

EXAMEN DE MATEMÁTICAS - SEPTIEMBRE

1) Opera y simplifica: $\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - 1\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2}$

2) Reduce la siguiente expresión haciendo uso de las propiedades de las potencias:

$$\frac{2^8 \cdot 4^3 \cdot (2^{-1} \cdot 3^2)^2}{6^2 \cdot \frac{1}{2}}$$

3) Opera, dejando el resultado en notación científica:

(a) $2,5 \cdot 10^4 + 1,2 \cdot 10^6$ (b) $\frac{4,2 \cdot 10^3 + 1,6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5}$

4) Resuelve la ecuación: $(x - 2)^2 - 2 \cdot (3x - 1) = 2 \cdot (3 - 4x)$

5) Resuelve la ecuación: $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{1+2x}{2} = \frac{1}{2}$

6) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x-1}{2} - \frac{1-y}{4} = \frac{1}{4} \\ \frac{2x+3}{5} - \frac{y-2}{6} = 1 \end{array} \right\}$$

7) De una sucesión aritmética se sabe que $a_3 = \frac{7}{6}$ y $a_6 = \frac{8}{3}$. Calcula la diferencia y la suma de los diez primeros términos.

(NO) 8) Halla la ecuación de la recta paralela a $r: y = 2x + 1$ que pasa por el punto (1,6). Representa gráficamente ambas rectas en un mismo sistema de ejes coordenados.

9) Averigua las longitudes de los lados de un rectángulo de 195m^2 de área, si la base es 2 metros más larga que la altura.

10) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide recta de base cuadrada, sabiendo que la arista de la base mide 6cm y la altura 4cm.

PUNTUACIÓN: 1 PUNTO CADA EJERCICIO

RECUERDA: En cada ejercicio escribe TODOS los pasos seguidos para obtener la solución.

SOLUCIÓN

1) Opera y simplifica:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{5}{4} - 1\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{3+1}{6}}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} \div \frac{1}{4} = \frac{8}{3}$$

2) Reduce la siguiente expresión haciendo uso de las propiedades de las potencias:

$$\frac{2^8 \cdot 4^3 \cdot (2^{-1} \cdot 3^2)^2}{6^2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{2^8 \cdot (2^2)^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^4}{(2 \cdot 3)^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^8 \cdot 2^6 \cdot 2^{-2} \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^{12} \cdot 3^4}{2 \cdot 3^2} = 2^{11} \cdot 3^2$$

3) Opera, dejando el resultado en notación científica:

(a) $2,5 \cdot 10^4 + 1,2 \cdot 10^6 = 2,5 \cdot 10^4 + 120 \cdot 10^4 = 122,5 \cdot 10^4 = 1,225 \cdot 10^6$

(b) $\frac{4,2 \cdot 10^3 + 1,6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5} = \frac{42 \cdot 10^2 + 1,6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5} = \frac{43,6 \cdot 10^2}{2 \cdot 10^5} = 21,8 \cdot 10^{-3} = 2,18 \cdot 10^{-2}$

4) Resuelve la ecuación: $(x-2)^2 - 2 \cdot (3x-1) = 2 \cdot (3-4x)$

$$x^2 - 4x + 4 - 6x + 2 = 6 - 8x \rightarrow x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = \begin{cases} 0 \\ 2 \end{cases}$$

5) Resuelve la ecuación: $\frac{(x+1)^2}{4} - \frac{1+2x}{2} = \frac{1}{2}$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{4} - \frac{1+2x}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{4} - \frac{2+4x}{4} = \frac{2}{4}$$

$$x^2 + 2x + 1 - 2 - 4x = 2 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

6) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \frac{x-1}{2} - \frac{1-y}{4} &= \frac{1}{4} \\ \frac{2x+3}{5} - \frac{y-2}{6} &= 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{2x-2}{4} - \frac{1-y}{4} &= \frac{1}{4} \\ \frac{12x+18}{30} - \frac{5y-10}{30} &= \frac{30}{30} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 2x-2-1+y &= 1 \\ 12x+18-5y+10 &= 30 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} 2x+y &= 4 \\ 12x-5y &= 2 \end{aligned} \right\}$$

Por sustitución: $y = 4 - 2x \Rightarrow 12x - 5(4 - 2x) = 2 \Rightarrow 12x - 20 + 10x = 2 \Rightarrow 22x = 22$

$x = 1 \rightarrow y = 4 - 2x = 4 - 2 = 2$ Solución $x = 1; y = 2$

7) De una sucesión aritmética se sabe que $a_3 = \frac{7}{6}$ y $a_6 = \frac{8}{3}$. Calcula la diferencia y la suma de los diez primeros términos.

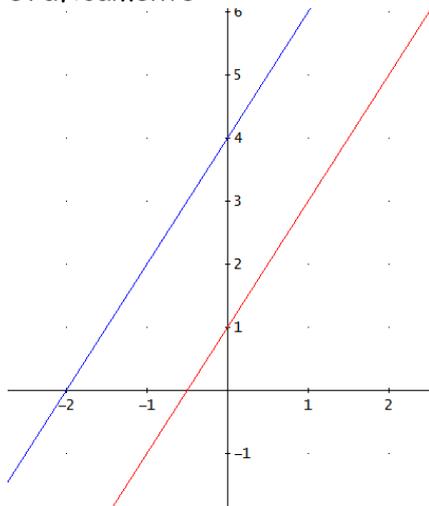
$$a_6 = a_3 + 3d \rightarrow \frac{8}{3} = \frac{7}{6} + 3d \Rightarrow 3d = \frac{8}{3} - \frac{7}{6} = \frac{16}{6} - \frac{7}{6} = \frac{9}{6} \rightarrow d = \frac{9}{6} \div 3 = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = a_1 + 2d \rightarrow a_1 = \frac{7}{6} - 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{6} - 1 = \frac{1}{6}; \quad a_{10} = a_1 + 9d = \frac{1}{6} + \frac{9}{2} = \frac{14}{3}$$

$$S_{10} = \frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = \left(\frac{1}{6} + \frac{14}{3}\right) \cdot 5 = \frac{29}{6} \cdot 5 = \frac{145}{6}$$

- 8) Halla la ecuación de la recta paralela a $r: y = 2x + 1$ que pasa por el punto $(1, 6)$.
 Representa gráficamente ambas rectas en un mismo sistema de ejes coordenados.
 Si es paralela tiene la misma pendiente, que es $m = 2$, aplicamos la ecuación punto-pendiente: $y - 6 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x - 2 + 6 \rightarrow y = 2x + 4$

Gráficamente:



- 9) Averigua las longitudes de los lados de un rectángulo de 195m^2 de área, si la base es 2 metros más larga que la altura.



$$(x + 2)x = 195 \rightarrow x^2 + 2x = 195 \rightarrow x^2 + 2x - 195 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 780}}{2} = \frac{-2 \pm 28}{2} = \begin{cases} 13 \\ -15 \end{cases}$$

El cuadrado tiene 13 m de altura y 15m de base

- 10) Calcula el área lateral, el área total y el volumen de una pirámide recta de base cuadrada, sabiendo que la arista de la base mide 6cm y la altura 4cm.
 Hallamos primero la altura de cada cara (triángulo), por Pitágoras:

$$h^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow h = 5\text{cm} \quad A_L = 4 \cdot \frac{b \cdot h}{2} = 2 \cdot 6 \cdot 5 = 60\text{cm}^2$$

$$A_T = A_L + A_B = 60 + 6^2 = 96\text{cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h = \frac{1}{3} 6^2 \cdot 4 = 48\text{cm}^3$$