 18x + 6 - 2x$$

$$-6x + 18 - 3 + 2x = 18x + 6 - 2x$$

$$-4x + 15 = 16x + 6$$

$$-4x - 16x = 6 - 15$$

$$-20x = -9$$

$$x = \frac{-9}{-20} \Rightarrow x = \frac{9}{20}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado: (2 puntos; 1 punto por apartado):

$$a) (2x - 3)^2 + x^2 + 6 = (3x + 1)(3x - 1)$$

$$(2x)^2 + 3^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + x^2 + 6 = (3x)^2 - 1^2$$

$$4x^2 + 9 - 12x + x^2 + 6 = 9x^2 - 1$$

$$5x^2 - 12x + 15 = 9x^2 - 1$$

$$5x^2 - 9x^2 - 12x + 15 + 1 = 0$$

$$-4x^2 - 12x + 16 = 0$$

$$\frac{-4x^2 - 12x + 16}{-4} = \frac{0}{-4}$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} =$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} =$$

$$= \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-3 - 5}{2} = \frac{-8}{2} = -4 \end{cases}$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = -4$$

$$b) \frac{x-x^2}{2} - \frac{2(3x^2-9)}{6} + 1 = \frac{x^2+2}{3} - \frac{3x}{2}$$

$$m.c.m.(2, 6, 3) = 6$$

$$\frac{3(x-x^2) - 2(3x^2-9) + 6}{6} = \frac{2(x^2+2) - 3(3x)}{6}$$

$$3x - 3x^2 - 6x^2 + 18 + 6 = 2x^2 + 4 - 9x$$

$$-9x^2 + 3x + 24 = 2x^2 - 9x + 4$$

$$-9x^2 + 3x + 24 - 2x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$-11x^2 + 12x + 20 = 0$$

$$11x^2 - 12x - 20 = 0$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 11 \cdot (-20)}}{2 \cdot 11} =$$

$$= \frac{12 \pm \sqrt{144 + 880}}{22} = \frac{12 \pm \sqrt{1024}}{22} =$$

$$= \frac{12 \pm 32}{22} = \begin{cases} x_1 = \frac{12+32}{22} = \frac{44}{22} = 2 \\ x_2 = \frac{12-32}{22} = \frac{-20}{22} = -\frac{10}{11} \end{cases}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -\frac{10}{11}$$