EXAMEN I:
Ejercicio nº 1.-

a) De los siguientes números, indica cuáles de ellos son naturales, enteros, racionales e irracionales:

$$\mathbf{2,25\ ;\ -\frac{3}{4}\ ;\ -\frac{20}{5}\ ;\ \sqrt{18}\ ;\ \sqrt{9}}$$

b) Representa sobre la recta los números:

$$\mathbf{\frac{6}{5}\ ;\ 3,2\ ;\ -1}$$

Solución:

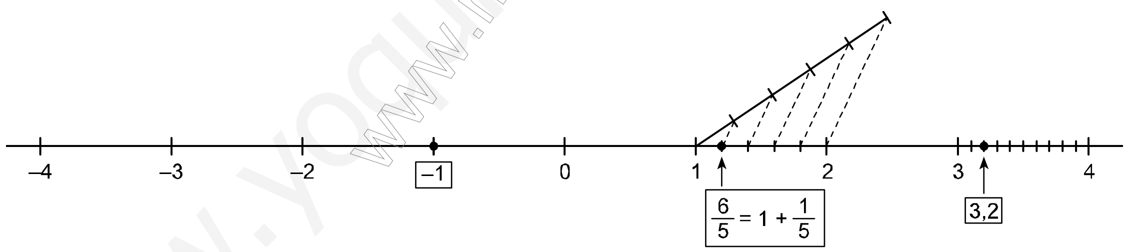
a) Naturales $\rightarrow$ $\sqrt{9}$

Enteros $\rightarrow$ $-\frac{20}{5};\ \sqrt{9}$

Racionales $\rightarrow$ $2,25\ ;\ -\frac{3}{4};\ -\frac{20}{5};\ \sqrt{9}$

Irracionales $\rightarrow$ $\sqrt{18}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Escribe en forma decimal:

$$\mathbf{\frac{39}{45};\ -\frac{28}{5}}$$

b) Expresa en forma de fracción irreducible los siguientes números:

b.1) $\mathbf{2,15}$

b.2) $\mathbf{3,\overset{\frown}{4}}$

Solución:

a) Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{39}{45} = 0{,}8\widehat{6}$$

$$-\frac{28}{5} = -5{,}6$$

b)

b.1) $2{,}15 = \dfrac{215}{100} = \dfrac{43}{20}$

b.2)
$$\begin{array}{r} 10\,N = 34{,}444\ldots \\ -\;N = \;\;3{,}444\ldots \\ \hline 9\,N = 31 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{31}{9}$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Calcula y simplifica el resultado:

$$\mathbf{-1 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \right]}$$

b) Reduce a una sola potencia:

$$\mathbf{\frac{2^{-5} \cdot 2^4 \cdot 2^3}{2 \cdot 2^6}}$$

Solución:

a) $-1 + \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{1}{3} - \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{3} \right] = -1 + \dfrac{2}{15} - \left[\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{3} \right] =$

$$= -1 + \frac{2}{15} - \left[\frac{3}{12} + \frac{4}{12} \right] = -1 + \frac{2}{5} - \frac{7}{12} = -\frac{60}{60} + \frac{24}{60} - \frac{35}{60} = -\frac{71}{60}$$

b) $\dfrac{2^{-5}\cdot 2^{4}\cdot 2^{3}}{2\cdot 2^{6}}=\dfrac{2^{2}}{2^{7}}=2^{-5}$

Ejercicio nº 4.-

En el trayecto de vuelta del trabajo a su casa, Antonio ha hecho dos paradas. Llevando 2/5 del camino, paró en la gasolinera y, cuando llevaba 1/3 más del camino, paró a comprar pan. Sabiendo que le faltan 11,2 km para llegar, ¿cuál es la distancia de su casa al trabajo?

Solución:

Lleva recorrido:

$\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{6}{15}+\dfrac{5}{15}=\dfrac{11}{15}$ del camino

Le faltan $\dfrac{4}{15}$ para llegar, que son 11,2 km; es decir:

$\dfrac{4}{15}$ de $x=11{,}2 \rightarrow x=\dfrac{11{,}2\cdot 15}{4}=42$ km

De su casa al trabajo hay 42 km de distancia.

Ejercicio nº 5.-

El 45% de los habitantes de un lugar hacen la compra una vez por semana. De estos, el 35% la hacen en un determinado supermercado. Si el total de habitantes del lugar es de 30 000 personas, ¿cuántos son los que compran en ese supermercado una vez por semana?

Solución:

$30\,000\cdot 0{,}45\cdot 0{,}35=4\,725$

Compran en ese supermercado una vez por semana 4 725 personas.

Ejercicio nº 6.-

A Guadalupe en su factura de luz, le aplican un recargo del 8% sobre el coste total por exceso de consumo, y un descuento del 12%, también sobre el total, por trabajar para la compañía. A la cantidad resultante se le aplica un 16% de IVA. Si la cuota era de 105 €, ¿cuánto tendrá que pagar finalmente?

Solución:

105 · 1,08 · 0,88 · 1,16 = 115,75872 ≈ 115,76

Pagará 115,76 €.

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

Calcula pasando previamente a fracción:

$$\left(0,\hat{7} - 0,7 + 0,7\hat{5}\right) : 0,\widehat{70}$$

Solución:

$$N = 0,\hat{7} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 10N = 7,77... \\ -\ \ N = 0,77... \\ \hline 9N = 7 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{7}{9}$$

$$0,7 = \frac{7}{10}$$

$$N = 0,7\hat{5} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 100N = 75,55... \\ -\ \ 10N = \ \ 7,55... \\ \hline 90N = 68 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{68}{90}$$

$$N = 0,\widehat{70} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r} 100N = 70,7070... \\ -\ \ N = \ \ 0,7070... \\ \hline 99N = 70 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{70}{99}$$

Sustituimos las fracciones obtenidas en la expresión inicial:

$$\left(0,\hat{7} - 0,7 + 0,7\hat{5}\right) : 0,\widehat{70} = \left(\frac{7}{9} - \frac{7}{10} + \frac{68}{90}\right) : \frac{70}{99} =$$

$$= \left(\frac{70}{90} - \frac{63}{90} + \frac{68}{90}\right) : \frac{70}{99} = \frac{75}{90} : \frac{70}{99} = \frac{5}{6} : \frac{70}{99} = \frac{5 \cdot 99}{6 \cdot 70} = \frac{33}{28}$$

Ejercicio nº 8.-

Opera y simplifica:

a) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{x(x+1)}{3} + \frac{1}{2}(3x+3)$

b) $(x-2)^2 + (x+3)(x-3) - 2x^2 + 5$

Solución:

a) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{x(x+1)}{3} + \frac{1}{2}(3x+3) = \frac{3x-6}{4} - \frac{x^2+x}{3} + \frac{3x+3}{2} =$

$= \frac{9x-18-4x^2-4x+18x+18}{12} = \frac{-4x^2+23x}{12} = -\frac{4}{12}x^2 + \frac{23}{12}x = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{23}{12}x$

b) $(x-2)^2 + (x+3)(x-3) - 2x^2 + 5 = x^2 - 4x + 4 + x^2 - 9 - 2x^2 + 5 = -4x$

Ejercicio nº 9.-

Opera y simplifica en cada caso:

a) $\frac{2x^2+1}{x(x+1)} + \frac{x-2}{x+1} + \frac{1}{x}$

b) $\frac{x}{x-1} : \frac{x(x+1)}{x-1}$

Solución:

a) $\frac{2x^2+1}{x(x+1)} + \frac{x-2}{x+1} + \frac{1}{x} = \frac{2x^2+1}{x(x+1)} + \frac{x^2-2x}{x(x+1)} + \frac{x+1}{x(x+1)} =$

$= \frac{2x^2+1+x^2-2x+x+1}{x(x+1)} = \frac{3x^2-x+2}{x^2+x}$

b) $\frac{x}{x-1} : \frac{x(x+1)}{x-1} = \frac{x(x-1)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x+3}{4}-\frac{1}{3}x+2\left(3x-\frac{1}{3}\right)=\frac{x+2}{6}-\frac{47}{4}$$

Solución:

$$\frac{x+3}{4}-\frac{1}{3}x+2\left(3x-\frac{1}{3}\right)=\frac{x+2}{6}-\frac{47}{4}$$
$$\frac{x+3}{4}-\frac{x}{3}+6x-\frac{2}{3}=\frac{x+2}{6}-\frac{47}{4}$$

$$\frac{3x+9}{12}-\frac{4x}{12}+\frac{72x}{12}-\frac{8}{12}=\frac{2x+4}{12}-\frac{141}{12}$$

$3x + 9 - 4x + 72x - 8 = 2x + 4 - 141$

$3x - 4x + 72x - 2x = 4 - 141 - 9 + 8$

$69x = -138$

$$x=-\frac{138}{69}=-2 \;\rightarrow\; x=-2$$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $-x^2 - 4x + 5 = 0$

b) $3x^2 + 5x = 0$

c) $x^2 + 1 = 0$

Solución:

a) $-x^2 - 4x + 5 = 0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+20}}{-2}=\frac{4\pm\sqrt{36}}{-2}=\frac{4\pm 6}{-2}\;\begin{cases} x=-5 \\ x=1 \end{cases}$$

b) $3x^2 + 5x = 0$

$$x(3x+5)=0 \quad \begin{cases} x=0 \\ 3x+5=0 \;\rightarrow\; x=-5/3 \end{cases}$$

c) $x^2+1=0 \;\rightarrow\; x^2=-1$. No tiene solución.

Ejercicio nº 12.-

Resuelve:

$$\boldsymbol{\frac{x(2x+1)}{3}-\frac{3x^2+1}{2}=2x(x+1)-5}$$

Solución:

$$\frac{x(2x+1)}{3}-\frac{3x^2+1}{2}=2x(x+1)-5$$

$$\frac{2x^2+x}{3}-\frac{3x^2+1}{2}=2x^2+2x-5$$

$$\frac{4x^2+2x}{6}-\frac{9x^2+3}{6}=\frac{12x^2+12x-30}{6}$$

$4x^2+2x-9x^2-3=12x^2+12x-30$

$4x^2-9x^2-12x^2+2x-12x-3+30=0$

$-17x^2-10x+27=0$

$17x^2+10x-27=0$

$$x=\frac{-10\pm\sqrt{100+1836}}{34}=\frac{-10\pm\sqrt{1936}}{34}=\frac{-10\pm 44}{34} \quad \begin{cases} x=1 \\ x=-27/17 \end{cases}$$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\boldsymbol{\begin{cases} -3x+5y=3 \\ 4x+2y=-4 \end{cases}}$

b) $\begin{cases} \mathbf{5x - 2y = 3} \\ \mathbf{-10x + 4y = 4} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{r} -3x+5y=3 \\ 4x+2y=-4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -3x+5y=3 \\ 2x+y=-2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow -3x+5(-2-2x)=3 \rightarrow -3x-10-10x=3 \rightarrow \\ \rightarrow y=-2-2x \end{array}$

$\rightarrow -13x = 13 \rightarrow x = -1$

$y = -2 - 2x = -2 - 2 \cdot (-1) = -2 + 2 = 0$

Solución: $x = -1$; $y = 0$

b) $\left.\begin{array}{r} 5x-2y=3 \\ -10x+4y=4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{array}{r} 10x-4y=6 \\ \underline{-10x+4y=4} \end{array}$

Sumando: $0 = 10 \rightarrow$ No tiene solución.

<u>Ejercicio nº 14.-</u>

Resuelve:

$$\begin{cases} \dfrac{3(x-1)}{2} - \dfrac{2(y+3)}{3} = -\dfrac{4}{3} \\ 3x + 2(y-5) + \dfrac{x}{3} = -\dfrac{26}{3} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{3(x-1)}{2} - \dfrac{2(y+3)}{3} = -\dfrac{4}{3} \\ 3x+2(y-5)+\dfrac{x}{3} = -\dfrac{26}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{3x-3}{2} - \dfrac{2y+6}{3} = -\dfrac{4}{3} \\ 3x+2y-10+\dfrac{x}{3} = -\dfrac{26}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 9x-9-4y-12=-8 \\ 9x+6y-30+x=-26 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} 9x-4y=13 \\ 10x+6y=4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x = \dfrac{13+4y}{9} \\ \rightarrow x = \dfrac{4-6y}{10} \end{array} \Bigg\} \rightarrow \frac{13+4y}{9} = \frac{4-6y}{10} \rightarrow$$

$\rightarrow 130 + 40y = 36 - 54y \rightarrow 94y = -94 \rightarrow y = -1$

$$x = \frac{13+4y}{9} = \frac{13-4}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

Solución: $x = 1$; $y = -1$

Ejercicio nº 15.-

Halla tres números pares consecutivos, sabiendo que la suma del primero más la mitad del tercero excede en 20 unidades a la tercera parte del segundo.

Solución:

Llamamos a los números como sigue:

Primero $\rightarrow$ $2x-2$
Segundo $\rightarrow$ $2x$
Tercero $\rightarrow$ $2x+2$

Así, tenemos que:

$$(2x-2) + \frac{2x+2}{2} = \frac{2x}{3} + 20$$

$$2x - 2 + x + 1 = \frac{2x}{3} + 20$$

$$6x - 6 + 3x + 3 = 2x + 60$$

$$6x + 3x - 2x = 60 + 6 - 3$$

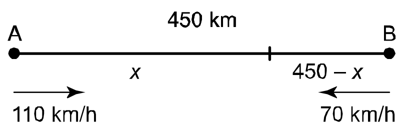
$$7x = 63 \rightarrow x = \frac{63}{7} = 9 \quad \rightarrow x = 9$$

Los números son 16, 18 y 20.

Ejercicio nº 16.-

Un coche sale de una ciudad A hacia otra ciudad B, a las 9 de la mañana, a una velocidad de 110 km/h. A la misma hora, sale otro coche desde B hacia A a una velocidad de 70 km/h. Sabiendo que entre A y B hay 450 km, calcula a qué hora se cruzarán ambos vehículos y a qué distancia de A se producirá el encuentro.

Solución:



$$\left.\begin{array}{l} \text{Espacio que recorre A} \rightarrow x = 110t \\ \text{Espacio que recorre B} \rightarrow 450 - x = 70t \end{array}\right\} \rightarrow 450 - 110t = 70t \rightarrow$$

$\rightarrow 450 = 180t \;\; \rightarrow \;\; t = \dfrac{450}{180} = 2{,}5$ horas

$x = 110t = 110 \cdot 2{,}5 = 275$ km

Se encontrarán a las once y media de la mañana, a 275 km de A.

Ejercicio nº 17.-

Simplifica cada fracción algebraica y, después, efectúa la suma:

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} + \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1}$$

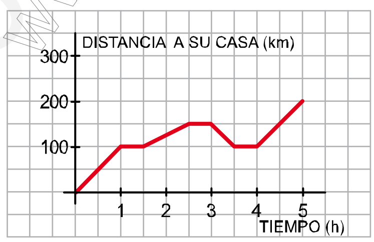
Solución:

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} + \frac{x^3 + 2x^2 + x}{x^2 - 1} = \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} + \frac{x(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x}{x-1} + \frac{x(x+1)}{x-1} =$$

$$= \frac{x + x^2 + x}{x-1} = \frac{x^2 + 2x}{x-1}$$

Ejercicio nº 18.-

Esta mañana, Elvira y sus padres fueron a casa de sus abuelos para pasar con ellos el fin de semana. La siguiente gráfica corresponde al viaje:



a) ¿A qué distancia está la casa de los abuelos y cuánto tardaron en llegar?

b) Tuvieron que realizar tres paradas ¿en qué momentos y a qué distancia de su casa?

c) En el primer lugar que pararon dejaron olvidada una maleta y tuvieron que volver a recogerla. ¿Cuándo se dieron cuenta? ¿Cuánto tardaron en volver a por ella?

d) Describe el recorrido completo.

Solución:

a) Esta a 200 km de distancia y tardaron 5 horas en llegar.

b) 1.ª parada $\rightarrow$ Al cabo de 1 hora, a 100 km de distancia.
2.ª parada $\rightarrow$ *Entre las 2,5 h y las 3 h del viaje, a 150 km de distancia.*
3.ª parada $\rightarrow$ *Entre las 3,5 h y las 4 h del viaje, a 100 km de distancia.*

c) Se dieron cuenta en $t = 3$ h. Tardaron media hora en volver a por ella.

d) Salieron de su casa. Al cabo de 1 hora, cuando llevaban 100 km recorridos, hicieron una parada de media hora. Reanudaron la marcha y tardaron 1 h en llegar a un lugar, a 150 km de distancia de su casa, donde descansaron durante media hora. Se dieron cuenta de que les faltaba la maleta y volvieron a por ella, tardando media hora en llegar. Se quedaron otra media hora parados. Salieron de nuevo hacia su destino y tardaron 1 hora en llegar.

Ejercicio nº 19.-

La siguiente gráfica representa el caudal de agua de un río durante un cierto tiempo:

a) ¿Durante cuánto tiempo se han tomado las medidas?

b) Describe el crecimiento y el decrecimiento del caudal.

c) ¿En qué momento el caudal es máximo? ¿Cuándo es mínimo?

Solución:

a) Durante 1 año.

b) Creciente $\rightarrow$ *Desde enero hasta abril y desde agosto hasta finales de año.*
Decreciente $\rightarrow$ *Desde abril hasta agosto.*

c) El caudal es máximo en abril y mínimo en agosto.

EXAMEN II:

Ejercicio nº 1.-

a) Indica cuáles de los siguientes números son naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$-2,\widehat{1};\ -\frac{9}{3};\ \sqrt{8};\ \sqrt[3]{8};\ -\sqrt{3}$$

b) Representa sobre la recta estos números:

$$-2;\ 3,3;\ \frac{5}{3}$$

Solución:

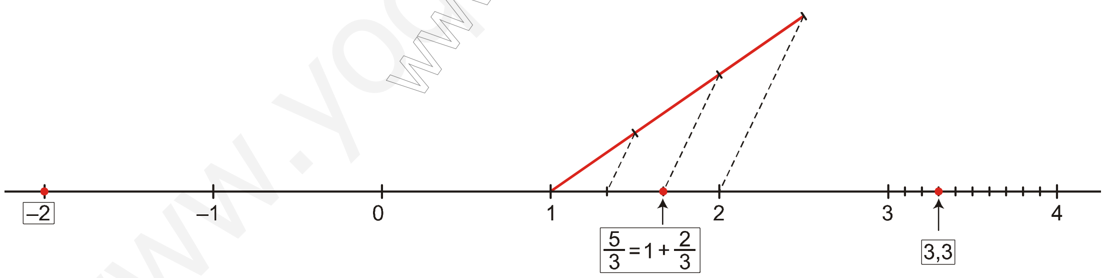
a) Naturales $\rightarrow\ \sqrt[3]{8}$

Enteros $\rightarrow\ \sqrt[3]{8};\ -\frac{9}{3}$

Racionales $\rightarrow\ -2,\widehat{1};\ -\frac{9}{3};\ \sqrt[3]{8}$

Irracionales $\rightarrow\ \sqrt{8};\ -\sqrt{3}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Escribe en forma decimal:

$$\frac{16}{15};\ \frac{272}{40}$$

b) Expresa los siguientes números en forma de fracción irreducible:

b.1) $\mathbf{12{,}3}$

b.2) $\mathbf{4{,}2\widehat{3}}$

Solución:

a) Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{16}{15}=1{,}0\widehat{6}$$

$$\frac{272}{40}=6{,}8$$

b)

b.1) $12{,}3=\dfrac{123}{10}$

b.2)
$$\begin{array}{r} 100\,N = 423{,}333... \\ -\;\;10\,N = \;\;42{,}333... \\ \hline 90\,N = 381 \end{array} \quad\rightarrow\quad N=\frac{381}{90}=\frac{127}{30}$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Efectúa y simplifica:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2}-\frac{1}{5}\left[\frac{2}{3}+\frac{1}{2}:\frac{1}{5}\right]$$

b) Calcula:

b.1) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3}:\left(\frac{2}{5}\right)^{4}$

b.2) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2}$

Solución:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 - \frac{1}{5}\left[\frac{2}{3} + \frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right] = \frac{4}{25} - \frac{1}{5}\left[\frac{2}{3} + \frac{5}{2}\right] =$

$$= \frac{4}{25} - \frac{1}{5}\left[\frac{4}{6} + \frac{15}{6}\right] = \frac{4}{25} - \frac{1}{5} \cdot \frac{19}{6} = \frac{4}{25} - \frac{19}{30} =$$

$$= \frac{24}{150} - \frac{95}{150} = -\frac{71}{150}$$

b)

b.1) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$

b.2.) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

Ejercicio nº 4.-

Halla el perímetro de un rectángulo, sabiendo que la longitud de la base es de 43,2 cm y que la altura mide 3/5 de la base.

Solución:

La altura mide $\frac{3}{5}$ de $43{,}2 = \frac{43{,}2 \cdot 3}{5} = 25{,}92$ cm.

Por tanto, el perímetro será:

$P = 2 \cdot (25{,}92 + 43{,}2) = 2 \cdot 69{,}12 = 138{,}24$ cm

Ejercicio nº 5.-

A una excursión cultural acuden 250 personas; el 53% habla español, el 20% inglés, el 15% francés y el resto alemán. ¿Cuántos hablan alemán?

Solución:

Calculamos el tanto por ciento de personas que hablan alemán:

$100 - 53 - 20 - 15 = 12$

Hablan alemán el 12%.

12% de $250 = 0{,}12 \cdot 250 = 30$

Hablan alemán 30 personas.

Ejercicio nº 6.-

Calcula la longitud de un muelle que al estirarlo aumenta su longitud un 20% alcanzando una medida de 42 cm.

Solución:

Longitud del muelle estirado = 42 cm

Aumento de un 20% $\rightarrow$ I.V. = 1,2

Longitud inicial del muelle $\cdot$ 1,2 = 42 $\rightarrow$ Longitud inicial $= \dfrac{42}{1{,}2} = 35$

La longitud del muelle sin estirarlo es de 35 cm.

Ejercicio nº 7.-

Unimos un trozo de cuerda con otro que mide $\dfrac{4}{7}$ del primero y obtenemos una cuerda de 46,20 m de larga. Calcula la longitud de cada trozo.

Solución:

Consideramos el primer trozo de cuerda como la unidad. Así:

1 más $\dfrac{4}{7}$ de 1 equivale a 46,20 m $\rightarrow$ $1+\dfrac{4}{7}=\dfrac{11}{7}$ equivalen a 46,20 m $\rightarrow$

$\rightarrow$ $\dfrac{1}{7}$ equivale a 46,20 : 11 = 4,20 m

Por tanto, la longitud del primer trozo es $7 \cdot 4{,}20 = 29{,}40$ m y la longitud del segundo trozo es $4 \cdot 4{,}20 = 16{,}80$ m.

Ejercicio nº 8.-

Reduce cada una de estas expresiones:

a) $\dfrac{3}{4}(x-1)(x+3)-2\left(x^2+1\right)(x-2)$

b) $2x\left(x^2-5x+1\right)-(2x+1)^2$

Solución:

a) $\frac{3}{4}(x-1)(x+3)-2(x^2+1)(x-2)=\frac{3}{4}(x^2+3x-x-3)-2(x^3-2x^2+x-2)=$
$=\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}-2x^3+4x^2-2x+4=-2x^3+\frac{19}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}$

b) $2x(x^2-5x+1)-(2x+1)^2=2x^3-10x^2+2x-(4x^2+4x+1)=$
$=2x^3-10x^2+2x-4x^2-4x-1=2x^3-14x^2-2x-1$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Opera y simplifica:

a) $\frac{2x+1}{x-1}+\frac{3}{x}-\frac{2}{x-1}$

b) $\frac{x-1}{2x^2}:\frac{x+1}{x^2}$

Solución:

a) $\frac{2x+1}{x-1}+\frac{3}{x}-\frac{2}{x-1}=\frac{2x^2+x}{x(x-1)}+\frac{3x-3}{x(x-1)}-\frac{2x}{x(x-1)}=\frac{2x^2+x+3x-3-2x}{x(x-1)}=$
$=\frac{2x^2+2x-3}{x^2-x}$

b) $\frac{x-1}{2x^2}:\frac{x+1}{x^2}=\frac{(x-1)x^2}{2x^2(x+1)}=\frac{x-1}{2x+2}$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Resuelve esta ecuación:

$$\frac{3(2x+1)}{5}-\frac{x+3}{3}+2\left(\frac{x}{3}+5\right)=\frac{7(x+8)}{15}+\frac{104}{15}$$

Solución:

$$\frac{3(2x+1)}{5}-\frac{x+3}{3}+2\left(\frac{x}{3}+5\right)=\frac{7(x+8)}{15}+\frac{104}{15}$$

$$\frac{6x+3}{5}-\frac{x+3}{3}+\frac{2x}{3}+10=\frac{7x+56}{15}+\frac{104}{15}$$

$$\frac{18x+9}{15}-\frac{5x+15}{15}+\frac{10x}{15}+\frac{150}{15}=\frac{7x+56}{15}+\frac{104}{15}$$

$18x + 9 - 5x - 15 + 10x + 150 = 7x + 56 + 104$

$18x - 5x + 10x - 7x = 56 + 104 - 9 + 15 - 150$

$16x = 16 \quad \rightarrow \quad x = 1$

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Resuelve estas ecuaciones:

a) $\mathbf{3x^2 - 5x - 2 = 0}$

b) $\mathbf{3x^2 - 48 = 0}$

c) $\mathbf{2x^2 + 50 = 0}$

Solución:

a) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{5\pm 7}{6}\begin{cases} x=2 \\ x=-1/3 \end{cases}$$

b) $3x^2 - 48 = 0$

$$3x^2=48 \;\rightarrow\; x^2=16 \;\rightarrow\; x=\pm\sqrt{16}\begin{cases} x=4 \\ x=-4 \end{cases}$$

c) $2x^2 + 50 = 0 \quad \rightarrow \quad 2x^2 = -50 \quad \rightarrow \quad x^2 = -25$. No tiene solución.

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

Resuelve la ecuación:

$$\mathbf{3x(x-1)-\frac{(x+1)^2}{2}=(x+1)(x-1)+6}$$

Solución:

$$3x\left(x-1\right)-\frac{\left(x+1\right)^2}{2}=\left(x+1\right)\left(x-1\right)+6$$

$$3x^2-3x-\frac{x^2+2x+1}{2}=x^2-1+6$$

$6x^2 - 6x - x^2 - 2x - 1 = 2x^2 - 2 + 12$

$6x^2 - x^2 - 2x^2 - 6x - 2x - 1 + 2 - 12 = 0$

$3x^2 - 8x - 11 = 0$

$$x=\frac{8\pm\sqrt{64+132}}{6}=\frac{8\pm\sqrt{196}}{6}=\frac{8\pm14}{6}\ \begin{cases} x=11/3 \\ x=-1\end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} -3x+4y=-10 \\ 2x+3y=1\end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+6y=-9 \\ x+2y=-3\end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} -3x+4y=-10 \\ 2x+3y=1\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow\ y=\dfrac{-10+3x}{4} \\ \rightarrow\ y=\dfrac{1-2x}{3}\end{array}\Bigg\}\rightarrow\ \dfrac{-10+3x}{4}=\dfrac{1-2x}{3}\ \rightarrow\ -30+9x=4-8x\ \rightarrow$

$\rightarrow 17x=34\ \rightarrow\ x=\dfrac{34}{17}=2$

$y=\dfrac{1-2x}{3}=\dfrac{1-2\cdot2}{3}=\dfrac{1-4}{3}=-\dfrac{3}{3}=-1$

Solución: $x=2\ ;\ y=-1$

b) $$\left.\begin{array}{r} 3x+6y=-9 \\ x+2y=-3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{1cm}} \quad 3x+6y=-9 \\ \xrightarrow{\times(-3)} \quad \underline{-3x-6y=9} \end{array}$$

Sumando: $0=0 \;\rightarrow$ Tiene infinitas soluciones

Ejercicio nº 14.-

Resuelve este sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2(x+3y)}{3}-\dfrac{2x+y}{4}=\dfrac{10}{3} \\ 3(x+2y)-\dfrac{5x+y}{2}=\dfrac{21}{2} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{2(x+3y)}{3}-\dfrac{2x+y}{4}=\dfrac{10}{3} \\ 3(x+2y)-\dfrac{5x+y}{2}=\dfrac{21}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{2x+6y}{3}-\dfrac{2x+y}{4}=\dfrac{10}{3} \\ 3x+6y-\dfrac{5x+y}{2}=\dfrac{21}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 8x+24y-6x-3y=40 \\ 6x+12y-5x-y=21 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x+21y=40 \\ x+11y=21 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow 2(21-11y)+21y=40 \;\rightarrow\; 42-22y+21y=40 \;\rightarrow\; y=2 \\ \rightarrow x=21-11y \end{array}$$

$x = 21 - 11y = 21 - 11 \cdot (2) = 21 - 22 = 1$

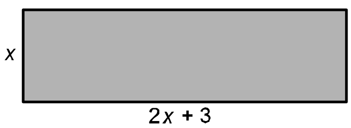
Solución: $x=-1$; $y=2$

Ejercicio nº 15.-

Halla los lados de un rectángulo sabiendo que la base excede en 3 cm al doble de la altura; y que su área es de 14 cm^2.

Solución:

Llamamos x a la altura del rectángulo; su base será $2x+3$.



Tenemos que:
Área $= x(2x+3) = 14$ cm^2 $\rightarrow$ $2x^2+3x-14=0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+112}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{-3 \pm 11}{4} \begin{cases} x = 2 \\ x = -7/2 \quad \text{(no vale)} \end{cases}$$

La base mide 7 cm y la altura, 2 cm.

Ejercicio nº 16.-

Un confitero ha mezclado dos tipos de caramelos; el primero, de 4 €/kg; y, el segundo, de 6 €/kg, obteniendo en total 8 kg a un precio de 4,75 €/kg. ¿Cuántos kilos ha utilizado de cada tipo?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	PRIMER TIPO	SEGUNDO TIPO	MEZCLA
CANTIDAD (kg)	x	y	8
PRECIO/KG (euros)	4	6	4,75
PRECIO TOTAL (euros)	$4x$	$6y$	38

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 8 \\ 4x + 6y = 38 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ y = 8 - x \\ \rightarrow\ 4x + 6(8 - x) = 38 \ \rightarrow\ 4x + 48 - 6x = 38 \ \rightarrow\ 10 = 2x \ \rightarrow\ x = 5 \end{array}$$

$y = 8 - x = 8 - 5 = 3$

Se han utilizado 5 kg del primer tipo y 3 kg del segundo tipo.

Ejercicio nº 17.-

Resuelve la ecuación:

$$\boldsymbol{\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x^2} = \frac{5}{4}}$$

Solución:

$$\frac{x+1}{x} - \frac{x-1}{x^2} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{4x(x+1)}{4x^2} - \frac{4(x-1)}{4x^2} = \frac{5x^2}{4x^2}$$

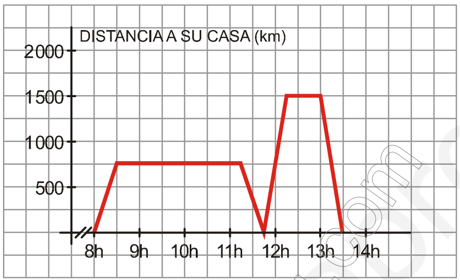
$$4x^2 + 4x - 4x + 4 = 5x^2$$

$$x^2 = 4 \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{4} \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$$

Las dos soluciones son válidas.

Ejercicio nº 18.-

Pablo salió de su casa a las 8 de la mañana para ir al instituto. En el recreo, tuvo que volver a su casa para ir con su padre al médico. La siguiente gráfica refleja la situación:



a) **¿A qué hora comienzan las clases y a qué hora empieza el recreo?**

b) **¿A qué distancia de su casa está el instituto? ¿Y el consultorio médico?**

c) **¿Cuánto tiempo ha estado en clase? ¿Y en el consultorio médico?**

d) **Haz una interpretación completa de la gráfica.**

Solución:

a) Las clases comienzan a las 8 y media. El recreo empieza a las 11 y cuarto.

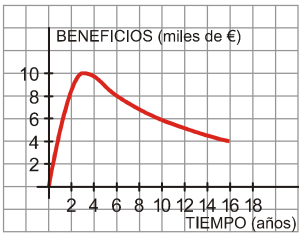
b) El instituto está a 750 m de su casa, y el consultorio, a 1500 m.

c) Ha estado en clase desde las 8:30 hasta las 11:15; en total, 2 horas y 45 minutos. En el consultorio médico ha estado durante 45 minutos.

d) Sale de su casa a las 8:00 de la mañana. Entra a clase a las 8:30 h. Ha tardado media hora en llegar al instituto, que está a 750 m de su casa. Permanece en clase hasta las 11:15, que empieza el recreo y vuelve a su casa. Tarda media hora en volver a su casa. A las 11:45 sale con su padre hacia el consultorio, que está a 1500 m de su casa, tardando media hora en llegar. Está allí durante 45 minutos y tarda otra media hora en llegar a su casa (a las 13:30).

Ejercicio nº 19.-

La siguiente gráfica muestra los beneficios obtenidos por una empresa desde que comenzó a funcionar:



a) **¿Cuál es el dominio de definición? ¿Cuántos años ha estado en funcionamiento la empresa?**

b) **¿En qué tramos es creciente la función y en cuáles es decreciente?**

c) **¿Al cabo de cuánto tiempo obtiene la empresa el beneficio máximo? ¿Cuál es ese beneficio?**

d) **¿Pierde dinero la empresa en algún momento? Razona tu respuesta.**

Solución:

a) Dominio $\rightarrow$ De 0 a 16 años.
Ha estado 16 años en funcionamiento.

b) Creciente en los tres primeros años y decreciente desde el 3er año hasta el 16.

c) Al cabo de 3 años. Obtiene 10 miles de € (10 000 €) de beneficio.

d) No. Los beneficios son siempre positivos (la gráfica está por encima del eje X).

EXAMEN III:

Ejercicio nº 1.-

a) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$-\sqrt{2}\ ;\ -\frac{3}{4}\ ;-\frac{4}{2}\ ;\ 2,\widehat{7}\ ;\ \sqrt{9}$$

b) Representa sobre la recta los siguientes números:

$$-3\ ;\ 2,1\ ;\frac{2}{3}$$

Solución:

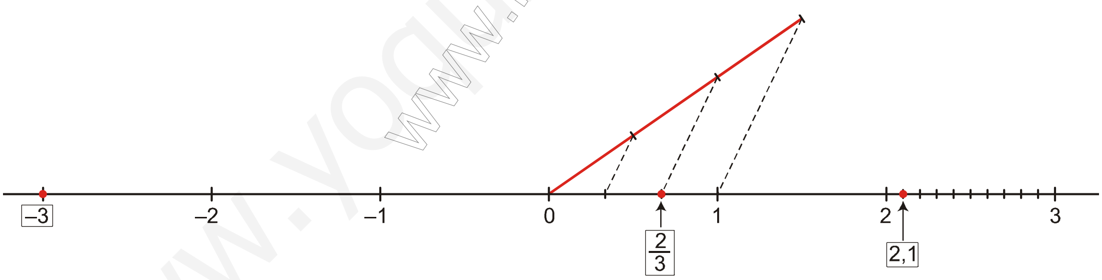
a) Naturales $\rightarrow$ $\sqrt{9}$

Enteros $\rightarrow$ $-\frac{4}{2};\ \sqrt{9}$

Racionales $\rightarrow$ $-\frac{3}{4};\ -\frac{4}{2};\ 2,\widehat{7};\ \sqrt{9}$

Irracionales $\rightarrow$ $-\sqrt{2}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Expresa en forma decimal:

$$\frac{8}{45};\ \frac{35}{20}$$

b) Pasa a forma de fracción irreducible los números:

b.1) 3,26

b.2) $3,\widehat{2}$

Solución:

a) Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{8}{45} = 0,1\widehat{7}$$
$$\frac{35}{20} = 1,75$$

b)

b.1) $3,26 = \frac{326}{100} = \frac{163}{50}$

b.2)
$$\begin{array}{r} 10\,N = 32,222... \\ -\quad N = \ \ 3,222... \\ \hline 9\,N = 29 \quad \rightarrow \quad N = \frac{29}{9} \end{array}$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Reduce a una sola fracción:

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{11}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right)^2$$

b) Simplifica las siguientes expresiones:

b.1) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 \cdot 2^4 \cdot 2^{-3}$

b.2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot 2^4$

Solución:

a) $\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{11}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right)^2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{11}{5} - \frac{5}{2}\right)^2 =$

$$= \frac{3}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{22}{10} - \frac{25}{10}\right)^2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{3}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{100} =$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{3}{50} = \frac{75}{50} - \frac{3}{50} = \frac{72}{50} = \frac{36}{25}$$

b)

b.1) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 \cdot 2^4 \cdot 2^{-3} = 1 \cdot 2 = 2$

b.2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot 2^4 = 2 \cdot 2^4 = 2^5 = 32$

Ejercicio nº 4.-

Un trabajador ha realizado las 2/7 partes de un encargo; otro realizó 2/5 partes, y un tercero lo terminó. Si les pagan en total 1 008 €, ¿cuánto le corresponderá a cada uno?

Solución:

Al primero le corresponderán $\frac{2}{7}$ de $1008 = \frac{1008 \cdot 2}{7} = 288$ euros.

Al segundo, $\frac{2}{5}$ de $1\ 008 = \frac{1008 \cdot 2}{5} = 403{,}2$ euros.

Al tercero, $1008 - (288 + 403{,}2) = 316{,}8$ euros.

Ejercicio nº 5.-

Un trabajador cobra 1 650 € mensuales. Si se gasta el 85% de su sueldo, ¿qué cantidad ahorra?

Solución:

Si se gasta el 85% de su sueldo $\rightarrow$ ahorra el 15%

15% de $1\ 650 = 0{,}15 \cdot 1650 = 247{,}50$

Ahorra 247,50 €.

Ejercicio nº 6.-

La recaudación en una tienda durante la primera quincena de julio fue de 1 200 €; en la segunda quincena recaudaron un 18% más que en la primera; en la primera de agosto la recaudación descendió un 5% con respecto a la quincena anterior y en la segunda aumentó un 5% respecto a la primera. ¿Cuánto dinero recaudaron en la segunda quincena de agosto?

Solución:

$1\,200 \cdot 1{,}18 \cdot 0{,}95 \cdot 1{,}05 = 1\,412{,}46$

En la segunda quincena de agosto recaudaron 1 412,46 €.

Ejercicio nº 7.-

Calcula y simplifica el resultado:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \frac{1}{5}\cdot\left[6^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right] - \left(\frac{-4^2}{15}\right)$$

Solución:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} - \frac{1}{5}\cdot\left[6^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right] - \left(\frac{-4^2}{15}\right) = \frac{4}{3} - \frac{1}{5}\cdot(36-27) + \frac{16}{15} =$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{9}{5} + \frac{16}{15} = \frac{20}{15} - \frac{27}{15} + \frac{16}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

Ejercicio nº 8.-

Reduce las expresiones siguientes:

a) $\left(x^2 - x + 2\right)(x-1) + \frac{1}{2}(x-2)(3x+1)$

b) $(2x-1)^2 + x(x+2) - (x+2)(x-2)$

Solución:

a) $\left(x^2-x+2\right)(x-1)+\frac{1}{2}(x-2)(3x+1)=$

$=x^3-x^2-x^2+x+2x-2+\frac{1}{2}\left(3x^2+x-6x-2\right)=$

$=x^3-2x^2+3x-2+\frac{3}{2}x^2-\frac{5}{2}x-1=x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-3$

b) $(2x-1)^2+x(x+2)-(x+2)(x-2)=4x^2-4x+1+x^2+2x-\left(x^2-4\right)=$

$=5x^2-2x+1-x^2+4=4x^2-2x+5$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x+1}{x+2}+\frac{1}{x}-\frac{2x}{x+2}$

b) $\frac{x^2-1}{2x^2}\cdot\frac{4x^3}{x^2+1}$

Solución:

a) $\frac{x+1}{x+2}+\frac{1}{x}-\frac{2x}{x+2}=\frac{x^2+x}{x(x+2)}+\frac{x+2}{x(x+2)}-\frac{2x^2}{x(x+2)}=$

$=\frac{x^2+x+x+2-2x^2}{x(x+2)}=\frac{-x^2+2x+2}{x^2+2x}$

b) $\frac{x^2-1}{2x^2}\cdot\frac{4x^3}{x^2+1}=\frac{\left(x^2-1\right)4x^3}{2x^2\left(x^2+1\right)}=\frac{2x\left(x^2-1\right)}{x^2+1}=\frac{2x^3-2x}{x^2+1}$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Resuelve la ecuación:

$\frac{3(x+1)}{2}+2x-5-\frac{x+2}{3}=\frac{1}{3}(x-1)-\frac{19}{2}$

Solución:

$$\frac{3(x+1)}{2}+2x-5-\frac{x+2}{3}=\frac{1}{3}(x-1)-\frac{19}{2}$$

$$\frac{3x+3}{2}+2x-5-\frac{x+2}{3}=\frac{x}{3}-\frac{1}{3}-\frac{19}{2}$$

$$\frac{9x+9}{6}+\frac{12x}{6}-\frac{30}{6}-\frac{2x+4}{6}=\frac{2x}{6}-\frac{2}{6}-\frac{57}{6}$$

$9x+9+12x-30-2x-4=2x-2-57$

$9x+12x-2x-2x=-2-57-9+30+4$

$17x=-34$

$$x=-\frac{34}{17}=-2 \;\rightarrow\; x=-2$$

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Resuelve las ecuaciones:

a) $\mathbf{-3x^2-13x+10=0}$

b) $\mathbf{4x^2-144=0}$

c) $\mathbf{-x^2-25=0}$

Solución:

a) $-3x^2-13x+10=0$

$$x=\frac{13\pm\sqrt{169+120}}{-6}=\frac{13\pm\sqrt{289}}{-6}=\frac{13\pm17}{-6}\;\begin{cases} x=-5 \\ x=2/3 \end{cases}$$

b) $4x^2-144=0 \;\rightarrow\; 4x^2=144 \;\rightarrow\; x^2=36 \;\rightarrow x=\pm\sqrt{36}\;\begin{cases} x=6 \\ x=-6 \end{cases}$

c) $-x^2-25=0 \;\rightarrow\; -x^2=25 \;\rightarrow\; x^2=-25$. No tiene solución.

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

Resuelve esta ecuación:

$$\mathbf{(x-2)(x+5)-\frac{(x+1)^2}{3}=(2x-1)^2+\frac{x+4}{6}-12}$$

Solución:

$$(x-2)(x+5)-\frac{(x+1)^2}{3}=(2x-1)^2+\frac{x+4}{6}-12$$

$$x^2+3x-10-\frac{x^2+2x+1}{3}=4x^2-4x+1+\frac{x+4}{6}-12$$

$$6x^2+18x-60-2x^2-4x-2=24x^2-24x+6+x+4-72$$
$$6x^2-2x^2-24x^2+18x-4x+24x-x-60-2-6-4+72=0$$
$$-20x^2+37x=0$$

$$x(-20x+37)=0 \quad \begin{cases} x=0 \\ -20x+37=0 \;\rightarrow\; x=37/20 \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve cada uno de estos sistemas:

a) $\begin{cases} \mathbf{3x-2y=2} \\ \mathbf{5x-4y=3} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{2x-y=3} \\ \mathbf{-4x+2y=-6} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x-2y=2 \\ 5x-4y=3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times(-2)} \\ \xrightarrow{\qquad} \end{array} \begin{array}{l} -6x+4y=-4 \\ \underline{\;5x-4y=3\;} \end{array}$

Sumando: $-x=-1 \;\rightarrow\; x=1$

$$3x-2y=2 \;\rightarrow\; 3-2y=2 \;\rightarrow\; 1=2y \;\rightarrow\; y=\frac{1}{2}$$

Solución: $x=1\;;\; y=\frac{1}{2}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x-y=3 \\ -4x+2y=-6 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \quad 4x-2y=6 \\ \longrightarrow \quad \underline{-4x+2y=-6} \end{array}$

Sumando: $\quad 0=0 \;\rightarrow$ Tiene infinitas soluciones.

Ejercicio nº 14.-

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3}-\dfrac{2x-y}{2}=-2 \\ \dfrac{3(x-1)}{4}+\dfrac{2x+3y}{2}=\dfrac{9}{2} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-2y}{3}-\dfrac{2x-y}{2}=-2 \\ \dfrac{3(x-1)}{4}+\dfrac{2x+3y}{2}=\dfrac{9}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x-4y-6x+3y=-12 \\ 3x-3+4x+6y=18 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -4x-y=-12 \\ 7x+6y=21 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$\rightarrow 4x+y=12 \;\rightarrow\; y=12-4x$

$\rightarrow 7x+6(12-4x)=21 \;\rightarrow\; 7x+72-24x=21 \rightarrow -17x=-51 \;\rightarrow\; x=3$

$y=12-4x=12-4\cdot 3=12-12=0$

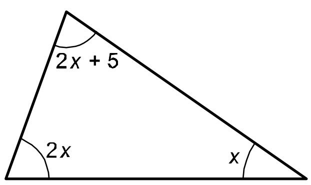
Solución: $x=3 \;;\; y=0$

Ejercicio nº 15.-

En un triángulo, sabemos que el mediano de sus ángulos mide el doble que el pequeño. Además, el mayor de ellos excede en 5° al mediano. ¿Cuánto miden sus ángulos?

Solución:

Llamamos x al ángulo pequeño; el mediano será $2x$; y el mayor será $2x+5$.



Por tanto:

$x + 2x + (2x + 5) = 180$

$5x = 175 \rightarrow x = \frac{175}{5} = 35$

Los ángulos miden 35°, 70° y 75°.

Ejercicio nº 16.-

Un comerciante compra dos productos por 500 € y después los vende. Por la venta del primero de los artículos obtiene un 5% de beneficio; y, por la venta del segundo, un 4,5% de beneficio. Sabiendo que consiguió 3,15 € más de beneficio por la venta del primero que por la del segundo, ¿cuánto le costó cada uno de ellos?

Solución:

Hagamos una tabla para organizar la información:

	PRECIO (euros)	BENEFICIO
PRIMERO	x	$0{,}05x$
SEGUNDO	y	$0{,}045y$

Sabemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 500 \\ 0{,}05x = 0{,}045y + 3{,}15 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow y = 500 - x \\ \rightarrow 0{,}05x = 0{,}045(500 - x) + 3{,}15 \rightarrow 0{,}05x = 22{,}5 - 0{,}045x + 3{,}15 \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow 0{,}095x = 25{,}65 \rightarrow x = \frac{25{,}65}{0{,}095} = 270$$

$y = 500 - x = 500 - 270 = 230$

El primero le costó 270 € y el segundo, 230 €.

Ejercicio nº 17.-

Opera y simplifica:

$$\left(\frac{x+1}{x} + \frac{2}{x} - \frac{1}{x-1}\right) \cdot x$$

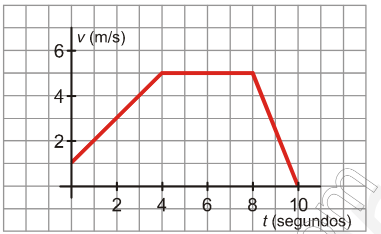
Solución:

$$\left(\frac{x+1}{x}+\frac{2}{x}-\frac{1}{x-1}\right)\cdot x=\left(\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)}+\frac{2(x-1)}{x(x-1)}-\frac{x}{x(x-1)}\right)\cdot x=\left(\frac{x^2-1+2x-2-x}{x(x-1)}\right)\cdot x=$$

$$=\frac{x^2+x-3}{x(x-1)}\cdot\frac{x}{1}=\frac{(x^2+x-3)\cdot x}{x(x-1)}=\frac{x^2+x-3}{x-1}$$

<u>Ejercicio nº 18.-</u>

La siguiente gráfica corresponde a la velocidad de un móvil (en m/s) en función del tiempo:



a) ¿Cuál es la velocidad que lleva inicialmente?

b) ¿En qué momentos aumenta o disminuye la velocidad?

c) ¿Cuándo mantiene su velocidad constante y cuál es esa velocidad?

d) ¿Cuánto tiempo está acelerando? ¿Cuánto tiempo tarda en pararse desde que empieza a frenar?

Solución:

a) 1 m/s

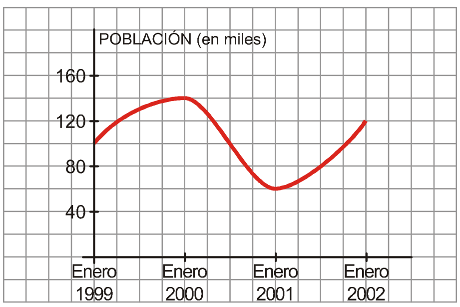
b) Aumenta durante los 4 primeros segundos. Disminuye durante los dos últimos.

c) Entre los 4 y los 8 segundos. Va a 5 m/s.

d) Está acelerando durante 4 segundos (los 4 primeros) y tarda 2 segundos en pararse desde que empieza a frenar.

<u>Ejercicio nº 19.-</u>

La siguiente gráfica muestra la evolución de la población en un cierto lugar:



a) ¿Cuál es el dominio de definición que hemos considerado?

b) ¿Qué población había en enero de 1999?

c) ¿En qué momento la población fue máxima? ¿Cuál fue ese máximo?

d) ¿En qué momento la población fue mínima? ¿Cuál fue ese mínimo?

e) Describe la evolución de la población en el periodo de tiempo considerado.

Solución:

a) Desde enero de 1999 hasta enero de 2002.

b) 100 000 habitantes.

c) En enero de 2000, que había 140 000 habitantes.

d) En enero de 2001, que había 60 000 habitantes.

e) Creciente de enero de 1999 a enero de 2000 y de enero de 2001 a enero de 2002.
Decreciente de enero de 2000 a enero de 2001.

EXAMEN IV:

Ejercicio nº 1.-

a) Dados los siguientes números, clasifícalos según sean naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$8,\widehat{25};\ \ 3,25;\ \ -2,1;\ \ -\sqrt{34};\ \ \sqrt[3]{1}$$

b) Representa los siguientes números sobre la recta:

$$-\frac{1}{3};\ \ 4;\ \ 3,2$$

Solución:

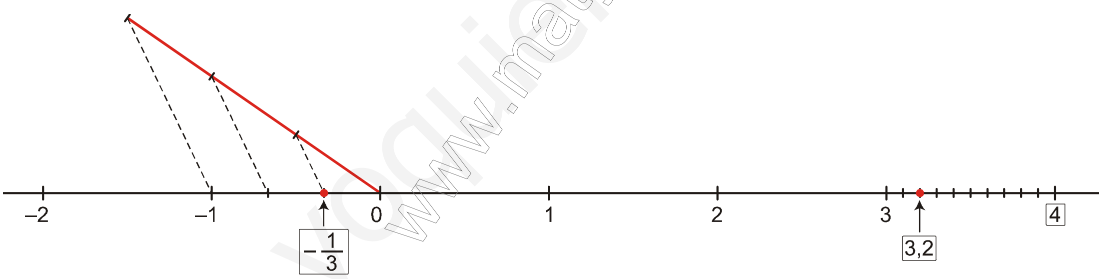
a) Naturales $\rightarrow$ $\sqrt[3]{1}$

Enteros $\rightarrow$ $\sqrt[3]{1}$

Racionales $\rightarrow$ $8,\widehat{25};\ 3,25;\ -2,1;\ \sqrt[3]{1}$

Irracionales $\rightarrow$ $-\sqrt{34}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Escribe en forma decimal:

$$\frac{32}{9};\ \frac{23}{5}$$

b) Escribe en forma de fracción irreducible:

b.1) $2,75$

b.2) $2,\widehat{75}$

Solución:

a) Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{32}{9} = 3,\widehat{5}$$

$$\frac{23}{5} = 4,6$$

b)

b.1) $2,75 = \frac{275}{100} = \frac{11}{4}$

b.2)

$$\begin{array}{r} 100\ N = 275,7575... \\ -\quad N = \quad 2,7575... \\ \hline 99\ N = 273 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{273}{99} = \frac{91}{33}$$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Opera y simplifica el resultado:

$$-2^3 + \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right)$$

b) Reduce a una sola potencia y calcula:

$$\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{5}\right)^{-4}\right]^2$$

Solución:

a) $-2^3 + \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) = -8 + \frac{4}{5} - \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{12}\right) =$

$= -8 + \frac{4}{5} - \left(\frac{6}{60} + \frac{10}{60}\right) = -8 + \frac{4}{5} - \frac{16}{60} = -8 + \frac{4}{5} - \frac{4}{15} =$

$= -\frac{120}{15} + \frac{12}{15} - \frac{4}{15} = -\frac{112}{15}$

b) $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{2}{5}\right)^{-4}\right]^2 = \left[\left(\frac{2}{5}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \frac{16}{625}$

Ejercicio nº 4.-

En la compra que hemos hecho hoy, nos hemos gastado 3/5 del dinero que llevábamos en la frutería; 2/3 de lo que nos quedaba, en la pescadería, y el resto, que eran 7,2 €, en la panadería. ¿Cuánto dinero teníamos al principio?

Solución:

Frutería: nos gastamos $\frac{3}{5}$ del total $\rightarrow$ nos quedan $\frac{2}{5}$.

Pescadería: nos gastamos $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5} = \frac{4}{15}$ del total.

Entre la frutería y la pescadería hemos gastado:

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{15} = \frac{9}{15} + \frac{4}{15} = \frac{13}{15} \text{ del total}$$

Nos quedan $\frac{2}{15}$, que son 7,2 euros; es decir:

$\frac{2}{15}$ de $x = 7{,}2$ euros $\rightarrow x = \frac{7{,}2 \cdot 15}{2} = 54$ euros

Al principio teníamos 54 euros.

Ejercicio nº 5.-

Un producto costaba, sin IVA, 34,52 €, y lo han rebajado un 15%. Sabiendo que el IVA es del 7%, ¿cuál será su precio final con IVA?

Solución:

$34{,}52 \cdot 0{,}85 \cdot 1{,}07 = 31{,}39594 \approx 31{,}40$ €

Ejercicio nº 6.-

Se han pagado 1 202 € por un ordenador. Si el IVA aplicado ha sido del 16%. ¿Cuál era el precio inicial del ordenador?

Solución:

Precio final $= 1\,202$ €

Subida de un 16% $\rightarrow$ Índice de variación $= 1{,}16$

Precio inicial $\cdot$ $1{,}16 = 1\,202$ $\rightarrow$ Precio inicial $= 1\,202 : 1{,}16 \approx 1\,036{,}21$ €

El precio inicial del ordenador era de $1\,036{,}21$ €.

<u>Ejercicio nº 7.-</u>

De los siguientes números, indica cuáles son naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$\sqrt[3]{\mathbf{10}};\ \sqrt{\mathbf{25}};\ \sqrt[6]{\mathbf{64}};\ \sqrt{\mathbf{105}};\ \sqrt[3]{-\mathbf{18}};\ \sqrt[3]{-\mathbf{1000}};\ \sqrt[5]{-\mathbf{54}}$$

Solución:

$$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$
$$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$
$$\sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{(-10)^3} = -10$$

Naturales $\rightarrow$ $\sqrt{25},\ \sqrt[6]{64}$

Enteros $\rightarrow$ $\sqrt{25},\ \sqrt[6]{64},\ \sqrt[3]{-1000}$

Racionales $\rightarrow$ $\sqrt{25},\ \sqrt[6]{64},\ \sqrt[3]{-1000}$

Irracionales $\rightarrow$ $\sqrt[3]{10},\ \sqrt{105},\ \sqrt[3]{-18},\ \sqrt[5]{-54}$

<u>Ejercicio nº 8.-</u>

Opera y simplifica:

a) $\mathbf{\frac{1}{3}\left(x^2 - 1\right) + \left(x - 2\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)}$

b) $\mathbf{\left(x - 1\right)^2 + \left(x + 1\right)\left(x - 1\right) - 2x^2}$

Solución:

a) $\frac{1}{3}\left(x^2 - 1\right) + \left(x - 2\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3} + x^2 + \frac{1}{2}x - 2x - 1 = \frac{4}{3}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{4}{3}$

b) $\left(x-1\right)^2+\left(x+1\right)\left(x-1\right)-2x^2=x^2-2x+1+x^2-1-2x^2=-2x$

Ejercicio nº 9.-

Efectúa las siguientes operaciones y simplifica el resultado obtenido:

a) $\mathbf{\dfrac{2x-1}{x^2}+\dfrac{3x-1}{x}+\dfrac{x^2-3}{x^2}}$

b) $\mathbf{\dfrac{x^2+1}{3x^2}\cdot\dfrac{x^3}{x+1}}$

Solución:

a) $\dfrac{2x-1}{x^2}+\dfrac{3x-1}{x}+\dfrac{x^2-3}{x^2}=\dfrac{2x-1}{x^2}+\dfrac{3x^2-x}{x^2}+\dfrac{x^2-3}{x^2}=$

$=\dfrac{2x-1+3x^2-x+x^2-3}{x^2}=\dfrac{4x^2+x-4}{x^2}$

b) $\dfrac{x^2+1}{3x^2}\cdot\dfrac{x^3}{x+1}=\dfrac{\left(x^2+1\right)x^3}{3x^2\left(x+1\right)}=\dfrac{\left(x^2+1\right)x}{3\left(x+1\right)}=\dfrac{x^3+x}{3x+3}$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve:

$\mathbf{-\dfrac{1}{4}\left(2x+1\right)+\dfrac{1}{3}\left(x-3\right)-\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{2\left(x-3\right)}{3}-\dfrac{15}{4}}$

Solución:

$-\dfrac{1}{4}\left(2x+1\right)+\dfrac{1}{3}\left(x-3\right)-\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{2\left(x-3\right)}{3}-\dfrac{15}{4}$

$-\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{x}{3}-1-\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{2x-6}{3}-\dfrac{15}{4}$

$-\dfrac{6x}{12}-\dfrac{3}{12}+\dfrac{4x}{12}-\dfrac{12}{12}-\dfrac{6x+6}{12}=\dfrac{8x-24}{12}-\dfrac{45}{12}$

$-6x-3+4x-12-6x-6=8x-24-45$

$-6x + 4x - 6x - 8x = -24 - 45 + 3 + 12 + 6$

$-16x = -48$

$x = \frac{-48}{-16} = 3 \;\rightarrow\; x = 3$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\mathbf{2x^2 - 5x - 3 = 0}$

b) $\mathbf{2x^2 - 3x = 0}$

c) $\mathbf{x^2 + 100 = 0}$

Solución:

a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} \begin{cases} x = 3 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

b) $2x^2 - 3x = 0$

$$x(2x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ 2x - 3 = 0 \rightarrow x = 3/2 \end{cases}$$

c) $x^2 + 100 = 0 \;\rightarrow\; x^2 = -100$. No tiene solución.

Ejercicio nº 12.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\mathbf{\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{x(x+1)}{2} - \frac{x}{3} = 3x(x-2) + \frac{7}{3}}$$

Solución:

$$\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{x(x+1)}{2} - \frac{x}{3} = 3x(x-2) + \frac{7}{3}$$

$$\frac{x^2-4x+4}{3}+\frac{x^2+x}{2}-\frac{x}{3}=3x^2-6x+\frac{7}{3}$$

$$\frac{2x^2-8x+8}{6}+\frac{3x^2+3x}{6}-\frac{2x}{6}=\frac{18x^2}{6}-\frac{36x}{6}+\frac{14}{6}$$

$$2x^2-8x+8+3x^2+3x-2x=18x^2-36x+14$$

$$2x^2+3x^2-18x^2-8x+3x-2x+36x+8-14=0$$

$$-13x^2+29x-6=0$$

$$x=\frac{-29\pm\sqrt{841-312}}{-26}=\frac{-29\pm\sqrt{529}}{-26}=\frac{-29\pm 23}{-26}\begin{cases} x=3/13 \\ x=2\end{cases}$$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve estos sistemas:

a) $\begin{cases} \mathbf{5x-3y=9} \\ \mathbf{-2x+6y=-2}\end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{2x-y=5} \\ \mathbf{-4x+2y=8}\end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{r} 5x-3y=9 \\ -2x+6y=-2\end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r} 5x-3y=9 \\ x-3y=1\end{array}\right\}\begin{array}{l}\rightarrow 5(1+3y)-3y=9\rightarrow 5+15y-3y=9\rightarrow 12y=4\rightarrow \\ \rightarrow x=1+3y\end{array}$

$$\rightarrow y=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$$

$$x=1+3y=1+3\cdot\frac{1}{3}=1+1=2$$

Solución : $x=2$; $y=\dfrac{1}{3}$

b) $\left.\begin{array}{r} 2x-y=5 \\ -4x+2y=8\end{array}\right\}\begin{array}{l}\xrightarrow{\times 2} \\ \longrightarrow\end{array}\begin{array}{r} 4x-2y=10 \\ \underline{-4x+2y=8}\end{array}$

Sumando: $0=18 \rightarrow$ No tiene solución.

Ejercicio nº 14.-

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathbf{3x+2y}}{\mathbf{5}} - \dfrac{\mathbf{x+2y}}{\mathbf{2}} = \dfrac{\mathbf{6}}{\mathbf{5}} \\ \dfrac{\mathbf{3(x-1)}}{\mathbf{2}} + \mathbf{y-5} = \dfrac{\mathbf{-17}}{\mathbf{2}} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{3x+2y}{5} - \dfrac{x+2y}{2} = \dfrac{6}{5} \\ \dfrac{3(x-1)}{2} + y - 5 = \dfrac{-17}{2} \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} 6x+4y-5x-10y=12 \\ \dfrac{3x-3}{2} + y - 5 = -\dfrac{17}{2} \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} x-6y=12 \\ 3x-3+2y-10=-17 \end{array}\right\} \to$$

$$\to \left.\begin{array}{l} x-6y=12 \\ 3x+2y=-4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to x = 12+6y \\ \to 3(12+6y)+2y=-4 \to 36+18y+2y=-4 \to 20y=-40 \to y=-2 \end{array}$$

$x = 12 + 6y = 12 + 6 \cdot (-2) = 12 - 12 = 0$

Solución: $x = 0$; $y = -2$

Ejercicio nº 15.-

Halla un número entero sabiendo que, si lo multiplicamos por el siguiente, el resultado excede en 40 unidades a la tercera parte de dicho número.

Solución:

Llamamos x al número que buscamos. Tenemos que:

$$x(x+1) = \frac{x}{3} + 40$$

$$x^2 + x = \frac{x}{3} + 40$$

$$3x^2 + 3x = x + 120$$

$$3x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+1440}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{1444}}{6} = \frac{-2 \pm 38}{6} \begin{cases} x = 6 \\ x = -20/3 \quad \text{(no vale)} \end{cases}$$

Como sabemos que el número pedido es entero, entonces $x = 6$.

Ejercicio nº 16.-

Una piscina dispone de dos desagües. Si abrimos solamente el primero, la piscina se vacía en 3 horas; y, si abrimos los dos a la vez, se vacía en 2 horas. ¿Cuánto tardaría en vaciarse si abriéramos solamente el segundo desagüe?

Solución:

- Primer desagüe $\rightarrow$ 3 horas $\rightarrow$ vacía $\frac{1}{3}$ de piscina en 1 hora.
- Segundo desagüe $\rightarrow$ x horas $\rightarrow$ vacía $\frac{1}{x}$ de piscina en 1 hora.
- Los dos a la vez $\rightarrow$ 2 horas $\rightarrow$ vacía $\frac{1}{2}$ de piscina en 1 hora.

Por tanto:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{6} \rightarrow 6 = x$$

Si abriéramos solamente el segundo desagüe, la piscina se vaciaría en 6 horas.

Ejercicio nº 17.-

Opera y simplifica:

$$\left(\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x-1} \right) : \frac{x}{x-1}$$

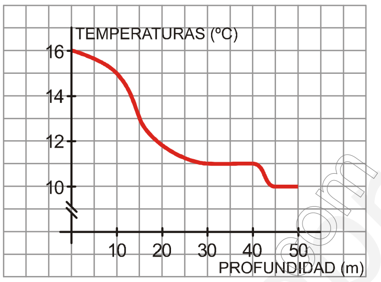
Solución:

$$\left(\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2}{x-1}\right):\frac{x}{x-1}=\left(\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2(x-1)}{(x-1)^2}\right):\frac{x}{x-1}=\frac{1-2x+2}{(x-1)^2}:\frac{x}{(x-1)}=$$

$$=\frac{-2x+3}{(x-1)^2}:\frac{x}{(x-1)}=\frac{(-2x+3)(x-1)}{x(x-1)^2}=\frac{-2x+3}{x(x-1)}=\frac{-2x+3}{x^2-x}$$

Ejercicio nº 18.-

La siguiente gráfica muestra la temperatura del agua en un cierto lugar a diferentes profundidades:



a) ¿Qué temperatura había en la superficie?
b) ¿Cuál era la temperatura a 10 m, a 15 m, a 30 m y a 50 m de profundidad?
c) ¿Hay algún tramo en el que se mantenga la misma temperatura? ¿Cuál es el tramo y cuál la temperatura?
d) Indica los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

Solución:

a) 16 °C

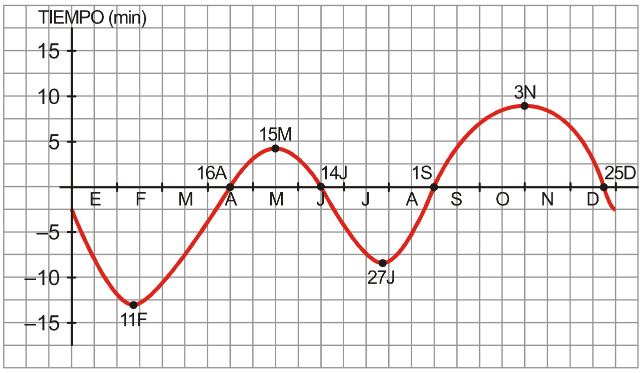
b) A 10 m $\rightarrow$ 15 °C
A 15 m $\rightarrow$ 13 °C
A 30 m $\rightarrow$ 11 °C
A 50 m $\rightarrow$ 10 °C

c) Entre los 30 m y los 40 m de profundidad $\rightarrow$ 11 °C
Entre los 45 m y los 50 m de profundidad $\rightarrow$ 10 °C

d) No es creciente en ningún tramo.
Es decreciente desde 0 m hasta 30 m y desde 40 hasta 45 m.

Ejercicio nº 19.-

Esta gráfica muestra en cuántos minutos se adelanta o se atrasa un reloj de sol en el transcurso de un año:



a) ¿En qué fecha el reloj de sol tiene el máximo adelanto? ¿Cuándo el máximo atraso?

b) ¿En qué fechas es exacto?

c) ¿Es una función continua?

d) ¿Es una función periódica? En caso afirmativo, ¿cuál es su periodo?

e) Describe el crecimiento y el decrecimiento de la función.

Solución:

a) Máximo adelanto → 3 de noviembre
Máximo atraso → 11 de febrero

b) 16 de abril, 14 de junio, 1 de septiembre y 25 de diciembre.

c) Sí.

d) Sí, el periodo es 1 año.

e) Creciente → Del 11 de febrero al 15 de mayo y del 27 de julio al 3 de noviembre.
Decreciente → Del 1 de enero al 11 de febrero, del 15 de mayo al 27 de julio y del 3 de noviembre al 1 de enero.

EXAMEN V

Ejercicio nº 1.-

a) Clasifica como naturales, enteros, racionales o irracionales los siguientes números:

$$-1,\widehat{3};\ \frac{1}{3};\ 1,3;\ \sqrt{3^2}\ ;\sqrt[3]{3}$$

b) Representa sobre la recta los números:

$$2,6;\ \frac{3}{5};\ -4$$

Solución:

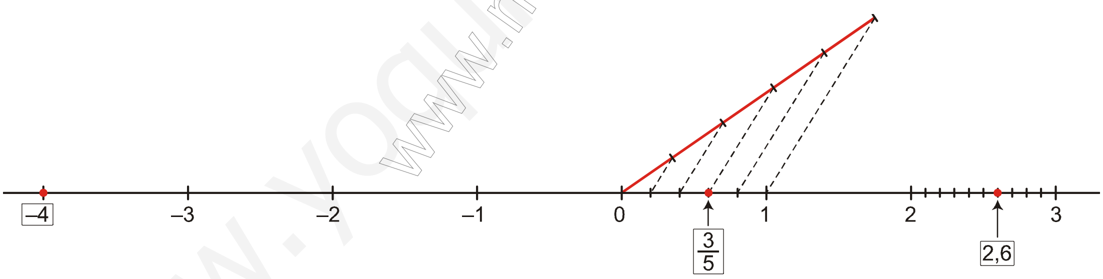
a) Naturales $\rightarrow \sqrt{3^2}$

Enteros $\rightarrow \sqrt{3^2}$

Racionales $\rightarrow -1,\widehat{3};\ \frac{1}{3};\ 1,3;\ \sqrt{3^2}$

Irracionales $\rightarrow \sqrt[3]{3}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Expresa en forma decimal:

$$\frac{20}{7};\ -\frac{3}{4}$$

b) Expresa en forma de fracción irreducible:

b.1) $3,0\widehat{5}$

b.2) $2,82$

Solución:

a) Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{20}{7}=2,\overset{\frown}{857142}$$

$$-\frac{3}{4}=-0,75$$

b)

b.1)
$$\begin{array}{r} 100\ N = 305,555... \\ -\ \ 10\ N = \ \ 30,555... \\ \hline 90\ N = 275 \end{array} \quad \rightarrow \quad N=\frac{275}{90}=\frac{55}{18}$$

b.2) $2,82=\dfrac{282}{100}=\dfrac{141}{50}$

<u>Ejercicio nº 3.-</u>

a) Reduce a una sola fracción y simplifica:

$$\left(-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\right)$$

b) Simplifica:

$$\frac{4^{-4}\cdot 2^3}{8^{-2}}$$

Solución:

a) $\left(-\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}:\dfrac{2}{3}\right)=\left(-\dfrac{4}{6}\right)^2+\dfrac{3}{4}-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{3}{4}\right)=$

$=\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2+\dfrac{3}{4}-\left(\dfrac{4}{12}+\dfrac{9}{12}\right)=\dfrac{4}{9}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{13}{12}=\dfrac{16}{36}+\dfrac{27}{36}-\dfrac{39}{36}=\dfrac{4}{36}=\dfrac{1}{9}$

b) $\dfrac{4^{-4}\cdot 2^3}{8^{-2}}=\dfrac{2^{-8}\cdot 2^3}{2^{-6}}=\dfrac{2^{-5}}{2^{-6}}=2^1=2$

Ejercicio nº 4.-

En una reunión, la sexta parte son niños y niñas, las 2/5 partes son mujeres, y el resto son hombres. Si hay 156 hombres, ¿cuántas personas hay en la reunión?

Solución:

Entre mujeres y niños y niñas hay:

$$\frac{1}{6}+\frac{2}{5}=\frac{5}{30}+\frac{12}{30}=\frac{17}{30}$$

Por tanto, los hombres representan $\frac{13}{30}$, que son 156.

Es decir:

$$\frac{13}{30} \text{ de } x=156 \rightarrow x=\frac{156 \cdot 30}{13}=360$$

Hay 360 personas en la reunión.

Ejercicio nº 5.-

En unos zapatos de 65 € nos aplican un descuento del 15%. Calcula el precio que pagamos por los zapatos.

Solución:

Si nos descuentas el 15% $\rightarrow$ pagamos el 85%

85% de $65=0{,}85 \cdot 65=55{,}25$

Pagamos por los zapatos 55,25 €.

Ejercicio nº 6.-

El precio de una cámara de fotos es de 145 € ya aplicado el 16% de IVA. ¿Cuánto cuesta la cámara sin IVA?

Solución:

Precio con IVA = 145 €

16% de IVA $\rightarrow$ I.V. = 1,16

$$\text{Precio inicial} \cdot 1{,}16 = 145 \;\rightarrow\; \text{Precio inicial} = \frac{145}{1{,}16} = 125$$

El precio de la cámara sin IVA es de 125 €.

Ejercicio nº 7.-

La longitud de cierta parcela rectangular se reduce en $\frac{1}{25}$ y la anchura en $\frac{2}{15}$ para zona ajardinada. Si la longitud inicial es de 307,50 m, ¿qué anchura debe tener para que la superficie, después de la reducción, sea de 24 944,40 m^2?

Solución:

– Calculamos la longitud reducida de la parcela:

$$\frac{1}{25} \text{ de } 307{,}50 = \frac{307{,}50}{25} = 12{,}30 \text{ m}$$

$$\text{Longitud reducida} = 307{,}50 - 12{,}30 = 295{,}20 \text{ m}$$

– Calculamos la anchura reducida de la parcela:

$$\text{Área del rectángulo} = \text{longitud} \cdot \text{anchura} \;\rightarrow\; \text{anchura} = \frac{24\,944{,}40}{295{,}20} = 84{,}50 \text{ m}$$

– Calculamos la anchura inicial de la parcela:

Si la anchura inicial se reduce en $\frac{2}{15}$ significa que:

$$\frac{13}{15} \text{ de la anchura inicial} = \text{anchura reducida}$$

Luego:

$$\frac{13}{15} \text{ de la anchura inicial} = 84{,}50 \;\rightarrow\; \text{anchura inicial} = \frac{84{,}50 \cdot 15}{13} = 97{,}5 \text{ m}$$

La anchura inicial de la parcela es de 97,5 m.

Ejercicio nº 8.-

Efectúa y simplifica el resultado:

a) $x^2(2x-1)+\frac{3}{4}(x^2-1)-(x+1)(x-2)$

b) $3x(2x-3)(2x+3)-(2x+1)^2$

Solución:

a) $x^2(2x-1)+\frac{3}{4}\left(x^2-1\right)-(x+1)(x-2)=$

$=2x^3-x^2+\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{4}-x^2+2x-x+2=2x^3-\frac{5}{4}x^2+x+\frac{5}{4}$

b) $3x(2x-3)(2x+3)-(2x+1)^2=3x\left(4x^2-9\right)-\left(4x^2+4x+1\right)=$

$=12x^3-27x-4x^2-4x-1=12x^3-4x^2-31x-1$

<u>Ejercicio nº 9.-</u>

Efectúa y simplifica:

a) $\frac{x+2}{x+1}-\frac{x}{x+1}+\frac{1}{x}$

b) $\frac{(x+2)^2}{x+1}:\frac{x+2}{x+1}$

Solución:

a) $\frac{x+2}{x+1}-\frac{x}{x+1}+\frac{1}{x}=\frac{x^2+2x}{x(x+1)}-\frac{x^2}{x(x+1)}+\frac{x+1}{x(x+1)}=$

$=\frac{x^2+2x-x^2+x+1}{x(x+1)}=\frac{3x+1}{x^2+x}$

b) $\frac{(x+2)^2}{x+1}:\frac{x+2}{x+1}=\frac{(x+2)^2(x+1)}{(x+1)(x+2)}=x+2$

<u>Ejercicio nº 10.-</u>

Resuelve la ecuación:

$$\boldsymbol{x-2-\frac{3(x+1)}{2}+\frac{1}{6}(x-3)=\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}}$$

Solución:

$$x-2-\frac{3(x+1)}{2}+\frac{1}{6}(x-3)=\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}$$

$$x-2-\frac{3x+3}{2}+\frac{x}{6}-\frac{1}{2}=\frac{2x-2}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}$$

$$\frac{6x-12}{6}-\frac{9x+9}{6}+\frac{x}{6}-\frac{3}{6}=\frac{4x-4}{6}-\frac{3x+3}{6}-\frac{14}{6}$$

$6x - 12 - 9x - 9 + x - 3 = 4x - 4 - 3x - 3 - 14$

$6x - 9x + x - 4x + 3x = -4 - 3 - 14 + 12 + 9 + 3$

$-3x = 3 \;\rightarrow\; x = -1$

<u>Ejercicio nº 11.-</u>

Resuelve:

a) $\boldsymbol{-3x^2 + 5x + 2 = 0}$

b) $\boldsymbol{5x^2 + 4x = 0}$

c) $\boldsymbol{3x^2 + 4 = 0}$

Solución:

a) $-3x^2 + 5x + 2 = 0$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{25+24}}{-6}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{-6}=\frac{-5\pm 7}{-6}$$

$x = -1/3$

$x = 2$

b) $5x^2 + 4x = 0$

$x(5x+4) = 0$

$x = 0$

$5x + 4 = 0 \;\rightarrow\; x = -4/5$

c) $3x^2 + 4 = 0 \;\rightarrow\; 3x^2 = -4 \;\rightarrow\; x^2 = -\dfrac{4}{3}$. No tiene solución

Ejercicio nº 12.-

Resuelve la ecuación:

$$\left(x+1\right)^2-\frac{\left(x-1\right)^2}{2}=3x\left(x+1\right)+\frac{x+3}{4}-3$$

Solución:

$$\left(x+1\right)^2-\frac{\left(x-1\right)^2}{2}=3x\left(x+1\right)+\frac{x+3}{4}-3$$

$$x^2+2x+1-\frac{x^2-2x+1}{2}=3x^2+3x+\frac{x+3}{4}-3$$

$$4x^2+8x+4-2x^2+4x-2=12x^2+12x+x+3-12$$
$$4x^2-2x^2-12x^2+8x+4x-12x-x+4-2-3+12=0$$
$$-10x^2-x+11=0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+440}}{-20}=\frac{1\pm\sqrt{441}}{-20}=\frac{1\pm 21}{-20}\begin{cases} x=-11/10 \\ x=1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} 2x-4y=14 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+5y=1 \\ -2x-10y=2 \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} 2x-4y=14 \\ 3x+2y=5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \xrightarrow{\times 2} \end{array} \begin{array}{l} 2x-4y=14 \\ \underline{6x+4y=10} \end{array}$

Sumando: $8x \quad = 24 \;\rightarrow\; x=\frac{24}{8}=3$

$$3x+2y=5 \;\rightarrow\; 9+2y=5 \;\rightarrow\; 2y=-4 \;\rightarrow\; y=-\frac{4}{2}=-2$$

Solución: $x=3$; $y=-2$

b)
$$\left.\begin{array}{r} x+5y=1 \\ -2x-10y=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \;\; 2x+10y=2 \\ \longrightarrow \;\; \underline{-2x-10y=2} \end{array}$$

Sumando: $0=4 \;\rightarrow$ No tiene solución.

Ejercicio nº 14.-

Resuelve el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{2(x+y)}{3}-\dfrac{3x-y}{2}=\dfrac{1}{3} \\ 2x-3y+\dfrac{1}{2}(x+2)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{2(x+y)}{3}-\dfrac{3x-y}{2}=\dfrac{1}{3} \\ 2x-3y+\dfrac{1}{2}(x+2)=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} \dfrac{2x+2y}{3}-\dfrac{3x-y}{2}=\dfrac{1}{3} \\ 2x-3y+\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} 4x+4y-9x+3y=2 \\ 4x-6y+x+2=1 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} -5x+7y=2 \\ \underline{5x-6y=-1} \end{array}\right\}$$

Sumando: $y=1$

$5x-6y=-1 \;\rightarrow\; 5x-6=-1 \;\rightarrow\; 5x=5 \;\rightarrow\; x=1$

Solución: $x=1$; $y=1$

Ejercicio nº 15.-

Las dos cifras de un número suman 14; y, si invertimos el orden de sus cifras, el nuevo número supera en 36 unidades al número inicial. ¿De qué número se trata?

Solución:

Llamamos x a la cifra de las decenas e y a la de las unidades. Así, el número será $10x+y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=14 \\ 10y+x=10x+y+36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=14 \\ -9x+9y=36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x+y=14 \\ \underline{-x+y=4} \end{array}\right\}$$

Sumando: $2y=18 \rightarrow y=9$

$x+y=14 \rightarrow x+9=14 \rightarrow x=5$

El número que buscamos es el 59.

Ejercicio nº 16.-

Se mezclan 4 kg de café de 13,8 €/kg con cierta cantidad de otro café de 9,6 €/kg, obteniendo una mezcla de 12 €/kg. ¿Cuántos kilos del segundo tipo de café se han utilizado?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	CANTIDAD	PRECIO/KG (euros)	PRECIO TOTAL (euros)
PRIMER TIPO	4	13,8	55,2
SEGUNDO TIPO	x	9,6	9,6x
MEZCLA	$4+x$	12	$12(4+x)$

Tenemos que:

$$12(4+x)=55{,}2+9{,}6x \rightarrow 48+12x=55{,}2+9{,}6x \rightarrow 2{,}4x=7{,}2 \rightarrow x=\frac{7{,}2}{2{,}4}=3 \rightarrow x=3$$

Se han utilizado 3 kg del segundo tipo de café.

Ejercicio nº 17.-

Simplifica cada fracción algebraica y, después, efectúa la suma:

$$\boldsymbol{\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x}+\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}}$$

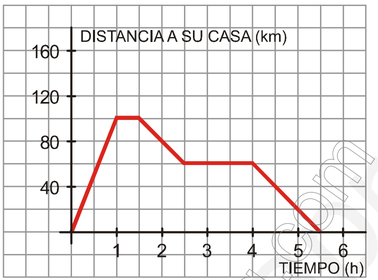
Solución:

$$\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x}+\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}=\frac{(x+2)^2}{x(x+2)}+\frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+2)}=\frac{x+2}{x}+\frac{x-2}{x+2}=$$

$$=\frac{(x+2)^2}{x(x+2)}+\frac{x(x-2)}{x(x+2)}=\frac{x^2+4x+4+x^2-2x}{x(x+2)}=\frac{2x^2+2x+4}{x^2+2x}$$

Ejercicio nº 18.-

Victoria y Alberto fueron esta mañana a recoger un encargo a un lugar *A*. Desde allí se dieron la vuelta, parando a comer en otro lugar *B*. Finalmente, regresaron a su casa. La siguiente gráfica describe la situación:



a) **¿A qué distancia de su casa se encuentra el lugar *A*? ¿Cuánto tiempo estuvieron allí?**

b) **¿A qué distancia de su casa se encuentra *B*? ¿Cuánto tiempo estuvieron parados para comer?**

c) **¿Qué velocidad media llevaron hasta llegar a *A*?**

d) **¿Cuánto tiempo tardaron desde que salieron hasta que volvieron a su casa? ¿Cuántos kilómetros han recorrido en total?**

Solución:

a) Se encuentra a 100 km de su casa. Estuvieron media hora.

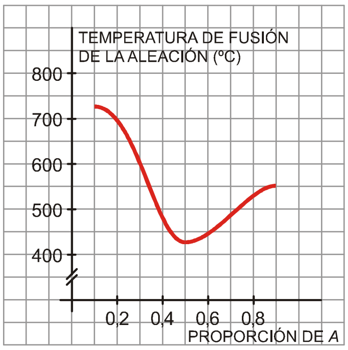
b) Se encuentra a 60 km de su casa. Estuvieron parados una hora y media.

c) 100 km/h

d) Tardaron en total 5 horas y media.
Han recorrido 100 + 40 + 60 = 200 km (100 km a la ida y 100 km a la vuelta).

Ejercicio nº 19.-

El punto de fusión de una aleación depende de las proporciones en que intervienen cada uno de sus componentes. Para aleaciones de dos ciertos componentes, *A* y *B*, se ha obtenido la siguiente gráfica:



a) ¿Cuál es el dominio de definición que hemos considerado?

b) Entre los valores estudiados, ¿en qué proporción de *A* se alcanza la máxima temperatura de fusión? ¿Cuál es esa temperatura?

c) ¿Con qué proporción de *A* se alcanza la mínima temperatura de fusión? ¿Cuál es esa temperatura?

d) Describe el crecimiento y el decrecimiento de la función en el intervalo que hemos considerado.

Solución:

a) La proporción de *A* varía de 0,1 a 0,9.

b) Se alcanza en la proporción 0,1. Es de 725 °C, aproximadamente.

c) Se alcanza en la proporción 0,5. Es de 425 °C, aproximadamente.

d) De 0,1 a 0,5 es decreciente. De 0,5 a 0,9 es creciente.

EXAMEN VI:

Ejercicio nº 1.-

a) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$-\sqrt{2}\ ;\ -\frac{3}{4}\ ;-\frac{4}{2}\ ;\ 2,\widehat{7}\ ;\ \sqrt{9}$$

b) Represente sobre la recta los siguientes números:

$$-3\ ;\ 2,1\ ;\frac{2}{3}$$

Solución:

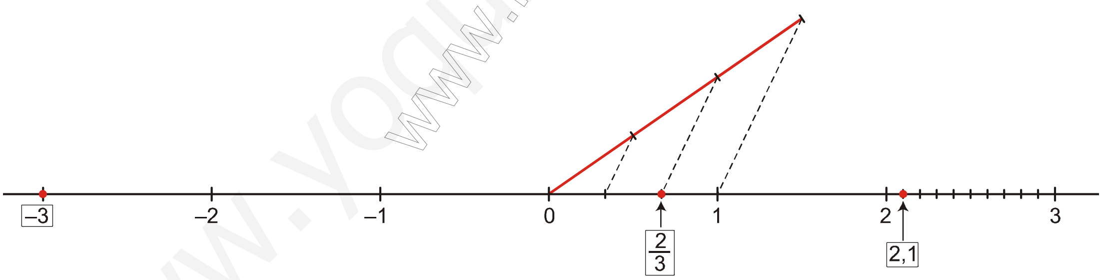
a) Naturales $\rightarrow \sqrt{9}$

Enteros $\rightarrow -\frac{4}{2};\ \sqrt{9}$

Racionales $\rightarrow -\frac{3}{4};\ -\frac{4}{2};\ 2,\widehat{7};\ \sqrt{9}$

Irracionales $\rightarrow -\sqrt{2}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Expresa en forma decimal:

$$\frac{8}{45};\ \frac{35}{20}$$

b) Pasa a forma de fracción irreducible los números:

b.1) 3,26

b.2) $3,\widehat{2}$

Solución:

a) Efectuamos la división en cada caso:

$$\frac{8}{45} = 0{,}1\widehat{7}$$

$$\frac{35}{20} = 1{,}75$$

b)

b.1) $3{,}26 = \frac{326}{100} = \frac{163}{50}$

b.2)
$$\begin{array}{r} 10\,N = 32{,}222... \\ -\quad N = \ \ 3{,}222... \\ \hline 9\,N = 29 \end{array} \quad \rightarrow \quad N = \frac{29}{9}$$

Ejercicio nº 3.-

a) Efectúa y simplifica:

$$\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{2}} - \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\left[\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} : \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right]$$

b) Calcula:

b.1) $\left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{3}} : \left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{4}}$

b.2) $\left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{-2}} \cdot \left(\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{2}}$

Solución:

a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{2} - \frac{1}{5}\left[\frac{2}{3} + \frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right] = \frac{4}{25} - \frac{1}{5}\left[\frac{2}{3} + \frac{5}{2}\right] =$

$$= \frac{4}{25} - \frac{1}{5}\left[\frac{4}{6} + \frac{15}{6}\right] = \frac{4}{25} - \frac{1}{5} \cdot \frac{19}{6} = \frac{4}{25} - \frac{19}{30} =$$

$$= \frac{24}{150} - \frac{95}{150} = -\frac{71}{150}$$

b)

b.1) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}$

b.2.) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

En el trayecto de vuelta del trabajo a su casa, Antonio ha hecho dos paradas. Llevando 2/5 del camino, paró en la gasolinera y, cuando llevaba 1/3 más del camino, paró a comprar pan. Sabiendo que le faltan 11,2 km para llegar, ¿cuál es la distancia de su casa al trabajo?

Solución:

Lleva recorrido:

$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$ del camino

Le faltan $\frac{4}{15}$ para llegar, que son 11,2 km; es decir:

$\frac{4}{15}$ de $x = 11,2 \rightarrow x = \frac{11,2 \cdot 15}{4} = 42$ km

De su casa al trabajo hay 42 km de distancia.

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

El 45% de los habitantes de un lugar hacen la compra una vez por semana. De estos, el 35% la hacen en un determinado supermercado. Si el total de habitantes del lugar es de 30 000 personas, ¿cuántos son los que compran en ese supermercado una vez por semana?

Solución:

$30\,000 \cdot 0,45 \cdot 0,35 = 4\,725$

Compran en ese supermercado una vez por semana 4 725 personas.

Ejercicio nº 6.-

La recaudación en una tienda durante la primera quincena de julio fue de 1 200 €; en la segunda quincena recaudaron un 18% más que en la primera; en la primera de agosto la recaudación descendió un 5% con respecto a la quincena anterior y en la segunda aumentó un 5% respecto a la primera. ¿Cuánto dinero recaudaron en la segunda quincena de agosto?

Solución:

$1\,200 \cdot 1{,}18 \cdot 0{,}95 \cdot 1{,}05 = 1\,412{,}46$

En la segunda quincena de agosto recaudaron 1 412,46 €.

Ejercicio nº 7.-

Unimos un trozo de cuerda con otro que mide $\frac{4}{7}$ del primero y obtenemos una cuerda de 46,20 m de larga. Calcula la longitud de cada trozo.

Solución:

Consideramos el primer trozo de cuerda como la unidad. Así:

1 más $\frac{4}{7}$ de 1 equivale a 46,20 m $\rightarrow 1+\frac{4}{7}=\frac{11}{7}$ equivalen a 46,20 m $\rightarrow$

$\rightarrow \frac{1}{7}$ equivale a $46{,}20 : 11 = 4{,}20$ m

Por tanto, la longitud del primer trozo es $7 \cdot 4{,}20 = 29{,}40$ m y la longitud del segundo trozo es $4 \cdot 4{,}20 = 16{,}80$ m.

Ejercicio nº 8.-

Efectúa y simplifica el resultado:

a) $x^2(2x-1)+\frac{3}{4}(x^2-1)-(x+1)(x-2)$

b) $3x(2x-3)(2x+3)-(2x+1)^2$

Solución:

a) $x^2(2x-1)+\frac{3}{4}(x^2-1)-(x+1)(x-2)=$

$=2x^3-x^2+\frac{3}{4}x^2-\frac{3}{4}-x^2+2x-x+2=2x^3-\frac{5}{4}x^2+x+\frac{5}{4}$

b) $3x(2x-3)(2x+3)-(2x+1)^2=3x\left(4x^2-9\right)-\left(4x^2+4x+1\right)=$

$=12x^3-27x-4x^2-4x-1=12x^3-4x^2-31x-1$

Ejercicio nº 9.-

Opera y simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a) $\frac{x+1}{x+2}+\frac{1}{x}-\frac{2x}{x+2}$

b) $\frac{x^2-1}{2x^2}\cdot\frac{4x^3}{x^2+1}$

Solución:

a) $\frac{x+1}{x+2}+\frac{1}{x}-\frac{2x}{x+2}=\frac{x^2+x}{x(x+2)}+\frac{x+2}{x(x+2)}-\frac{2x^2}{x(x+2)}=$

$=\frac{x^2+x+x+2-2x^2}{x(x+2)}=\frac{-x^2+2x+2}{x^2+2x}$

b) $\frac{x^2-1}{2x^2}\cdot\frac{4x^3}{x^2+1}=\frac{\left(x^2-1\right)4x^3}{2x^2\left(x^2+1\right)}=\frac{2x\left(x^2-1\right)}{x^2+1}=\frac{2x^3-2x}{x^2+1}$

Ejercicio nº 10.-

Resuelve la ecuación:

$$x-2-\frac{3(x+1)}{2}+\frac{1}{6}(x-3)=\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}$$

Solución:

$$x-2-\frac{3(x+1)}{2}+\frac{1}{6}(x-3)=\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}$$

$$x-2-\frac{3x+3}{2}+\frac{x}{6}-\frac{1}{2}=\frac{2x-2}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}$$

$$\frac{6x-12}{6}-\frac{9x+9}{6}+\frac{x}{6}-\frac{3}{6}=\frac{4x-4}{6}-\frac{3x+3}{6}-\frac{14}{6}$$

$6x - 12 - 9x - 9 + x - 3 = 4x - 4 - 3x - 3 - 14$

$6x - 9x + x - 4x + 3x = -4 - 3 - 14 + 12 + 9 + 3$

$-3x = 3 \quad \rightarrow \quad x = -1$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve las ecuaciones:

a) $-3x^2 - 13x + 10 = 0$

b) $4x^2 - 144 = 0$

c) $-x^2 - 25 = 0$

Solución:

a) $-3x^2 - 13x + 10 = 0$

$$x=\frac{13\pm\sqrt{169+120}}{-6}=\frac{13\pm\sqrt{289}}{-6}=\frac{13\pm17}{-6}\ \begin{cases} x=-5 \\ x=2/3 \end{cases}$$

b) $4x^2-144=0 \ \rightarrow\ 4x^2=144 \ \rightarrow\ x^2=36 \ \rightarrow x=\pm\sqrt{36}\ \begin{cases} x=6 \\ x=-6 \end{cases}$

c) $-x^2 - 25 = 0 \quad \rightarrow \quad -x^2 = 25 \quad \rightarrow \quad x^2 = -25$. No tiene solución.

Ejercicio nº 12.-

Resuelve la ecuación:

$$\mathbf{3x(x-1)-\frac{(x+1)^2}{2}=(x+1)(x-1)+6}$$

Solución:

$$3x\left(x-1\right)-\frac{\left(x+1\right)^2}{2}=\left(x+1\right)\left(x-1\right)+6$$

$$3x^2-3x-\frac{x^2+2x+1}{2}=x^2-1+6$$

$6x^2 - 6x - x^2 - 2x - 1 = 2x^2 - 2 + 12$

$6x^2 - x^2 - 2x^2 - 6x - 2x - 1 + 2 - 12 = 0$

$3x^2 - 8x - 11 = 0$

$$x=\frac{8\pm\sqrt{64+132}}{6}=\frac{8\pm\sqrt{196}}{6}=\frac{8\pm 14}{6}\quad\begin{cases} x=11/3 \\ x=-1\end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \mathbf{2x-4y=14} \\ \mathbf{3x+2y=5} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \mathbf{x+5y=1} \\ \mathbf{-2x-10y=2} \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{l} 2x-4y=14 \\ 3x+2y=5 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \longrightarrow\ 2x-4y=14 \\ \xrightarrow{\times 2}\ \underline{6x+4y=10} \end{array}$

Sumando: $8x \quad = 24 \ \rightarrow\ x=\frac{24}{8}=3$

$$3x+2y=5\ \rightarrow\ 9+2y=5\ \rightarrow\ 2y=-4\ \rightarrow\ y=-\frac{4}{2}=-2$$

Solución: $x=3\ ;\ y=-2$

b) $\left.\begin{array}{l} x+5y=1 \\ -2x-10y=2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2}\ 2x+10y=2 \\ \longrightarrow\ \underline{-2x-10y=2} \end{array}$

Sumando: $0=4\ \rightarrow$ No tiene solución.

Ejercicio nº 14.-

Resuelve:

$$\begin{cases} \dfrac{3(x-1)}{2} - \dfrac{2(y+3)}{3} = -\dfrac{4}{3} \\ 3x + 2(y-5) + \dfrac{x}{3} = -\dfrac{26}{3} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{3(x-1)}{2} - \dfrac{2(y+3)}{3} = -\dfrac{4}{3} \\ 3x + 2(y-5) + \dfrac{x}{3} = -\dfrac{26}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} \dfrac{3x-3}{2} - \dfrac{2y+6}{3} = -\dfrac{4}{3} \\ 3x + 2y - 10 + \dfrac{x}{3} = -\dfrac{26}{3} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 9x - 9 - 4y - 12 = -8 \\ 9x + 6y - 30 + x = -26 \end{array}\right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{l} 9x - 4y = 13 \\ 10x + 6y = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow x = \dfrac{13+4y}{9} \\ \rightarrow x = \dfrac{4-6y}{10} \end{array}\Bigg\} \rightarrow \frac{13+4y}{9} = \frac{4-6y}{10} \rightarrow$$

$$\rightarrow\ 130 + 40y = 36 - 54y \ \rightarrow\ 94y = -94 \ \rightarrow\ y = -1$$

$$x = \frac{13+4y}{9} = \frac{13-4}{9} = \frac{9}{9} = 1$$

Solución: $x = 1$; $y = -1$

Ejercicio nº 15.-

Las dos cifras de un número suman 14; y, si invertimos el orden de sus cifras, el nuevo número supera en 36 unidades al número inicial. ¿De qué número se trata?

Solución:

Llamamos x a la cifra de las decenas e y a la de las unidades. Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 14 \\ 10y + x = 10x + y + 36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ -9x + 9y = 36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ \underline{-x + y = 4} \end{array}\right\}$$

Sumando: $2y = 18 \ \rightarrow\ y = 9$

$x + y = 14 \ \rightarrow\ x + 9 = 14 \ \rightarrow\ x = 5$

El número que buscamos es el 59.

Ejercicio nº 16.-

Una piscina dispone de dos desagües. Si abrimos solamente el primero, la piscina se vacía en 3 horas; y, si abrimos los dos a la vez, se vacía en 2 horas. ¿Cuánto tardaría en vaciarse si abriéramos solamente el segundo desagüe?

Solución:

- Primer desagüe $\to$ 3 horas $\to$ vacía $\frac{1}{3}$ de piscina en 1 hora.
- Segundo desagüe $\to$ x horas $\to$ vacía $\frac{1}{x}$ de piscina en 1 hora.
- Los dos a la vez $\to$ 2 horas $\to$ vacía $\frac{1}{2}$ de piscina en 1 hora.

Por tanto:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{x}=\frac{1}{2} \;\to\; \frac{1}{x}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3} \;\to\; \frac{1}{x}=\frac{1}{6} \;\to\; 6=x$$

Si abriéramos solamente el segundo desagüe, la piscina se vaciaría en 6 horas.

Ejercicio nº 17.-

Resuelve la ecuación:

$$\boldsymbol{\frac{x+1}{x}-\frac{x-1}{x^2}=\frac{5}{4}}$$

Solución:

$$\frac{x+1}{x}-\frac{x-1}{x^2}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{4x(x+1)}{4x^2}-\frac{4(x-1)}{4x^2}=\frac{5x^2}{4x^2}$$

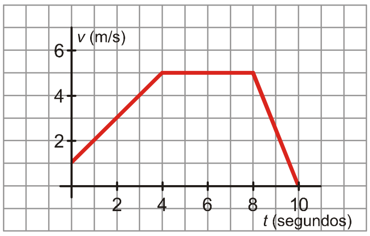
$$4x^2+4x-4x+4=5x^2$$

$$x^2=4 \;\to\; x=\pm\sqrt{4} \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Las dos soluciones son válidas.

Ejercicio nº 18.-

La siguiente gráfica corresponde a la velocidad de un móvil (en m/s) en función del tiempo:



a) ¿Cuál es la velocidad que lleva inicialmente?

b) ¿En qué momentos aumenta o disminuye la velocidad?

c) ¿Cuándo mantiene su velocidad constante y cuál es esa velocidad?

d) ¿Cuánto tiempo está acelerando? ¿Cuánto tiempo tarda en pararse desde que empieza a frenar?

Solución:

a) 1 m/s

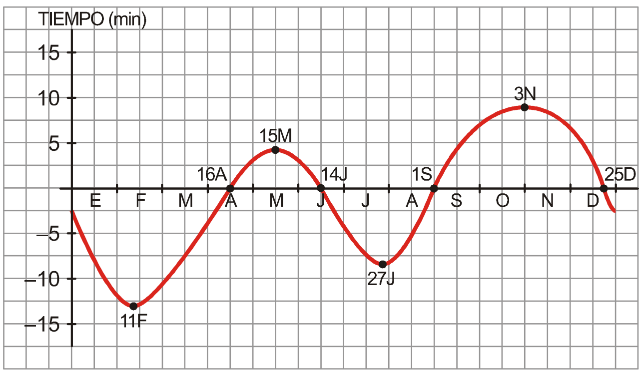
b) Aumenta durante los 4 primeros segundos. Disminuye durante los dos últimos.

c) Entre los 4 y los 8 segundos. Va a 5 m/s.

d) Está acelerando durante 4 segundos (los 4 primeros) y tarda 2 segundos en pararse desde que empieza a frenar.

Ejercicio nº 19.-

Esta gráfica muestra en cuántos minutos se adelanta o se atrasa un reloj de sol en el transcurso de un año:



a) ¿En qué fecha el reloj de sol tiene el máximo adelanto? ¿Cuándo el máximo atraso?

b) ¿En qué fechas es exacto?

c) ¿Es una función continua?

d) ¿Es una función periódica? En caso afirmativo, ¿cuál es su periodo?

e) Describe el crecimiento y el decrecimiento de la función.

Solución:

a) Máximo adelanto $\rightarrow$ 3 de noviembre
Máximo atraso $\rightarrow$ 11 de febrero

b) 16 de abril, 14 de junio, 1 de septiembre y 25 de diciembre.

c) Sí.

d) Sí, el periodo es 1 año.

e) Creciente $\rightarrow$ Del 11 de febrero al 15 de mayo y del 27 de julio al 3 de noviembre.
Decreciente $\rightarrow$ Del 1 de enero al 11 de febrero, del 15 de mayo al 27 de julio y del 3 de noviembre al 1 de enero.