Potencias

Nota: En los ejercicios donde se indica puede usarse la calculadora; en los demás casos sólo para resolver y obtener el resultado final.

1. Completa terminando la frase en lengua española o con la fórmula que corresponda (3 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) Potencia de un cociente es igual

al: _____

b) $a^p \cdot a^{-q} =$

c) Si la base es negativa y el exponente es impar el signo de la potencia

es _____

d) $\frac{x^{-n}}{y^{-n}} =$

e) $\frac{a^n}{a^{-n}} =$

f) Producto de potencias de la misma base es igual a la base

2. Utiliza las propiedades de las potencias, expresa el resultado en forma de potencia de exponente positivo y resuelve (no es necesario el uso de la calculadora) (4 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) $-3)^{-3}$

b) $-1)^{-11}$

c) 3^{-4}

d) $\frac{2}{5})^{-2}$

e) $-\frac{2}{3})^{-2}$

f) $\frac{\frac{1}{5})^{-2}}{\frac{1}{5})^{-4}}$

g) $3^2)^{-2}$

g) $[(-2)^2]^{-2}$

3. Pasa a exponente positivo y resuelve utilizando la calculadora.

Redondea el resultado a tres cifras decimales. (2 puntos; 0.5 por apartado)

a) $-0,56)^{-3}$

b) $\left(-\frac{4}{15}\right)^{-3}$

c) $\left(\frac{4}{1,6}\right)^{-4}$

c) $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2}$

4. Pasa a potencia única, aplicando en todo momento las propiedades de las potencias. En los dos últimos apartados es obligatorio descomponer previamente en factores los números que no sean primos. (4 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\frac{(5^{-3})^2 \cdot 5^{-1} \cdot 5^2}{5^{-15}}$

b) $\frac{(2^{-2})^{-3} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{10}}{2^0 \cdot 2^2 \cdot (-2)^{-8} \cdot 2}$

c) $\left[\frac{(-9)^{-2}}{3^{-4}}\right]^{-2}$

d) $\frac{(3^{-2})^3 \cdot 3^4 \cdot 9^{-2}}{(-27)^{-4} \cdot 3^4 \cdot 3^{-1}}$

5. Realiza las siguientes operaciones con fracciones indicando todos los pasos intermedios y simplifica el resultado (3 puntos; 1 punto por apartado)

$$\text{a) } -\frac{5}{2} - \left(2 - \frac{3}{2}\right)^3 \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \left(\frac{1}{2} - 1\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{1}{9}\right)^{-1} - \frac{1}{2^{-2}}$$

$$\text{c) } \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(3 - \frac{1}{4} - \frac{7}{2}\right) + \left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$$

Soluciones

Nota: En los ejercicios donde se indica puede usarse la calculadora; en los demás casos sólo para resolver y obtener el resultado final.

1. Completa terminando la frase en lengua española o con la fórmula que corresponda (3 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) Potencia de un cociente es igual

al: cociente de las potencias

b) $a^p \cdot a^{-q} = a^{p+(-q)} = a^{p-q}$

c) Si la base es negativa y el exponente es impar el signo de la potencia

es negativo

d) $\frac{x^{-n}}{y^{-n}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \left(\frac{y}{x}\right)^n = \frac{y^n}{x^n}$

e) $\frac{a^n}{a^{-n}} = a^{n-(-n)} = a^{n+n} = a^{2n}$

f) Producto de potencias de la misma base es igual a la base

elevada a la suma de los exponentes

2. Utiliza las propiedades de las potencias, expresa el resultado en forma de potencia de exponente positivo y resuelve (no es necesario el uso de la calculadora) (4 puntos; 0.5 puntos por apartado):

$$a) (-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$$

$$b) (-1)^{-11} = \frac{1}{(-1)^{11}} = \frac{1}{-1^{11}} = -\frac{1}{1} = -1$$

$$c) 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

$$d) \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$$

$$e) \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

$$f) \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{-4}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2 - (-4)} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2+4} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1^2}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$g) (3^2)^{-2} = 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$$

$$g) [(-2)^2]^{-2} = (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

3. Pasa a exponente positivo y resuelve utilizando la calculadora.

Redondea el resultado a tres cifras decimales. (2 puntos; 0.5 por apartado)

$$a) (-0,56)^{-3} = \frac{1}{(-0,56)^3} = \frac{1}{-0,56^3} = -5,694$$

$$b) \left(-\frac{4}{15}\right)^{-3} = \left(-\frac{15}{4}\right)^3 = -3,75^3 = -52,734$$

$$c) \left(\frac{4}{1,6}\right)^{-4} = \left(\frac{1,6}{4}\right)^4 = 0,4^4 = 0,0256$$

$$c) \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{(\sqrt{3})^2}{2^2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

4. Pasa a potencia única, aplicando en todo momento las propiedades de las potencias. En los dos últimos apartados es obligatorio descomponer previamente en factores los números que no sean primos. (4 puntos; 1 punto por apartado)

$$a) \frac{(5^{-3})^2 \cdot 5^{-1} \cdot 5^2}{5^{-15}} = \frac{5^{-6} \cdot 5^{-1} \cdot 5^2}{5^{-15}} = \frac{5^{-6-1+2}}{5^{-15}} = \frac{5^{-5}}{5^{-15}} = 5^{-5-(-15)} = 5^{-5+15} = 5^{10}$$

$$b) \frac{(2^{-2})^{-3} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{10}}{2^0 \cdot 2^2 \cdot (-2)^{-8} \cdot 2} = \frac{2^6 \cdot 2^{-3} \cdot 2^{10}}{2^0 \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{(-2)^8} \cdot 2} =$$

$$= \frac{2^{6-3+10}}{2^{0+2+1} \cdot \frac{1}{2^8}} = \frac{2^{13}}{2^3 \cdot 2^{-8}} = \frac{2^{13}}{2^{3-8}} = \frac{2^{13}}{2^{-5}} =$$

$$= 2^{13 - (-5)} = 2^{13+5} = 2^{18}$$

$$c) \left[\frac{(-9)^{-2}}{3^{-4}} \right]^{-2} = \left[\frac{(-3^2)^{-2}}{3^{-4}} \right]^{-2} = \frac{(-3^2)^4}{3^8} = \frac{3^8}{3^8} =$$

$$= 3^{8-8} = 3^0 = 1$$

$$d) \frac{(3^{-2})^3 \cdot 3^4 \cdot 9^{-2}}{(-27)^{-4} \cdot 3^4 \cdot 3^{-1}} = \frac{3^{-6} \cdot 3^4 \cdot (3^2)^{-2}}{(-3^3)^{-4} \cdot 3^4 \cdot 3^{-1}} =$$

$$= \frac{3^{-6} \cdot 3^4 \cdot 3^{-4}}{3^{-12} \cdot 3^4 \cdot 3^{-1}} = \frac{3^{-6+4-4}}{3^{-12+4-1}} = \frac{3^{-6}}{3^{-9}} =$$

$$= 3^{-6 - (-9)} = 3^{-6+9} = 3^3 = 27$$

5. Realiza las siguientes operaciones con fracciones indicando todos los pasos intermedios y simplifica el resultado (3 puntos; 1 punto por apartado)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & -\frac{5}{2} - \left(2 - \frac{3}{2}\right)^3 : \frac{3}{2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \\
 & = -\frac{5}{2} - \left(\frac{4-3}{2}\right)^3 : \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \\
 & = -\frac{5}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{3}{2} + \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \\
 & = -\frac{5}{2} - \frac{1}{8} : \frac{3}{2} + \frac{9}{8} - \frac{3}{4} = \\
 & = -\frac{5}{2} - \frac{2}{24} + \frac{9}{8} - \frac{3}{4} = \frac{-60 - 2 + 27 - 18}{24} = \\
 & = -\frac{53}{24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } & \left(\frac{1}{2} - 1\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{1}{9}\right)^{-1} - \frac{1}{2^{-2}} = \left(\frac{1-2}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9}\right)^{-1} - 2^2 = \\
 & = \left(\frac{-1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{6-4}{9}\right)^{-1} - 4 = -\frac{1}{8} \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{-1} - 4 = \\
 & = -\frac{1}{8} \cdot \frac{9}{2} - 4 = \frac{-9}{16} - 4 = \frac{-9 - 64}{16} = -\frac{73}{16}
 \end{aligned}$$

$$c) \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(3 - \frac{1}{4} - \frac{7}{2}\right) + \left(2 \cdot \frac{1}{2}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{4-3} \cdot \frac{12 - 1 - 14}{4} + \left(\frac{1}{1}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \frac{-3}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{-3}{4} + \frac{1}{16}}{\frac{9}{4}} =$$

$$= \frac{\frac{-3}{16} + \frac{1}{16}}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{-3+1}{16}}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{-2}{16}}{\frac{9}{4}} =$$

$$= \frac{-\frac{1}{8}}{\frac{9}{4}} = -\frac{1}{8} : \frac{9}{4} = \frac{-4}{8 \cdot 9} = \frac{-4}{4 \cdot 2 \cdot 9} =$$

$$= \frac{-1}{18}$$