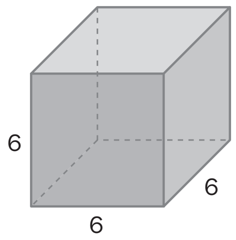
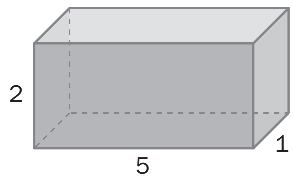
EJERCICIOS PROPUESTOS

14.1 Calcula el área de los ortoedros cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.

a)



b)

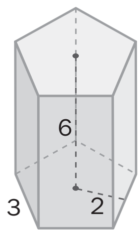


a) El cuerpo es un cubo:
$A = 6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 6 \cdot 36 = 216$ cm^2.

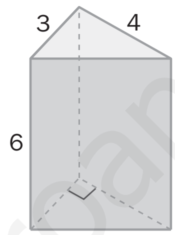
b) $A = 2ab + 2ac + 2bc = 2 \cdot (5 \cdot 2) + 2 \cdot (5 \cdot 1) + 2 \cdot (1 \cdot 2) = 20 + 10 + 4 = 34$ cm^2

14.2 Calcula el área total de los siguientes prismas cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.

a)



b)

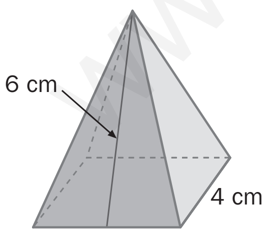


a) Perímetro de la base: $p = 3 \cdot 5 = 15$ cm
El prisma es regular, luego se puede aplicar la fórmula: $A_{\text{TOTAL}} = p(a + h) = 15 \cdot (2 + 6) = 15 \cdot 8 = 120$ cm^2

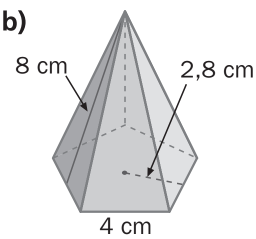
b) Hipotenusa del triángulo de la base: $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm
Perímetro de la base: $p = 3 + 4 + 5 = 12$ cm
$A_{\text{LATERAL}} = p \cdot h = 12 \cdot 6 = 72$ cm^2
$A_{\text{BASES}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\right) = 12$ cm^2
$A_{\text{TOTAL}} = 72$ cm^2 $+ 12$ cm^2 $= 84$ cm^2

14.3 Calcula el área total de las siguientes pirámides.

a)



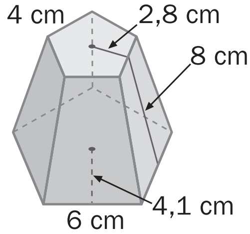
b)



a) Calculamos el área lateral y de la base:
$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48$ cm^2
$A_{\text{BASE}} = l^2 = 4 \cdot 4 = 16$ cm^2
$A_{\text{TOTAL}} = 48$ cm^2 $+ 16$ cm^2 $= 64$ cm^2

b) Como la pirámide es regular, aplicamos la fórmula:
$A_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2}p(a + A) = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 5) \cdot (2{,}8 + 8) = 10 \cdot 10{,}8 = 108$ cm^2

14.4 Calcula el área de este tronco de pirámide.



El tronco de pirámide es regular, por lo que podemos aplicar la fórmula del área lateral:

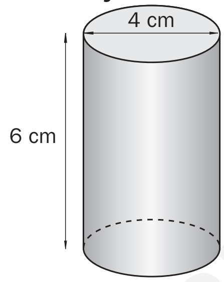
$$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot (30 + 20) \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot 54 \cdot 8 = 216 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{BASE GRANDE}} = \frac{1}{2}\, p\, a = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 5) \cdot 4{,}1 = 61{,}50 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{BASE PEQUEÑA}} = \frac{1}{2}\, p\, a = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 5) \cdot 2{,}8 = 28 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 178 + 61{,}50 + 28 = 267{,}50 \text{ cm}^2$$

14.5 Dibuja un cilindro de 4 centímetros de diámetro y 6 centímetros de altura. Calcula su área total.



$$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 75{,}36 + 25{,}12 = 100{,}48 \text{ cm}^2$$

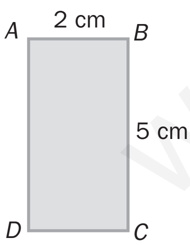
14.6 El diámetro de un cilindro mide 5 centímetros, y su altura, el triple del radio. Calcular la superficie lateral.

Radio: 2,5 cm

Altura: $3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ cm

$A_{\text{LATERAL}} = 2\pi r \cdot h = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 7{,}5 = 117{,}75 \text{ cm}^2$

14.7 Al girar el rectángulo alrededor del lado AB genera un cilindro, y al girar alrededor del lado AD genera otro cilindro. ¿Tienen la misma área? Compruébalo calculando ambas áreas.



Cilindro generado alrededor del lado *AB*

Radio: $AD = 5$ cm

Altura: $AB = 2$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 2 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 = 62{,}8 + 157 = 219{,}8 \text{ cm}^2$

Cilindro generado alrededor del lado *AD*

Radio: $AB = 2$ cm

Altura: $AD = 5$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 62{,}8 + 25{,}12 = 87{,}92 \text{ cm}^2$

Ambos cilindros no tienen la misma área. El área del primero es mayor que la del segundo.

14.8 El radio de un cono mide 2,5 centímetros, y la generatriz, 7. Calcula su área total.

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 7 + 3{,}14 \cdot 7^2 = 54{,}95 + 153{,}86 = 208{,}81 \text{ cm}^2$

14.9 El diámetro de un cono mide 12 centímetros, y la altura, 8. Calcula su área total.

Radio: 6 cm

Generatriz: $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6 \cdot 10 + 3{,}14 \cdot 6^2 = 188{,}4 + 113{,}04 = 301{,}44 \text{ cm}^2$

14.10 Los radios de las bases de un tronco de cono miden 5 y 2 centímetros respectivamente, y la altura, 4 centímetros. Calcula el área total del tronco de cono.

Generatriz: $\sqrt{4^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ cm

$A_{TOTAL} = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot g + \pi r_1^2 + r_2^2 = 3{,}14 \cdot (5 + 2) \cdot 5 + 3{,}14 \cdot 5^2 + 3{,}14 \cdot 2^2 = 200{,}96 \text{ cm}^2$

14.11 Calcula el área de las esferas cuyo radio se indica.

a) 2 cm **b) 4,75 dm** **c) 0,5 m**

a) Radio: 2 cm.
$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

b) Radio: 4,75 dm
$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}75^2 = 283{,}385 \text{ dm}^2$

c) Radio: 0,5 m
$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 = 3{,}14 \text{ m}^2$

14.12 El diámetro de una ensaladera semiesférica mide 22 centímetros. Calcula su superficie.

Radio: $22 : 2 = 11$ cm

Superficie: $A = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 11^2 = 759{,}88 \text{ cm}^2$

La superficie de la ensaladera semiesférica mide 759,88 cm^2.

14.13 El diámetro del planeta Marte mide 6 795 kilómetros. ¿Cuánto mide su superficie?

Radio del planeta Marte: $6\,795 : 2 = 3\,397{,}5$ km

Superficie: $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 3\,397{,}5^2 = 11\,543\,006 \text{ km}^2$

14.14 Calcula el diámetro de las esferas cuya superficie es la que se indica.

a) 50 cm² **b) 100 m²** **c) 1 dm²**

a) $A = 50 \text{ cm}^2$

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{50}{4 \cdot 3{,}14}} = \sqrt{3{,}98} = 1{,}99 \text{ cm} \Rightarrow d = 3{,}98 \text{ cm}$

b) 100 m^2

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{100}{4 \cdot 3{,}14}} = \sqrt{7{,}96} = 2{,}82 \text{ m} \Rightarrow d = 5{,}64 \text{ m}$

c) 1 dm^2

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 3{,}14}} = \sqrt{0{,}0796} = 0{,}2821 \text{ dm} \Rightarrow d = 0{,}56 \text{ dm}$

14.15 Expresa estas cantidades en metros cúbicos.

a) 250 000 cm³ **b) 500 cm³** **c) 50 hm³** **d) 0,5 km³**

a) $250\,000 \text{ cm}^3 = 250 \text{ dm}^3 = 0{,}250 \text{ m}^3$

b) $500 \text{ cm}^3 = 0{,}5 \text{ dm}^3 = 0{,}0005 \text{ m}^3$

c) $50 \text{ hm}^3 = 50\,000 \text{ dam}^3 = 50\,000\,000 \text{ m}^3$

d) $0{,}5 \text{ km}^3 = 500 \text{ hm}^3 = 500\,000 \text{ dam}^3 = 500\,000\,000 \text{ m}^3$

14.16 Expresa en centímetros cúbicos.

a) 3,5 m³ **b) 8 dm³** **c) 1,75 dm³** **d) 0,050 m³**

a) $3{,}5 \text{ m}^3 = 3500 \text{ dm}^3 = 3\,500\,000 \text{ cm}^3$

b) $8 \text{ dm}^3 = 8\,000 \text{ cm}^3$

c) $1{,}75 \text{ dm}^3 = 1750 \text{ cm}^3$

d) $0{,}050 \text{ m}^3 = 50 \text{ dm}^3 = 50\,000 \text{ cm}^3$

14.17 Expresa en litros las siguientes cantidades:

a) 1200 cm³ **b) 0,25 m³** **c) 275 dm³** **d) 0,5 cm³**

a) $1200 \text{ cm}^3 = 1{,}200 \text{ dm}^3 = 1{,}200$ L

b) $0{,}25 \text{ m}^3 = 250 \text{ dm}^3 = 250$ L

c) $275 \text{ dm}^3 = 275$ L

d) $0{,}5 \text{ cm}^3 = 0{,}000\,5 \text{ dm}^3 = 0{,}000\,5$ L

14.18 Expresa en centímetros cúbicos estas cantidades:

a) 250 cL **b) 2,5 L** **c) 6500 mL**

a) 250 cL $=$ 2 500 mL $=$ 2 500 cm^3

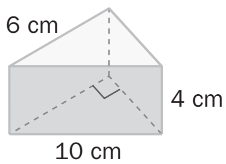
b) 2,5 L $=$ 2 500 mL $=$ 2 500 cm^3

c) 6 500 mL $=$ 6 500 cm^3

14.19 Calcula el volumen de un prisma hexagonal regular, siendo el lado de su base 8 centímetros, la apotema 7 centímetros, y la altura del prisma 20 centímetros.

$$V = A_{BASE} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(8 \cdot 6) \cdot 7}{2} \cdot 20 = 3360 \text{ cm}^3$$

14.20 Calcula el volumen del prisma de la figura.



$V = A_{BASE} \cdot altura$

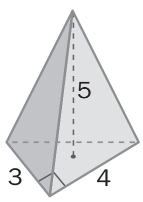
Con Pitágoras obtenemos la altura del triángulo de la base:

$$6^2 = 5^2 + a^2 \rightarrow 36 = 25 + a^2 \rightarrow a = \sqrt{11} = 3{,}32$$

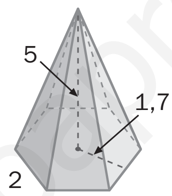
$$V = \frac{10 \cdot 3{,}32}{2} \cdot 4 = 66{,}4 \text{ cm}^3$$

14.21 Calcula el volumen de estas pirámides, cuyas dimensiones vienen dadas en centímetros.

a)



b)



a) La base es un triángulo rectángulo:

$$A_{BASE} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}$$

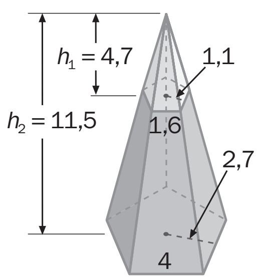
$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^3$$

b) La pirámide es regular, luego podemos calcular el área de la base aplicando la fórmula:

$$A_{BASE} = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{(2 \cdot 6) \cdot 1{,}7}{2} = 10{,}2 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10{,}2 \cdot 5 = 17 \text{ cm}^3$$

14.22 Calcula el volumen del tronco de pirámide, cuyas medidas vienen dadas en centímetros.



Volumen de la pirámide total:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{(4 \cdot 5) \cdot 2{,}7}{2} \cdot 11{,}5 = 103{,}5 \text{ cm}^3$$

Volumen de la pirámide deficiente:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{(1{,}6 \cdot 5) \cdot 1{,}1}{2} \cdot 4{,}7 = 6{,}89 \text{ cm}^3$$

Volumen del tronco de pirámide:

$$V = 103{,}5 - 6{,}89 = 96{,}61 \text{ cm}^3$$

14.23 Calcula el volumen de estos cilindros:

a) r = 5 cm; h = 12 cm **b) d = 8 dm; h = 1 m**

a) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 12 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 12 = 942 \text{ cm}^3$

b) Radio: $r = 8 : 2 = 4$ dm

Altura: $h = 1$ m $= 10$ dm

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 10 = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10 = 502{,}4 \text{ dm}^3$

14.24 Calcula el volumen de estos conos.

a) d = 1 dm; h = 2r **b) d = 12 cm; g = 10 cm**

a) Radio: $r = 1 : 2 = 0{,}5$ dm

Altura: $h = 2r = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ dm

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}25 \cdot 1 = 0{,}26 \text{ dm}^3$$

b) Radio: $r = 12 : 2 = 6$ cm

Altura: $h = \sqrt{g^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 8 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 36 \cdot 8 = 301{,}44 \text{ cm}^3$$

14.25 Calcula el volumen en metros cúbicos de una esfera cuyo diámetro mide 100 centímetros.

Radio: $100 \text{ cm} : 2 = 50 \text{ cm} = 0{,}5$ m

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}125 = 0{,}523 \text{ m}^3$$

14.26 La circunferencia de un balón reglamentario de voleibol mide 65 centímetros. Calcula el volumen de dicho balón.

Longitud de la circunferencia (máxima): $l = 2\pi \cdot r = 65 \Rightarrow r = \frac{65}{2\pi} = \frac{65}{6{,}28} = 10{,}35$ cm

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}35^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1108{,}72 = 4641{,}84 \text{ cm}^3$$

14.27 En un recipiente con forma de prisma de base un cuadrado de 8 centímetros de lado y altura 12 centímetros se introduce una bola de hierro de 8 centímetros de diámetro. Calcula el volumen de agua necesario para llenar el recipiente.

$V_{\text{PRISMA}} = A_{\text{BASE}} \cdot h = (8 \cdot 8) \cdot 12 = 768 \text{ cm}^3$

$$V_{\text{BOLA DE HIERRO}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 64 = 267{,}95 \text{ cm}^3$$

Cantidad de agua necesaria para llenar el recipiente:

$768 \text{ cm}^3 - 267{,}95 \text{ cm}^3 = 500{,}05 \text{ cm}^3 = 0{,}500\,05 \text{ dm}^3 = 0{,}500\,05$ L

Se necesitan aproximadamente 0,5 L, o sea, medio litro de agua.

14.28 Sabiendo que la masa de 1 centímetro cúbico de hierro es 7,8 gramos, ¿cuántas bolas de hierro de 2 centímetros de diámetro necesitaremos reunir para completar una masa de 1 kilogramo?

Volumen de una bola:

Radio: $2 : 2 = 1$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1 = 4{,}187 \text{ cm}^3$$

Masa de una bola de hierro:

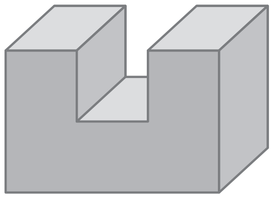
$4{,}187 \cdot 7{,}8 = 32{,}659$ gramos

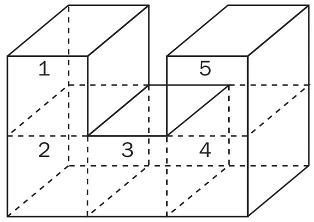
Número de bolas:

$1000 : 32{,}659 = 30{,}62$

Es necesario reunir aproximadamente 30 bolas.

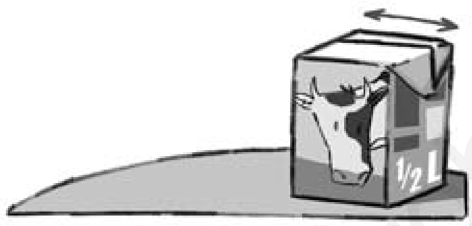
14.29 El volumen del cuerpo de la figura es de 135 centímetros cúbicos. Calcula el área total.





Hay 5 cubos iguales de arista a; por tanto, el volumen de cada cubo es: $135 : 5 = 27$ cm^3.
Como el volumen de un cubo es $V = a^3$; $27 = a^3$; $a = \sqrt[3]{27} = 3$ cm.
Área de la figura: $A = (9 \cdot 3 + 3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3 \cdot 2) \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3 = 72 + 36 + 27 + 27 = 162$ cm^2

14.30 Queremos hacer un tetra brik de base cuadrada de 6 centímetros de lado y con capacidad de medio litro. ¿Cuánto cartón necesitamos?



0,5 litros = 500 cm^3
$V = A_{\text{BASE}} \cdot h \rightarrow 500 = 6 \cdot 6 \cdot h \rightarrow 500 = 36 \cdot h \rightarrow h = \dfrac{500}{36} = 13{,}89$ cm
La altura del *tetra brik* es aproximadamente de 14 cm.
El área total que necesitamos es: $6 \cdot 4 \cdot 14 + 2 \cdot 6 \cdot 6 = 336 + 72 = 408$ cm^2.

CÁLCULO MENTAL

14.31 Calcula el área de los cubos cuyas aristas miden lo siguiente.

a) 1 cm **b) 2 cm** **c) 10 cm** **d) $\dfrac{1}{2}$ m**

a) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 1^2 = 6$ cm^2
b) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24$ cm^2
c) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 100 = 600$ cm^2
d) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 0{,}5^2 = 6 \cdot 0{,}25 = 1{,}5$ m^2

14.32 Expresa las siguientes cantidades en centímetros cúbicos.

a) 7 dm^3 **f) 2 000 mm^3**
b) 0,3 dm^3 **g) 10 dm^3**
c) 0,001 dm^3 **h) 1 dam^3**
d) 1,5 m^3 **i) 0,001 dm^3**
e) 0,001 m^3 **j) 0,001 dam^3**

a) 7 dm^3 = 7 000 cm^3
b) 0,3 dm^3 = 300 cm^3
c) 0,001 dm^3 = 1 cm^3
d) 1,5 m^3 = 1 500 000 cm^3
e) 0,001 m^3 = 1000 cm^3
f) 2 000 mm^3 = 2 cm^3
g) 10 dm^3 = 10 000 cm^3
h) 1 dam^3 = 1 000 000 000 cm^3
i) 0,001 dm^3 = 1 cm^3
j) 0,001 dam^3 = 1 000 000 dm^3

14.33 Calcula el área lateral de los prismas regulares hexagonales, sabiendo el lado de la base y la altura del prisma.

a) l = 5 cm h = 3 cm **c) l =2 cm h = 10 cm**
b) l = 1 cm h = 1 cm **d) l = 1,5 cm h = 9 cm**

Aplicamos la fórmula: $A_{\text{LATERAL}} = p \cdot h$:
a) 90 cm^2 b) 6 cm^2 c) 120 cm^2 d) 81 cm^2

14.34 Expresa los siguientes volúmenes en litros.

a) 2 dm³ **c) 0,5 dm³** **e) 2 000 000 mm³** **g) 0,005 m³**

b) 600 dm³ **d) 10 dam³** **f) 1500 cm³** **h) 0,000 005 hm³**

a) $2\ dm^3 = 2\ L$

b) $600\ dm^3 = 600\ L$

c) $0,5\ dm^3 = 0,5\ L$

d) $10\ dam^3 = 10\,000\,000\ dm^3 = 10\,000\,000\ L$

e) $2\,000\,000\ mm^3 = 2\ L$

f) $1\,500\ cm^3 = 1,5\ L$

g) $0,005\ m^3 = 5\ L$

h) $0,000\,005\ hm^3 = 5\,000\ L$

14.35 Calcula la capacidad en litros de los cubos cuyas aristas tienen las siguientes medidas.

a) 1 dm **c) 0,5 dm** **e) 3 dam** **g) 0,1 m**

b) 10 cm **d) 2 dm** **f) 2 m** **h) 0,001 dam**

a) $1\ dm \rightarrow 1\ dm^3 = 1\ L$

b) $10\ cm \rightarrow 1000\ cm^3 = 1\ dm^3 = 1\ L$

c) $0,5\ dm \rightarrow 0,125\ dm^3 = 0,125\ L$

d) $2\ dm \rightarrow 8\ dm^3 = 8\ L$

e) $3\ dam \rightarrow 27\ dam^3 = 27\ 000\ 000\ L$

f) $2\ m \rightarrow 8\ m^3 = 8000\ dm^3 = 8000\ L$

g) $0,1\ m \rightarrow 0,001\ m^3 = 1\ dm^3 = 1\ L$

h) $0,001\ dam = 0,1 dm \rightarrow 0,001\ dm^3 = 0,001\ L$

14.36 El área de la base de un depósito cilíndrico es aproximadamente 0,8 metros cuadrados. Calcula su capacidad en litros, redondeando la altura, dada a continuación, a las unidades.

a) 10,2 dm **b) 8,8 dm** **c) 10,7 dm** **d) 9,9 dm**

Tenemos en cuenta la fórmula $V = A_{BASE} \cdot h$, y la relación $0,8\ m^2 = 800\ dm^2$.

a) $80 \cdot 10 = 800\ dm^3 = 800\ L$

b) $80 \cdot 9 = 720\ dm^3 = 720\ L$

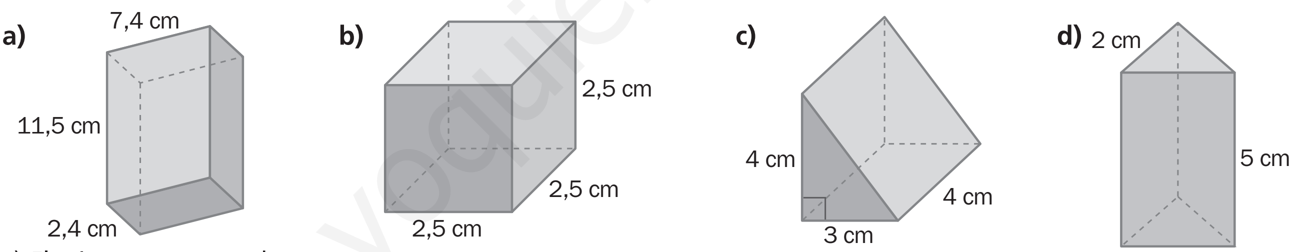
c) $80 \cdot 11 = 880\ dm^3 = 880\ L$

d) $80 \cdot 10 = 800\ dm^3 = 800\ L$

E J E R C I C I O S   P A R A   P R A C T I C A R

Área de los prismas

14.37 Calcula el área total de los prismas representados en las figuras.



a) El prisma es un ortoedro.

$A = 2ab + 2bc + 2ac = 2 \cdot 2,4 \cdot 7,4 + 2 \cdot 11,5 \cdot 7,4 + 2 \cdot 2,4 \cdot 11,5 = 260,92\ cm^2$

b) El prisma es un cubo.

$A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2,5^2 = 6 \cdot 6,25 = 37,5\ cm^2$

c) Hipotenusa del triángulo rectángulo:

$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\ cm$

$A_{LATERAL} = p \cdot h = (3 + 4 + 5) \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48\ cm^2$

$A_{BASES} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\right) = 12\ cm^2$

$A_{TOTAL} = 48 + 12 = 60\ cm^2$

d) Altura del triángulo de la base:

$a = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} = 1,73\ cm$

$A_{TOTAL} = p \cdot h + 2 \cdot A_{BASE} = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 1,73 = 30 + 3,46 = 33,46\ cm^2$

14.38 Calcula el área total de los prismas regulares cuyas dimensiones son las siguientes.

a) Base: cuadrado de 6 centímetros de lado. Altura: 1,5 decímetros.

b) Base: octógono de 6 centímetros de lado y 7,25 centímetros de apotema. Altura: 1,8 decímetros.

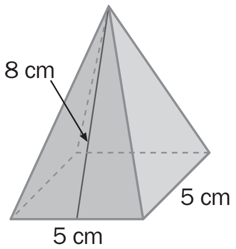
a) $A_{TOTAL} = A_{LATERAL} + 2 \cdot A_{BASE} = p \cdot h + 2 \cdot l^2 = (6 \cdot 4) \cdot 15 + 2 \cdot 6^2 = 360 + 72 = 432\ cm^2$

b) $A_{TOTAL} = p \cdot (h + a) = (6 \cdot 8) \cdot (18 + 7,25) = 48 \cdot 25,25 = 1212\ cm^2$

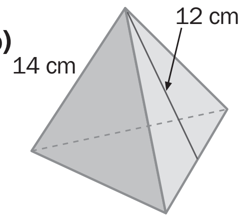
Área de pirámides y troncos de pirámides

14.39 Calcula el área total de las pirámides representadas en estas figuras:

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4) \cdot 8 + 5^2 = 80 + 25 = 105 \text{ cm}^2$

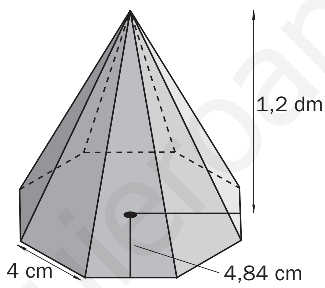
b) La figura es un tetraedro. Su área se puede calcular multiplicando por 4 el área de una cara:

$$A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 12\right) = 336 \text{ cm}^2$$

14.40 Calcula el área total de la pirámide regular cuya base es un cuadrado de 5 centímetros de lado. La apotema de la pirámide mide 1 decímetro.

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4) \cdot 10 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \text{ cm}^2$$

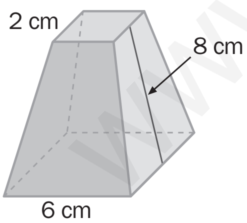
14.41 Dibuja una pirámide regular cuya base es un octógono de 4 centímetros de lado y 4,84 centímetros de apotema. La altura de la pirámide mide 1,2 decímetros. Calcula el área total de esta pirámide.



Apotema de la pirámide: $A = \sqrt{4{,}8^2 + 12^2} = \sqrt{23{,}04 + 144} = \sqrt{167{,}04} = 12{,}92 \text{ cm}$

$$A_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot (A + a) = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 8) \cdot (12{,}92 + 4{,}84) = 16 \cdot 17{,}76 = 284{,}16 \text{ cm}^2$$

14.42 Calcula el área total del tronco de pirámide regular representado en la figura.



$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 4 + 2 \cdot 4) \cdot 8 = 128 \text{ cm}^2$

$A_{\text{BASES}} = l_1^2 + l_2^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 128 + 40 = 168 \text{ cm}^2$

Áreas de cuerpos redondos

14.43 Calcula el área de los cilindros cuyas dimensiones son:
a) Radio: 2,5 cm. Altura: 1,2 dm.
b) Diámetro: 4,8 cm. Altura: 0,8 dm.

a) $A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 12 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 188{,}4 + 39{,}25 = 227{,}65 \text{ cm}^2$

b) Radio: $4{,}8 : 2 = 2{,}4$ cm
Altura: $0{,}8$ dm $= 8$ cm
$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}4 \cdot 8 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}4^2 = 120{,}58 + 36{,}17 = 156{,}75 \text{ cm}^2$

14.44 **Calcula el área total de los conos cuyas dimensiones son las siguientes.**

a) Radio: 2,5 cm. Generatriz: 1,2 dm.

b) Diámetro: 24 cm. Altura: 1,6 dm.

a) $A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 12 + 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 94{,}2 + 19{,}63 = 113{,}83 \text{ cm}^2$

b) Radio: $r = 24 : 2 = 12$ cm

Altura: $h = 1{,}6 \text{ dm} = 16$ cm

Generatriz: $g = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 12 \cdot 20 + 3{,}14 \cdot 12^2 = 753{,}6 + 452{,}16 = 1205{,}76 \text{ cm}^2$

14.45 **Los datos siguientes corresponden a radios de esferas. Calcula el área de las mismas y exprésala en centímetros cuadrados.**

a) 1 dm **b) 0,02 m** **c) 150 mm** **d) 0,0001 dam**

a) Radio: $r = 1 \text{ dm} = 10$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 = 1256 \text{ cm}^2$

b) Radio: $r = 0{,}02 \text{ m} = 0{,}2 \text{ dm} = 2$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

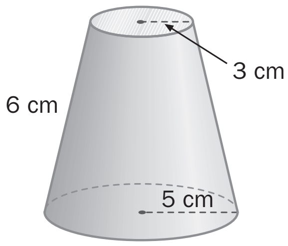
c) Radio: $r = 150 \text{ mm} = 15$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 15^2 = 2826 \text{ cm}^2$

d) Radio: $r = 0{,}0001 \text{ dam} = 0{,}1$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}1256 \text{ cm}^2$

14.46 **Calcula el área total del tronco de cono representado en la figura.**



$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot g + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 3{,}14 \cdot (5 + 3) \cdot 6 + 3{,}14 \cdot 5^2 + 3{,}14 \cdot 3^2 = 150{,}72 + 78{,}5 + 28{,}26 = 257{,}48 \text{ cm}^2$

Volumen y capacidad

14.47 **Expresa en centímetros cúbicos las siguientes cantidades.**

a) 5 dm³ **b) 0,1 dm³** **c) 1500 mm³** **d) 0,000 05 dam³**

a) $5 \text{ dm}^3 = 5000 \text{ cm}^3$

b) $0{,}1 \text{ dm}^3 = 100 \text{ cm}^3$

c) $1500 \text{ mm}^3 = 1{,}5 \text{ cm}^3$

d) $0{,}000\,05 \text{ dam}^3 = 50 \text{ dm}^3 = 50\,000 \text{ cm}^3$

14.48 **Expresa los siguientes volúmenes en litros.**

a) 2,5 dm³ **b) 0,05 m³** **c) 759 cm³**

a) $2{,}5 \text{ dm}^3 = 2{,}5$ L b) $0{,}05 \text{ m}^3 = 50 \text{ dm}^3 = 50$ L c) $759 \text{ cm}^3 = 0{,}759 \text{ dm}^3 = 759$ L

14.49 **Copia y completa con los números y las unidades que faltan.**

a) 250 cm³ = 0,250 □ **b) 0,750 dm³ = □ cm³** **c) $\frac{1}{2}$ m³ = 500 □**

a) $250 \text{ cm}^3 = 0{,}250 \text{ dm}^3$ b) $0{,}750 \text{ dm}^3 = 750 \text{ cm}^3$ c) $\frac{1}{2} \text{ m}^3 = 500 \text{ dm}^3$

14.50 **Copia y completa con las unidades que faltan:**

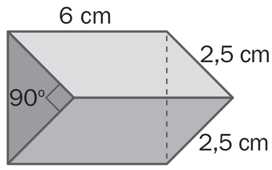
a) 750 cm³ = 0,750 L = 0,750 □ **b) 20 dm³ = 20 000 □ = 20 □** **c) $\frac{3}{4}$ □ = 750 cm³ = 0,750 □**

a) $750 \text{ cm}^3 = 0{,}750 \text{ L} = 0{,}750 \text{ dm}^3$ b) $20 \text{ dm}^3 = 20\,000 \text{ cm}^3 = 20$ L c) $\frac{3}{4} \text{ dm}^3 = 750 \text{ cm}^3 = 0{,}750$ L

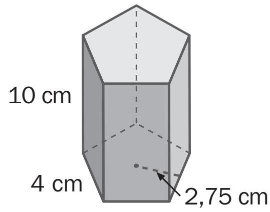
Volumen de prismas y pirámides

14.51 Calcula el volumen de estos prismas.

a)



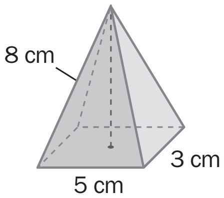
b)



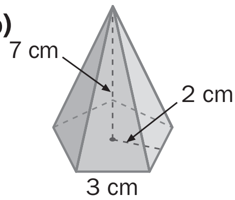
a) $V = A_{BASE} \cdot h = \left(\frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 2,5\right) \cdot 6 = 18,75 \text{ cm}^3$ b) $V = A_{BASE} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(4 \cdot 5) \cdot 2,75}{2} \cdot 10 = 275 \text{ cm}^3$

14.52 Halla el volumen de las pirámides y del tronco de pirámide.

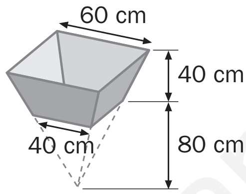
a)



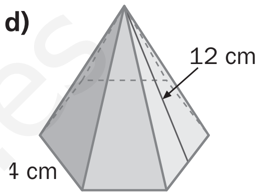
b)



c)



d)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (5 \cdot 3) \cdot 8 = 40 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 5) \cdot 2}{2} \cdot 7 = 35 \text{ cm}^3$

c) Volumen de la pirámide total:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 60^2 \cdot 120 = 144\,000 \text{ cm}^3$

Volumen de la pirámide deficiente:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 40^2 \cdot 80 = 42\,666,67 \text{ cm}^3$

Volumen del tronco de cono:

$V = 144\,000 - 42\,666,67 = 101\,333,33 \text{ cm}^3$

d) Como la figura es una pirámide regular hexagonal, para poder aplicar las fórmulas es necesario calcular previamente la apotema *a* de la base y la altura *h* de la pirámide.

La apotema *a* se calcula teniendo en cuenta que en un hexágono regular el radio de la base es igual al lado del mismo. Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$

Calculamos la altura *h* de la pirámide aplicando otra vez el teorema de Pitágoras:

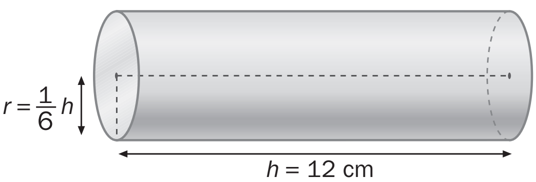
$h = \sqrt{12^2 - 3,46^2} = \sqrt{144 - 11,97} = \sqrt{1132,02} = 11,49 \text{ cm}$

Volumen de la pirámide:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{(4 \cdot 6) \cdot 3,46}{2} \cdot 11,49 = 159,02 \text{ cm}^3$

Volumen de cuerpos redondos

14.53 Calcula el volumen de este cilindro.



Radio del cilindro: $r = \frac{1}{6} \cdot h = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2 \text{ cm}$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 2^2 \cdot 12 = 3,14 \cdot 4 \cdot 12 = 150,72 \text{ cm}^3$

14.54 Calcula el volumen de un cilindro de12 centímetros de diámetro y de altura igual a la mitad del radio.

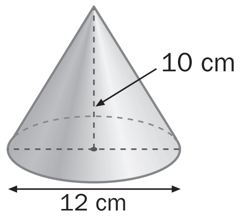
Radio: $r = 12 : 2 = 6 \text{ cm}$

Altura: $h = 6 : 2 = 3 \text{ cm}$

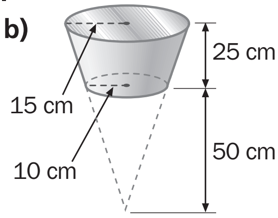
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 6^2 \cdot 3 = 3,14 \cdot 36 \cdot 3 = 339,12 \text{ cm}^3$

14.55 Halla el volumen del cono y del tronco de cono.

a)



b)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 10 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 36 \cdot 10 = 376{,}8 \text{ cm}^3$

b) El volumen del tronco de cono viene dado por la diferencia del volumen del cono total y del cono deficiente.

Volumen del cono total:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 15^2 \cdot 75 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 225 \cdot 75 = 17\,662{,}5 \text{ cm}^3$

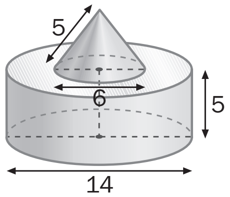
Volumen del cono deficiente:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 50 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 50 = 5233{,}3 \text{ cm}^3$

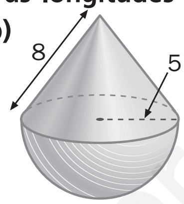
Volumen del tronco de cono: $17\,662{,}5 - 5233{,}3 = 12\,429{,}2 \text{ cm}^3$

14.56 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos, cuyas longitudes vienen dadas en centímetros.

a)



b)



a) Volumen del cuerpo = volumen del cilindro + volumen del cono

Volumen del cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 7^2 \cdot 5 = 3{,}14 \cdot 49 \cdot 5 = 769{,}3 \text{ cm}^3$

Volumen del cono:

Altura: $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 32 \cdot 4 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 4 = 37{,}68 \text{ cm}^3$

Volumen del cuerpo: $769{,}3 + 37{,}68 = 806{,}98 \text{ cm}^3$

b) Volumen del cuerpo = volumen del cono + volumen de la semiesfera

Volumen del cono:

Altura: $h = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39} = 6{,}24 \text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 6{,}24 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 25 \cdot 6{,}24 = 163{,}28 \text{ cm}^3$

Volumen de la semiesfera:

$V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3\right) = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 125 = 261{,}67 \text{ cm}^3$

Volumen del cuerpo: $163{,}28 + 261{,}67 = 424{,}95 \text{ cm}^3$

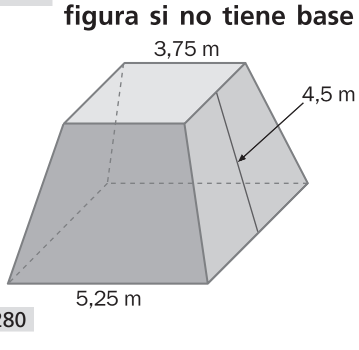
PROBLEMAS PARA APLICAR

14.57 Se ha medido la cubierta de un libro y se han obtenido estos resultados: ancho, 18 centímetros; alto, 24 centímetros; lomo, 3,5. Calcula la superficie de cartulina de la cubierta.

$$2 \cdot (18 \cdot 24) + 3{,}5 \cdot 24 = 864 + 84 = 948 \text{ cm}^2$$

La superficie de la cubierta es de $948 \text{ cm}^2 = 9{,}48 \text{ dm}^2$. Aproximadamente, $9{,}5 \text{ dm}^2$.

14.58 Calcula cuántos metros cuadrados de madera se necesitan para construir el podio representado en la figura si no tiene base inferior; es decir, se apoya directamente sobre el suelo.



$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot (5{,}25 \cdot 4 + 3{,}75 \cdot 4) \cdot 4{,}5 = \frac{1}{2} \cdot (21 + 15) \cdot 4{,}5 = 81 \text{ m}^2$

$A_{\text{BASE SUPERIOR}} = l_1^2 = 3{,}75^2 = 14{,}06 \text{ m}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 81 + 14{,}06 = 95{,}06 \text{ m}^2$

Se necesitan, aproximadamente, 95 metros cuadrados de madera.

14.59 Las dimensiones de una papelera cilíndrica son: 20 centímetros de diámetro y 31 centímetros de altura. Calcula la superficie de material que se ha necesitado para fabricarla.

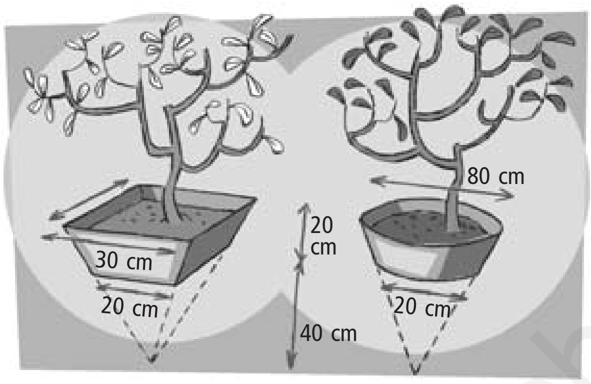
Área de la papelera = área lateral del cilindro + área de la base

Radio: $r = 20 : 2 = 10$ cm

$A_{\text{PAPELERA}} = 2\pi \cdot r \cdot h + \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 31 + 3{,}14 \cdot 102 = 1946{,}8 + 314 = 2260{,}8\ \text{cm}^2$

Se necesitan $2260{,}8\ \text{cm}^2 = 22{,}608\ \text{dm}^2$. Aproximadamente, 23 decímetros cuadrados.

14.60 Las figuras representan jardineras. ¿En cuáles de ellas hay que echar más tierra para que se llenen?



Jardinera con forma de tronco de pirámide

Volumen de la pirámide total: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 60 = 18\,000\ \text{cm}^3$

Volumen de la pirámide deficiente: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot 40 = 5333{,}33\ \text{cm}^3$

Volumen del tronco de pirámide: $18\,000 - 5\,333{,}33 = 12\,666{,}67\ \text{cm}^3$

Jardinera con forma de tronco de cono

Volumen del cono total: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 40^2 \cdot 60 = 100\,480\ \text{cm}^3$

Volumen del cono deficiente: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 40 = 4\,186{,}67\ \text{cm}^3$

Volumen del tronco de cono: $100\,480 - 4186{,}67 = 96\,293{,}33\ \text{cm}^3$

Como $96\,293{,}33\ \text{cm}^3 > 12\,666{,}67\ \text{cm}^3$, habrá que echar más tierra en la jardinera con forma de tronco de cono.

14.61 La altura de un embudo de hojalata, excluyendo el tubo de salida, mide 26 centímetros, y el diámetro, 30. Si el metro cuadrado de hojalata pesa 3,25 kilogramos, ¿cuánto pesará el embudo?

Radio: $r = 30 : 2 = 15$ cm
Generatriz: $g = \sqrt{15^2 + 26^2} = \sqrt{225 + 676} = \sqrt{901} = 30$ cm
$A_{\text{LATERAL}} = \pi \cdot r \cdot g = 3{,}14 \cdot 15 \cdot 30 = 1413\ \text{cm}^2 = 14{,}13\ \text{dm}^2 = 0{,}1413\ \text{m}^2$
El embudo pesa: $0{,}1413 \cdot 3{,}25 = 0{,}459$ kilogramos $\cong \frac{1}{2}$ kilogramo.

14.62 Las paredes de una cocina están recubiertas de azulejos cuadrados de 15 centímetros de lado. Las dimensiones de la cocina son: largo, 3,75 metros; ancho, 2,25, y alto, 2,50. La puerta mide 85 por 210 centímetros, y la ventana es cuadrada de 135 centímetros de lado. ¿Cuántos azulejos se han necesitado para recubrir la cocina?

Superficie de las paredes: $2 \cdot (3{,}75 \cdot 2{,}50) + 2 \cdot (2{,}25 \cdot 2{,}50) = 18{,}75 + 11{,}25 = 30\ \text{m}^2$

Dimensiones de la puerta: 85 cm = 0,85 m; 210 cm = 2,10 m

Superficie de la puerta: $0{,}85 \cdot 2{,}10 = 1{,}785\ \text{m}^2$

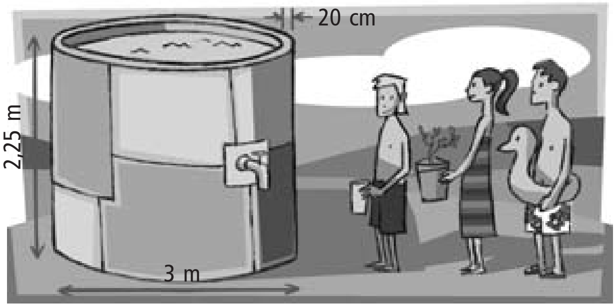
Superficie de la ventana: $1{,}35^2 = 1{,}8225\ \text{m}^2$

Superficie a recubrir: $30 - 1{,}785 - 1{,}8225 = 26{,}3925\ \text{m}^2$

Superficie de cada azulejo: $15^2 = 225\ \text{cm}^2 = 0{,}0225\ \text{m}^2$

Número de azulejos: $26{,}3925 : 0{,}0225 = 1173$

14.63 Las dimensiones de un depósito cilíndrico son las especificadas en la figura. Calcula la capacidad del recipiente en litros.



Diámetro del cilindro interior: 3 m − 2 · 20 cm = 3 m − 40 cm = 3 m − 0,40 m = 2,6 m

Radio del cilindro interior: 2,6 : 2 = 1,3 m

Altura del cilindro interior: 2,25 m − 20 cm = 2,25 m − 0,20 m = 2,05 m

Volumen del cilindro interior: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 1{,}3^2 \cdot 2{,}05 = 3{,}14 \cdot 1{,}69 \cdot 2{,}05 = 10{,}8785 \text{ m}^3$

Capacidad del depósito: $10{,}8785 \text{ m}^3 = 10\,878{,}5 \text{ dm}^3 \cong 10\,879$ L

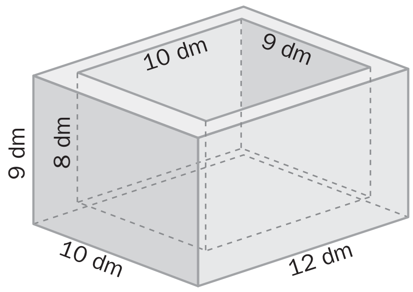
14.64 ¿Cuántos cubos de $\frac{1}{2}$ metro de arista caben en un cubo de 2 metros de arista?

Volumen del cubo de 2 metros de arista: $V = 2^3 = 8 \text{ m}^3$

Volumen del cubo de $\frac{1}{2}$ metro de arista: $V = 0{,}5^3 = 0{,}125 \text{ m}^3$

El número de cubos que caben es: 8 : 0,125 = 64.

14.65 Un decímetro cúbico del material con el que está construido el recipiente representado en la figura pesa 7,8 kilogramos. Calcula cuánto pesa el recipiente.



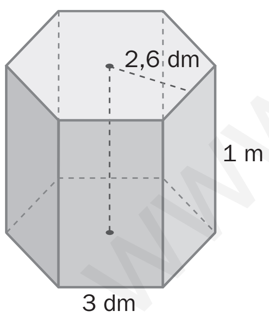
Volumen del ortoedro exterior: $V_1 = 9 \cdot 10 \cdot 12 = 1080 \text{ dm}^3$

Volumen del ortoedro interior: $V_2 = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720 \text{ dm}^3$

Volumen del material: $V = V_1 - V_2 = 1080 - 720 = 360 \text{ dm}^3$

El recipiente pesa: 360 · 7,8 = 2808 kilogramos.

14.66 Calcula cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito de la figura si se echan 85 litros por minuto.



Apotema de la base: 2,6 dm

Altura del prisma: 1 m = 10 dm

Volumen del depósito: $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(3 \cdot 6) \cdot 2{,}6}{2} \cdot 10 = 234 \text{ dm}^3 = 234$ L

Tiempo que tarda en llenarse el depósito: 234 : 85 = 2,75 minutos = 2 minutos y 45 segundos.

14.67 Las dimensiones de una caja son: 36, 24 y 30 centímetros. En esta caja se quieren introducir paquetes con forma de ortoedro de aristas 5, 9 y 6 centímetros. ¿Cuántos paquetes caben en la caja?

A lo largo caben: 36 : 9 = 4 paquetes.

A lo ancho caben: 24 : 6 = 4 paquetes.

A lo alto caben: 30 : 5 = 6 paquetes.

Caben: 4 · 4 · 6 = 96 paquetes.

Nota: Por ser el largo, ancho y alto de la caja múltiplos del largo, ancho y alto de cada paquete, respectivamente, cabe un número exacto de paquetes, quedando todo el espacio de la caja ocupado. Por esta razón, también se puede calcular el número de paquetes que entran en la caja dividiendo el volumen de la misma por el volumen de cada paquete.

Volumen de la caja: $36 \cdot 24 \cdot 30 = 25\,920 \text{ cm}^3$

Volumen de cada paquete: $9 \cdot 6 \cdot 5 = 270 \text{ cm}^3$

Caben: 25 920 : 270 = 96 paquetes.

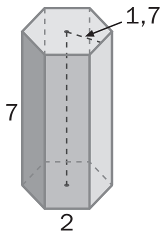
Áreas de prismas y pirámides

14.68 **Calcula el área lateral de un prisma regular de 5 centímetros de altura, siendo su base un hexágono de 1,5 centímetros de lado.**

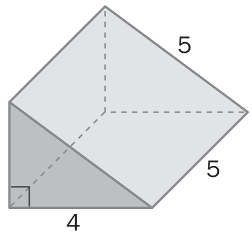
$A_{\text{LATERAL}} = p \cdot h = 1{,}5 \cdot 6 \cdot 5 = 45 \text{ cm}^2$

14.69 **Calcula el área total de los siguientes cuerpos. (Las longitudes vienen dadas en centímetros).**

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = p \cdot (h + a) = 2 \cdot 6 \cdot (7 + 1{,}7) = 104{,}4 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + 2 \cdot A_{\text{BASE}} = 5 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 72 \text{ cm}^2$

Áreas de cuerpos redondos

14.70 **Calcula las áreas que se indican.**

a) Área total de un cilindro recto de 8 centímetros de altura; el diámetro de la base mide 5 centímetros.
b) Área total de un cono recto de 2 decímetros de altura; el diámetro de la base mide 1 decímetro.
c) Área, en centímetros cuadrados, de una esfera cuyo radio mide 3 decímetros.

a) Radio de la base: $r = 5 : 2 = 2{,}5$ cm
$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 8 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 125{,}6 + 39{,}25 = 164{,}85 \text{ cm}^2$

b) Diámetro de la base: $d = 2 \text{ dm} = 20 \text{ cm}$
Radio de la base: $r = 20 : 2 = 10$ cm
Altura: 10 cm
Generatriz: $g = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{100 + 100} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm
$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 5 \cdot 14{,}14 + 3{,}14 \cdot 5^2 = 222 + 78{,}5 = 298{,}5 \text{ cm}^2$

c) Radio: $r = 3 \text{ dm} = 30 \text{ cm}$
$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 30^2 = 11\,304 \text{ cm}^2$

Volumen y capacidad

14.71 **Expresa en centímetros cúbicos las siguientes cantidades.**

a) 2 dm³ **b) 250 mm³** **c) 0,05 m³**

a) $2 \text{ dm}^3 = 2000 \text{ cm}^3$ b) $0{,}5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$ c) $0{,}05 \text{ m}^3 = 50 \text{ cm}^3$

14.72 **Expresa los siguientes volúmenes en litros.**

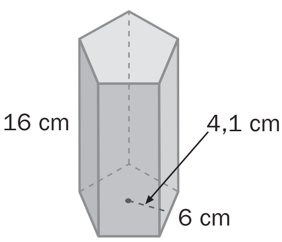
a) 2 dm³ **b) 0,01 m³** **c) 7000 cm³**

a) $2 \text{ dm}^3 = 2$ L b) $0{,}01 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm}^3 = 10$ L c) $7000 \text{ cm}^3 = 7 \text{ dm}^3 = 7$ L

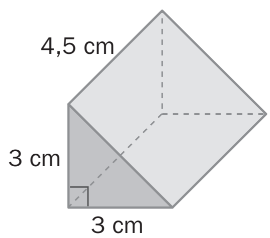
Volumen de prismas y pirámides

14.73 **Calcula el volumen de los siguientes prismas.**

a)



b)

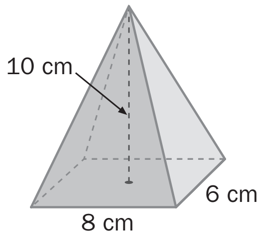


a) $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \dfrac{p \cdot a}{2} \cdot h = \dfrac{(6 \cdot 5) \cdot 4{,}1}{2} \cdot 16 = 984 \text{ cm}^3$

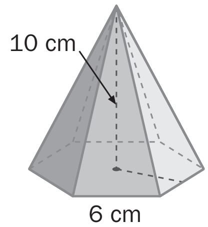
b) $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \dfrac{(3 \cdot 3)}{2} \cdot 4{,}5 = \dfrac{9}{2} \cdot 4{,}5 = 20{,}25 \text{ cm}^3$

14.74 Calcula el volumen de las siguientes pirámides.

a)



b)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (8 \cdot 6) \cdot 10 = 160 \text{ cm}^3$

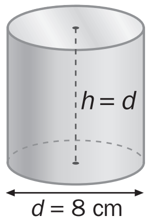
b) $A_{\text{BASE}} = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 93{,}6 \cdot 10 = 312 \text{ cm}$

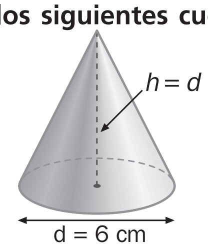
Volúmenes de cilindros, conos y esferas

14.75 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos.

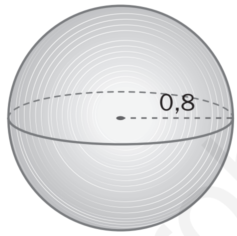
a)



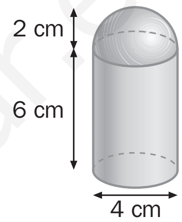
b)



c)



d)



a) Radio: $r = 8 : 2 = 4$ cm.

Altura: $h = d = 8$ cm

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 8 = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 8 = 401{,}92 \text{ cm}^3$

b) Radio: $r = 6 : 2 = 3$ cm

Altura: $h = \text{d} = 6$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 6 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 6 = 56{,}52 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^3 = 2{,}14 \text{ cm}^3$

d) Volumen del cuerpo = volumen del cilindro + volumen de la semiesfera

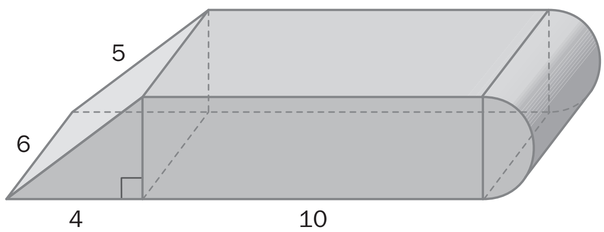
Volumen del cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 6 = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 6 = 75{,}36 \text{ cm}^3$

Volumen de la semiesfera: $V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3\right) = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 8 = 16{,}75 \text{ cm}^3$

Volumen del cuerpo: $75{,}36 + 16{,}75 = 92{,}11 \text{ cm}^3$

AMPLIACIÓN

14.76 La figura representa una pieza de madera, a la que hay que recubrir con una capa de pintura. ¿Qué superficie hay que pintar? (Las longitudes vienen expresadas en centímetros.)



Área del cuerpo = área exterior del prisma triangular + área exterior del ortoedro + área del semicilindro.

Cateto del triángulo: $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm

Área exterior del prisma: $(6 \cdot 5) + (6 \cdot 4) + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 3)\right] = 30 + 24 + 12 = 66 \text{ cm}^2$

Área exterior del ortoedro: $2 \cdot (10 \cdot 3) + 2 \cdot (10 \cdot 6) = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 60 = 60 + 120 = 180 \text{ cm}^2$

Área del semicilindro: radio: $r = 3 : 2 = 1{,}5$ cm. Altura: $h = 6$ cm

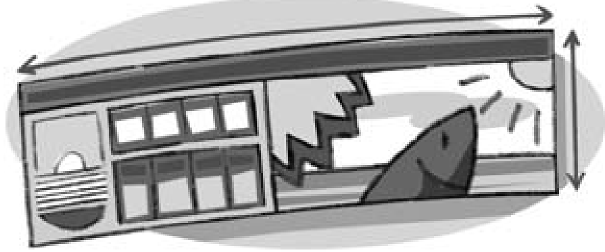
$A = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot r^2) = \pi \cdot r \cdot h + \pi \cdot r^2$

$A = 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 6 + 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 = 28{,}26 + 7{,}065 = 35{,}325 \text{ cm}^2$

Área del cuerpo: $66 + 180 + 35{,}325 = 281{,}325 \text{ cm}^2$

Hay que pintar una superficie de $281{,}325 \text{ cm}^2$.

14.77 De una lata de conservas de atún se desprendió el papel que rodeaba al envase. Se midieron las dimensiones del papel y se obtuvo este resultado.



Calcula el volumen de la lata.

Altura del cilindro: $h = 4$ cm

Radio del cilindro: $14 = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow r = \dfrac{14}{2 \cdot \pi} = \dfrac{14}{6{,}28} = 2{,}23$ cm

Volumen: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 2{,}23^2 \cdot 4 = 3{,}14 \cdot 4{,}97 \cdot 4 = 62{,}46$ cm^3

Volumen de la lata: 62,46 cm^3

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

14.78 Caja de diseño

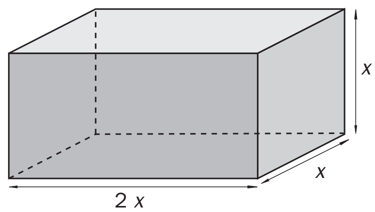
Una empresa que elabora piezas de bisutería encarga a otra que hace envases la fabricación de cajas de metal con las siguientes especificaciones:

- **Las cajas deben tener forma de ortoedro cuya base sea un rectángulo en el que una de sus dimensiones sea doble de la otra.**
- **La altura de las cajas debe coincidir con la medida menor de la base.**

a) Haz un esquema que represente la caja que han encargado.

b) Calcula la superficie total de la caja en función de la medida del lado en centímetros.

a)



b) Si x es la medida en centímetros del lado pequeño, el área total será:

$A_{\text{TOTAL}} = p \cdot h + 2 \cdot l^2 = 4 \cdot x \cdot 2x + 2 \cdot x^2 = 8x^2 + 2x^2 = 10x^2$

14.79 La tercera condición

Los diseñadores han decidido añadir una nueva condición a las anteriores.

- **El número, en centímetros cuadrados, que expresa la superficie total de las seis caras debe coincidir con el número que represente el volumen en centímetros cúbicos.**

¿Cuáles son las dimensiones de la caja?

$V = x^2 \cdot 2x = 2x^3$

Por la tercera condición: $2x^3 = 10x^2 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = \dfrac{10}{2} = 5$

La base de la caja es un rectángulo de 5 cm de ancho y 10 cm de largo, y la altura de la caja es de 5 cm.

14.80 La alberca

Una alberca tiene forma de ortoedro cuya base es un rectángulo de 4 metros de ancho por 2 de largo. El depósito se llena gracias al agua suministrada por tres caños con el siguiente caudal:

Caño A	**40 L/min**
Caño B	**30 L/min**
Caño C	**25 L/min**

Esta mañana, César ha comprobado que la altura del nivel del agua era de 1,5 metros. ¿Cuántos metros cúbicos contendrá la alberca 2 horas después?

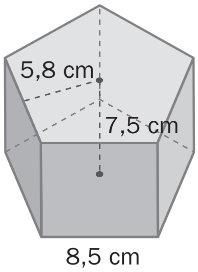
Ahora la alberca tiene $4 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 12$ m^3.

Durante 2 horas = 120 minutos, el caño A añade $40 \cdot 120 = 4800$ L; el caño B, $30 \cdot 120 = 3600$ L, y el caño C, $25 \cdot 120 = 3000$ L. En total se añaden $4800 + 3600 + 3000 = 11\,400$ L $= 11{,}4$ m^3.

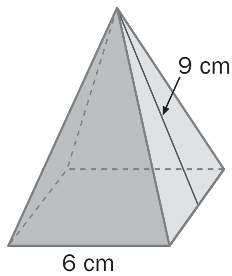
Después de 2 horas hay $12 + 11{,}4 = 23{,}4$ m^3.

14.A1 Calcula el área total de los cuerpos representados en estas figuras.

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = p \cdot (h + a) = (8,5 \cdot 5) \cdot (7,5 + 5,8) = 42,5 \cdot 13,3 = 565,25 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 4) \cdot 9 + 6^2 = 108 + 36 = 144 \text{ cm}^2$

14.A2 Calcula el área total y el volumen de los siguientes cuerpos.
a) Cilindro. Diámetro, 8 centímetros; altura, 12 centímetros.
b) Cono. Diámetro, 6 centímetros; altura, 4 centímetros.
c) Esfera. Diámetro, 20 centímetros.

a) $A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 12 + 2 \cdot 3,14 \cdot 4^2 = 301,44 + 100,48 = 401,92 \text{ cm}^2$
$V = \pi r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 12 = 602,88 \text{ cm}^3$

b) Radio: $r = 6 : 2 = 3$ cm
Generatriz: $g = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm
$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 3 \cdot 5 + 3,14 \cdot 3^2 = 47,1 + 28,26 = 75,36 \text{ cm}^2$
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 9 \cdot 4 = 37,68 \text{ cm}^3$

c) Radio: $r = 20 : 2 = 10$ cm
Área $= 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 10^2 = 1256 \text{ cm}^2$
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 1000 = 4186,67 \text{cm}^3$

14.A3 Un supermercado vendió 500 latas de refresco de 330 centímetros cúbicos. ¿Cuántos litros vendió?

$500 \cdot 330 \text{ cm}^3 = 165\,000 \text{ cm}^3 = 165 \text{ dm}^3 = 165$ L

14.A4 En un depósito cilíndrico de 1 metro de diámetro y 1,5 metros de altura se vierten 40 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse?

$V_{\text{DEPÓSITO}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 1,5 = 1,1775 \text{ m}^3 = 1177,5 \text{ dm}^3 = 1177,5$ L
$1177,5 : 40 = 29,4375$ minutos $= 29$ minutos y 26 segundos

14.A5 Con el agua de un recipiente de 5 litros, ¿cuántos vasos cilíndricos de 7 centímetros de diámetro y 8 centímetros de altura se pueden llenar?

$V_{\text{VASO}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3,14 \cdot 3,5^2 \cdot 8 = 307,72 \text{ cm}^3$
$5 \text{ L} = 5 \text{ dm}^3 = 5000 \text{ cm}^3$
$5000 : 307,72 = 16,25 \rightarrow 16$ vasos

14.A6 Una lata cilíndrica de conservas tiene 11 centímetros de altura y 10 centímetros de diámetro. El papel que la rodea se desprende, ¿qué figura es y cuáles son sus dimensiones?

El papel es un rectángulo de $2\pi r$ centímetros de largo y 11 centímetros de ancho.
Largo: $2\pi r = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4$ cm
Ancho: 11 cm

14.A7 ¿Cuántos hectolitros de líquido puede contener una tolva cónica de 8 metros de diámetro y 5 metros de generatriz?

Radio: $r = 8 : 2 = 4$ m

Altura de la tolva: $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ m

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 3 = 50{,}24 \text{ m}^3 = 50{,}24 \text{ kL} = 502{,}4 \text{ hL}$$

14.A8 Determina la fórmula que da el volumen de los cilindros de altura 15 centímetros de altura. Si se duplica el valor del radio, ¿qué ocurrirá con el valor del volumen? ¿Por qué?

$V_{\text{CILINDRO}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volumen de los cilindros de altura 15 centímetros:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot 15 = 3{,}14 \cdot 15 \cdot r^2 = 47{,}1 \cdot r^2$

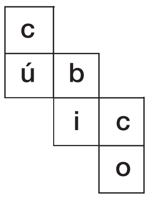
Si el radio aumenta el doble, el volumen aumenta el cuádruplo, porque el radio de la fórmula está elevado al cuadrado.

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

Construir un cubo

Si la figura muestra el desarrollo de un cubo, al construirlo, ¿qué letra es la opuesta a la o?



La letra opuesta es la *b*.