Potencias

Nota: En los ejercicios donde se indica puede usarse la calculadora; en los demás casos sólo para resolver y obtener el resultado final.

1. Completa terminando la frase en lengua española o con la fórmula que corresponda (3 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) Potencia de un producto es igual al:_____

_____

b) $x^p \cdot x^q =$

c) Potencia de una potencia es igual a la base

_____

_____

d) $\frac{a}{b}^{-n} =$

e) $\frac{a^{-n}}{a^{-n}} =$

f) Cociente de potencias de la misma base es igual a la base

_____

_____

2. Utiliza las propiedades de las potencias, expresa el resultado en forma de potencia de exponente positivo y resuelve (no es necesario el uso de la calculadora) (4 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) $(-3)^{-3}$

b) $(-1)^{-11}$

c) 3^{-4}

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

e) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$

f) $\dfrac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{-4}}$

g) $\left(3^2\right)^{-2}$

h) $\left[(-2)^2\right]^{-2}$

3. Pasa a exponente positivo y resuelve utilizando la calculadora. Redondea el resultado a tres cifras decimales. (2 puntos; 0.5 por apartado)

a) $(-3{,}4)^{-3}$

b) $-\frac{8}{30}^{\ -3}$

c) $\frac{3}{2{,}4}^{\ -3}$

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}^{\ -2}$

4. Pasa a potencia única, aplicando en todo momento las propiedades de las potencias. En los dos últimos apartados es obligatorio descomponer previamente en factores los números que no sean primos. (4 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\frac{(3^4)^{-3}\cdot 3^3}{3^{-10}}$

b) $\frac{(5^{-1})^{-2}\cdot 5^{-3}}{5^0\cdot (-5)^2\cdot 5\cdot 5^{-4}}$

c) $\left[\frac{8^2}{(-4)^4}\right]^{-2}$

d) $\frac{(2^2)^{-3}\cdot 4^4\cdot 16^{-1}}{(-4)^{-6}\cdot 2^4\cdot 2^{-1}}$

5. Realiza las siguientes operaciones con fracciones indicando todos los pasos intermedios y simplifica el resultado (3 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\frac{3}{2} - \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 : \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{4}$

b) $\left(1 + \frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5}\right)^{-1} - \frac{2^{-3}}{5}$

c) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(2 - \frac{2}{3} - \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{3}{2} : 2\right)^{-2}\right)}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}}$

Solución

Nota: En los ejercicios donde se indica puede usarse la calculadora; en los demás casos sólo para resolver y obtener el resultado final.

1. Completa terminando la frase en lengua española o con la fórmula que corresponda (3 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) Potencia de un producto es igual al: producto de las potencias

b) $x^p \cdot x^q =$ x^{p+q}

c) Potencia de una potencia es igual a la base elevada al producto de los exponentes

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} =$ $\left(\frac{b}{a}\right)^{n} = \frac{b^n}{a^n}$

e) $\frac{a^{-n}}{a^{-n}} =$ $= a^{-n-(-n)} = a^{-n+n} = a^0 = 1$

f) Cociente de potencias de la misma base es igual a la base elevada a la diferencia de los exponentes

2. Utiliza las propiedades de las potencias, expresa el resultado en forma de potencia de exponente positivo y resuelve (no es necesario el uso de la calculadora) (4 puntos; 0.5 puntos por apartado):

a) $(-2)^{-5} = \left(\frac{1}{-2}\right)^5 = \frac{1^5}{(-2)^5} = \frac{1}{-2^5} = \frac{1}{-32} = -\frac{1}{32}$

b) $(-1)^{-10} = \left(\frac{1}{-1}\right)^{10} = (-1)^{10} = 1^{10} = 1$

c) $2^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1^5}{2^5} = \frac{1}{32}$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$

e) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$

f) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

g) $(2^{-2})^2 = 2^{-4} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{1}{16}$

g) $[(-2)^3]^0 = (-2)^0 = 1$

3. Pasa a exponente positivo y resuelve utilizando la calculadora. Redondea el resultado a tres cifras decimales. (2 puntos; 0.5 por apartado)

a) $(-3{,}4)^{-3} = \frac{1}{(-3{,}4)^3} = \frac{1}{-3{,}4^3} = \frac{-1}{39{,}304} = \underline{\underline{-0{,}025}}$

b) $\left(-\frac{8}{30}\right)^{-3} = \left(-\frac{30}{8}\right)^3 = -\left(\frac{15}{4}\right)^3 = -3{,}75^3 = \underline{\underline{-52{,}73}}$

c) $\left(\frac{3}{2{,}4}\right)^{-3} = \left(\frac{2{,}4}{3}\right)^3 = 0'8^3 = \underline{\underline{0{,}512}}$

c) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{2^2}{(\sqrt{2})^2} = \frac{4}{2} = \underline{\underline{2}}$

4. Pasa a potencia única, aplicando en todo momento las propiedades de las potencias. En los dos últimos apartados es obligatorio descomponer previamente en factores los números que no sean primos. (4 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\frac{(3^4)^{-3}\cdot 3^3}{3^{-10}} = \frac{3^{-12}\cdot 3^3}{3^{-10}} = 3^{-12+3+10} = 3^1 = \underline{\underline{3}}$

b) $\frac{(5^{-1})^{-2}\cdot 5^{-3}}{5^0\cdot(-5)^2\cdot 5\cdot 5^{-4}} = \frac{5^2\cdot 5^{-3}}{5^0\cdot 5^2\cdot 5\cdot 5^{-4}} = \frac{5^{-1}}{5^{-1}} = 5^{-1+1} = 5^0 = \underline{\underline{1}}$

c) $\left[\frac{8^2}{(-4)^4}\right]^{-2} = \left[\frac{(2^3)^2}{(-2^2)^4}\right]^{-2} = \left(\frac{2^6}{2^8}\right)^{-2} = (2^{-2})^{-2} = 2^4 = \underline{\underline{16}}$

d) $\frac{(2^2)^{-3}\cdot 4^4\cdot 16^{-1}}{(-4)^{-6}\cdot 2^4\cdot 2^{-1}} = \frac{2^{-6}\cdot(2^2)^4\cdot(2^4)^{-1}}{(-2^2)^{-6}\cdot 2^4\cdot 2^{-1}} = \frac{2^{-6}\cdot 2^8\cdot 2^{-4}}{2^{-12}\cdot 2^4\cdot 2^{-1}} = \frac{2^{-2}}{2^{-9}} =$

$= 2^7 = 128$

5. Realiza las siguientes operaciones con fracciones indicando todos los pasos intermedios y simplifica el resultado (3 puntos; 1 punto por apartado)

a) $\frac{3}{2}-\left(2-\frac{1}{2}\right)^2:\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{5}{2}-\frac{1}{4} = \frac{3}{2}-\left(\frac{4-1}{2}\right)^2:\frac{2}{3}+\frac{1}{8}\cdot\frac{5}{2}-\frac{1}{4} =$

$= \frac{3}{2}-\left(\frac{3}{2}\right)^2:\frac{2}{3}+\frac{5}{16}-\frac{1}{4} = \frac{3}{2}-\frac{9}{4}:\frac{2}{3}+\frac{5}{16}-\frac{1}{4} =$

$= \frac{3}{2}-\frac{27}{8}+\frac{5}{16}-\frac{1}{4} = \frac{24-54+5-4}{16} = \underline{\underline{\frac{-29}{16}}}$

b) $\left(1+\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}\right)^{-1}-\frac{2^{-3}}{5} = \left(\frac{2+1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{20}\right)^{-1}-\frac{1}{5\cdot 2^3} =$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{10}\right)^{-1}-\frac{1}{5\cdot 8} = \frac{3^3}{2^3}\cdot\left(\frac{6-1}{10}\right)^{-1}-\frac{1}{40} =$

$= \frac{27}{8}\cdot\left(\frac{5}{10}\right)^{-1}-\frac{1}{40} = \frac{27}{8}\cdot\left(\frac{10}{5}\right)^{1}-\frac{1}{40} =$

$= \frac{27}{8}\cdot 2-\frac{1}{40} = \frac{27\cdot\cancel{2}}{4\cdot\cancel{2}}-\frac{1}{40} = \frac{270-1}{40} = \underline{\frac{269}{40}}$

c) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{4}\cdot\left(2-\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{3}{2}:2\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}} =$

$$= \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3+4}\cdot\frac{30-10-9}{15}+\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{2}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{11}{15}+\left(\frac{4}{3}\right)^{2}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{11}{45}+\frac{16}{9}}{\frac{4}{9}} =$$

$$= \frac{\frac{11+80}{45}}{\frac{4}{9}} = \frac{\frac{91}{45}}{\frac{4}{9}} = \frac{91\cdot 9}{45\cdot 4} =$$

$$= \frac{819}{180} = \frac{273}{60} = \underline{\underline{\frac{91}{20}}}$$