

Objetivos

En esta quincena aprenderás a:

- Expresar multiplicaciones de un mismo número en forma de potencia.
- Realizar operaciones con potencias.
- Trabajar con potencias de base 10.
- Expresar números en notación científica.
- Calcular raíces cuadradas.
- Realizar cálculos con la ayuda de una calculadora.

Antes de empezar

1. Potencias de un entero..... pág. 6
¿Qué es una potencia?
Signo de una potencia

2. Operaciones con potencias..... pág. 8
Potencia de productos y cocientes
Producto y cociente de potencias
Potencia de una potencia

3. Potencias de 10. Notación científica pág. 11
Potencias de base 10
Notación científica

4. Cuadrados perfectos. Raíces pág. 13
Cuadrados perfectos
Raíces cuadradas

Ejercicios para practicar

Para saber más






Resumen

Autoevaluación

Actividades para enviar al tutor

www.yoquieroaprobar.es

Antes de empezar

<p>Seguro que más de una vez habrás hablado de megas o de gigas al referirte a un ordenador. Pero, ¿a qué nos referimos cuando nombramos estas unidades.</p> <p>La unidad más pequeña para representar la información guardada en un ordenador es el bit. Un bit (de binary digit, dígito binario) equivale a escribir un 0 o un 1 en un ordenador.</p>	
	<p>Para representar más información se usan grupos de bits. Por ejemplo 11001110 es un Byte.</p> <p>A partir de aquí, las unidades se calculan usando potencias de 2</p> <p>1 Kilobyte equivale a 1024 Bytes</p> $1 \text{ KB} = 2^{10} \text{ Bytes}$
<p>Después del Kilobyte se utilizan dos medidas que seguro te sonarán más:</p> <p>El Megabyte, que equivale a 1024 KB</p> $1 \text{ MB} = 2^{10} \text{ KB}$ <p>El Gigabyte, que equivale a 1024 MB</p> $1 \text{ GB} = 2^{10} \text{ MB}$	
	<p>¿Y qué tenemos después del Giga?</p> <p>El Terabyte, $1 \text{ TB} = 2^{10} \text{ GB}$</p> <p>El Petabyte, $1 \text{ PB} = 2^{10} \text{ TB}$</p> <p>El Exabyte, $1 \text{ EB} = 2^{10} \text{ PB}$</p> <p>El Zettabyte, $1 \text{ ZB} = 2^{10} \text{ EB}$</p> <p>El Yottabyte, $1 \text{ YB} = 2^{10} \text{ ZB}$</p>
<p>Para que te hagas una idea de las enormes unidades de almacenamiento de información que estamos manejando, veamos un ejemplo:</p> <p>¿Cuántos MB equivalen a 1 YB?</p> $\begin{aligned} 1 \text{ YB} &= 2^{10} \text{ ZB} = 2^{20} \text{ EB} = 2^{30} \text{ PB} = \\ &= 2^{40} \text{ TB} = 2^{50} \text{ GB} = 2^{60} \text{ MB} = \\ &= 1152921504606846976 \text{ MB} \end{aligned}$	

Una potencia de base un entero y exponente un natural es una multiplicación repetida. Quizá te convenga repasar las operaciones combinadas y la jerarquía de operaciones.

Potencias y raíces de números enteros

1. Potencias de un número entero

¿Qué es una potencia?

Una potencia cuya base es un número entero y cuyo exponente es un número natural, es un **producto de factores iguales**.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$$

el producto se hace n veces

La base, a , es el factor que se repite. El exponente, n , indica el número de veces que se repite la base.

Ejemplos:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$$

$$0^2 = 0 \cdot 0$$

$4^0 = 1$ (este es un caso especial, ya que no podemos multiplicar un número por sí mismo 0 veces)

Signo de una potencia

Al calcular potencias de base un número entero, presta atención al **signo de la base** y al **exponente**.

También debes distinguir a qué número exactamente está **afectando la potencia**.

No es lo mismo -3^4 que $(-3)^4$

En general cualquier potencia de un **número positivo** será **positiva**. Y el **opuesto** de esa potencia será siempre **negativo**.

Si la **base es negativa** y el exponente **par o cero**, el valor de la potencia será **positivo**.

Pero si la **base es negativa** y el exponente es **impar**, el valor de la potencia será **negativo**.

Ejemplos:

$$3^4 = 81$$

$$3^3 = 27$$

$$(-2)^8 = 256$$

$$(-2)^9 = -512$$

$$2^8 = 256$$

$-2^8 = -256$ (se trata del opuesto de la potencia anterior)

$$5^0 = 1$$

$-5^0 = -1$ (de nuevo el opuesto)

EJERCICIOS resueltos

1. Calcula el valor de las potencias siguientes: 4^2 , -4^2 , $(-4)^2$ y -4^0

$$4^2 = 16$$

$$-4^2 = -16$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$-4^0 = -1$$

2. Calcula el valor de las potencias: -3^5 , $(-3)^5$, $(-3)^0$ y -3^0

$$-3^5 = -243$$

$$(-3)^5 = -243$$

$$(-3)^0 = 1$$

$$-3^0 = -1$$

3. ¿Es lo mismo calcular a^b que b^a ?

En general no es lo mismo.

Esto ¿qué quiere decir? Pues que normalmente las dos potencias no darán el mismo resultado, pero puede ocurrir que en algún caso sí coincidan.

Por ejemplo $2^3 = 8$, que no coincide con $3^2 = 9$. Esto es lo que es normal.

Ahora bien, fíjate en 2^4 y 4^2 . Ambas potencias valen 16.

¿Eres capaz de encontrar algún otro ejemplo en el que coincidan?

2. Operaciones con potencias

Potencia de productos y cocientes

Para hacer el **producto de dos números elevado a una misma potencia** tienes dos caminos posibles, cuyo resultado es el mismo:

Puedes primero multiplicar los dos números, y después calcular el resultado de la potencia:

$$(4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 160000$$

O bien puedes elevar cada número por separado al exponente y después multiplicar los resultados.

$$(4 \cdot 5)^4 = 4^4 \cdot 5^4 = 256 \cdot 625 = 160000$$

De forma análoga puedes proceder si se trata del **cociente de dos números elevado a la misma potencia**.

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = 1,5^4 = 5,0625$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} = 5,0625$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \quad \text{y} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Producto de potencias de igual base

Observa el siguiente ejemplo:

$$2^3 \cdot 2^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$$

Es decir, el resultado de **multiplicar potencias de igual base** es una potencia con la **misma base**, y cuyo exponente es la **suma de los exponentes** de las potencias iniciales.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Ejemplos:

$$(2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$$

$$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2 = \frac{6^2}{2^2} = \frac{36}{4} = 9$$

Observa que de las dos formas obtienes el mismo resultado. Ahora bien, no siempre será igual de sencillo de las dos formas.

Así que piensa de antemano qué método va a ser más conveniente para realizar el cálculo.

Ejemplos:

$$5^4 \cdot 5^7 = 5^{4+7} = 5^{11}$$

$$(-2)^5 \cdot (-2)^6 = (-2)^{5+6} = (-2)^{11}$$

$$x^2 \cdot x^8 = x^{2+8} = x^{10}$$

Potencias y raíces de números enteros

Cociente de potencias de igual base

Veamos cómo se haría un cociente de potencias de igual base:

$$\frac{5^7}{5^3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{1} = 5^4$$

Observa que el resultado de **dividir dos potencias de igual base** es otra potencia con la **misma base**, y en donde el **exponente** es la **resta de los exponentes** iniciales.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Ejemplos:

$$\frac{6^9}{6^2} = 6^{9-2} = 6^7$$

$$\frac{(-5)^{13}}{(-5)^4} = (-5)^{13-4} = (-5)^9$$

$$\frac{7^4}{7^4} = 7^{4-4} = 7^0 = 1$$

$$\frac{x^{23}}{x^{20}} = x^{23-20} = x^3$$

Potencia de una potencia

Una potencia cuyo exponente es un número natural equivale a la multiplicación repetida de la base tantas veces como indica el exponente. ¿Qué es entonces la potencia de una potencia?

Observa el siguiente ejemplo:

$$(2^4)^3 = 2^4 \cdot 2^4 \cdot 2^4 = 2^{4+4+4} = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$$

Es decir, el resultado de calcular la **potencia de una potencia** es una potencia con la **misma base**, y cuyo exponente es la el **producto de los dos exponentes**.

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Ejemplos:

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

$$[(-5)^3]^6 = (-5)^{3 \cdot 6} = (-5)^{18}$$

$$(y^4)^8 = y^{4 \cdot 8} = y^{32}$$

EJERCICIOS resueltos

4. Calcula el valor de los siguientes productos y cocientes:

a) $(2 \cdot 5)^3$ b) $(10 \cdot 3)^4$ c) $\left(\frac{6}{3}\right)^5$ d) $\left(\frac{5}{2}\right)^2$

a) Nos interesa multiplicar primero: $(2 \cdot 5)^3 = 10^3 = 1000$

b) Calculamos cada potencia por separado:

$$(10 \cdot 3)^4 = 10^4 \cdot 3^4 = 10000 \cdot 81 = 810000$$

c) Primero dividimos: $\left(\frac{6}{3}\right)^5 = 2^5 = 32$

d) Calculamos las potencias y después dividimos: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} = 6,25$ (También puedes dejar el resultado expresado en forma de fracción.)

5. Expresa en forma de potencia el resultado:

a) $5^3 \cdot (5^2)^3$ b) $2^4 \cdot \frac{2^7}{2^2}$ c) $\left(\frac{2^9}{4}\right)^5$

a) $5^3 \cdot (5^2)^3 = 5^3 \cdot 5^6 = 5^9$

b) $2^4 \cdot \frac{2^7}{2^2} = 2^4 \cdot 2^5 = 2^9$

c) $\left(\frac{2^9}{4}\right)^5 = \left(\frac{2^9}{2^2}\right)^5 = (2^7)^5 = 2^{35}$

6. ¿Tiene sentido la potencia 2^{3^4} ? ¿Cómo debemos calcularla?

El problema al calcular la potencia es saber en qué orden debemos elevar. Por ello necesitamos paréntesis que nos aclaren este orden.

Podemos interpretarla como $(2^3)^4 = 2^{12}$

Pero también como $2^{(3^4)} = 2^{81}$, que no coincide con el resultado anterior.

3. Potencias de base 10. Notación científica

Potencias de base 10

Es muy sencillo calcular potencias cuya base es diez.

$$10^0 = 1, 10^1 = 10, 10^2 = 100, 10^3 = 1000\dots$$

La forma en que escribimos los números utiliza potencias de base 10. Por ello se denomina **numeración decimal**.

Cualquier número puede escribirse como una suma de naturales que multiplican a potencias de base 10, es lo que se conoce como **descomposición polinómica de un número**:

$$975 = 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Notación Científica

Para facilitar la lectura de cantidades muy grandes o muy pequeñas que aparecen con frecuencia en el trabajo científico se utiliza la **notación científica**.

Un número en notación científica consta de un número decimal, llamado **mantisa**, multiplicado por una **potencia de diez**.

La mantisa tendrá una única cifra delante de la coma decimal. Esta cifra no puede ser cero.

Por ejemplo, la masa de la tierra es:

$$m_{\text{tierra}} = 59740000000000000000000000 \text{ kg}$$

En notación científica será $5,974 \cdot 10^{24}$. Observa que si realizas la multiplicación se obtiene el resultado de arriba.

Otro ejemplo, la masa del electrón:

$$m_{\text{elec}} = 0,00000000000000000000000000911 \text{ g}$$

En notación científica es $9,11 \cdot 10^{-28}$.

Ejemplo:

$$5276 = 5 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0$$

El número tiene:

5 unidades de millar
2 centenas
7 decenas
6 unidades

Ejemplos:

$$243000 = 2,43 \cdot 10^5$$

$$5764000000000 = 5,764 \cdot 10^{12}$$

$$90000 = 9 \cdot 10^4$$

$$0,00000045 = 4,5 \cdot 10^{-7}$$

$$0,000003002 = 3,002 \cdot 10^{-6}$$

$$0,007 = 7 \cdot 10^{-3}$$

Notación científica: $a,bcd\dots \cdot 10^n$, siendo $a \neq 0$

EJERCICIOS resueltos

7. Obtén la descomposición polinómica de 18067.

$$18067 = 1 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$$

8. Halla la descomposición polinómica de un número que tiene 4 decenas, 5 unidades, 8 centenas y 7 unidades de millar.

Lo primero será ordenar convenientemente los datos

7 unidades de millar, 8 centenas, 4 decenas y 5 unidades, es decir:

$$7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

9. Expresa 4560000000 en notación científica.

$$4560000000 = 4,56 \cdot 10^9$$

10. Expresa 0,0000000000000243 en notación científica.

$$0,0000000000000243 = 2,43 \cdot 10^{-13}$$

11. ¿Qué número decimal se corresponde con $5,27 \cdot 10^8$?

$$5,27 \cdot 10^8 = 527000000$$

12. ¿Qué número decimal se corresponde con $1,327 \cdot 10^{-9}$?

$$1,327 \cdot 10^{-9} = 0,000000001327$$

13. El número $345,9 \cdot 10^{-12}$ no está escrito correctamente en notación científica. Escríbelo de forma correcta.

Lo que debes hacer es pasar 3,459 a notación científica, y después multiplicar por 10^{-12}

$$345,9 \cdot 10^{-12} = 3,459 \cdot 10^1 \cdot 10^{-12} = 3,459 \cdot 10^{1-12} = 3,459 \cdot 10^{-11}$$

4. Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas

Cuadrados perfectos

Un **cuadrado perfecto** es un número que es cuadrado de algún número entero. Como es lógico, la raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es siempre un número entero.

Por ejemplo cuadrados perfectos son:

0 porque $0 = 0^2$, 4 porque $4 = 2^2$, 9 porque $9 = 3^2$...

Para resolver una actividad de proporcionalidad compuesta se hace de forma ordenada con el procedimiento de reducción a la unidad.



Un cuadrado perfecto es el área de un cuadrado.

Raíces cuadradas

Veamos un ejemplo. Al escribir el número haz grupos de dos cifras, de derecha a izquierda: **75** y **9**.

$$\begin{array}{r} \sqrt{9 \ 75} \quad | \quad 3 \\ -9 \\ \hline 0 \ 75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{9 \ 75} \quad | \quad 31, \\ -9 \\ \hline 0 \ 75 \\ -61 \\ \hline 1400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{9 \ 75} \quad | \quad 31,2 \\ -9 \\ \hline 0 \ 75 \\ -61 \\ \hline 1400 \\ -1244 \\ \hline 156 \end{array}$$

Cálculo de la raíz:

Busca el número cuyo cuadrado más se acerca a **9**. Es **3**.

$3^2 = 9$, lo restamos de **9** y bajamos las dos cifras siguientes.

Bajo el 3 escribimos su doble, **6**

Busca el número **6x**, tal que **6x·x** sea el más cercano a **75** sin pasarse.

$62 \cdot 2 = 124$ se pasa, $61 \cdot 1 = 61$ sí sirve.

Restamos $75 - 61 = 14$. Ponemos **dos ceros** y una **coma en el radicando**.

Abajo escribimos el doble de 31, **62**

Busca **62x** tal que **62x·x** sea el más cercano a **1400** sin pasarse.

$622 \cdot 2 = 1244$ es el más cercano.

Por tanto $\sqrt{975} \approx 31,2$

Para hallar más decimales, escribe dos ceros tras el 156 y repite el proceso.

EJERCICIOS resueltos

12. Indica si los números 123, 169 y 258 son cuadrados perfectos.

123 no lo es, puesto que $11^2 = 121$, $12^2 = 144$

169 = 13^2 es un cuadrado perfecto. (Es el área de un cuadrado de 13 unidades de lado.)

258 no lo es, ya que $16^2 = 256$ y $17^2 = 289$

13. Con un decimal, calcula la raíz cuadrada de 83.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{83} & 9,1 \\ -81 & 181 \cdot 1 = 181 \\ \hline 200 & \\ -181 & \\ \hline 19 & \end{array}$$

$$\sqrt{83} = 9,1$$

para seguir se repite el proceso

9 es el número cuyo cuadrado más se acerca a 83 sin pasarse.

$$9 \cdot 9 = 81$$

Añade dos ceros para continuar con decimales.

$$2 \cdot 9 = 18$$

Busca el número **18 x** de forma que **18 x · x** sea el más cercano a **200** sin pasarse.

El número es **181** puesto que **181 · 1 = 181**

14. Calcula la raíz cuadrada de 798, con una cifra decimal.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{798} & 28,2 \\ -4 & 48 \cdot 8 = 384 \\ \hline 398 & 562 \cdot 2 = 1124 \\ -384 & \\ \hline 1400 & \\ -1124 & \\ \hline 276 & \end{array}$$

$$\sqrt{798} = 28,2$$

De derecha a izquierda, haz grupos de dos cifras: **98** y **7**.

2 es el número cuyo cuadrado más se acerca a **7** sin pasarse.

$$2 \cdot 2 = 4$$

Baja las dos cifras siguientes.

$$2 \cdot 2 = 4$$

Busca el número **4 x** tal que **4 x · x** sea el más cercano a **398** sin pasarse.

$$x \text{ es } 8 \text{ porque } 48 \cdot 8 = 384$$

$$2 \cdot 28 = 56$$

Pon la coma y dos ceros.

Busca **56 x** con **56 x · x** el más cercano a **1400** sin pasarse.

$$x \text{ es } 2 \text{ pues } 562 \cdot 2 = 1124$$



Para practicar

1. Escribe en forma de potencia:

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

b) $(-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5)$

c) $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$

d) $\frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2} \cdot \frac{-1}{2}$

2. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) -2^2

b) $(-2)^2$

c) -2^0

d) $(-2)^0$

3. Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) -3^3

b) $(-3)^3$

c) -3^2

d) $(-3)^2$

4. Ordena de menor a mayor, utilizando para ello el símbolo $<$.

$(-3)^2, (-3)^3, -3^2, 3^3, (-3)^0$

5. Ordena de mayor a menor, utilizando los símbolos $>$ e $=$ cuando según los necesites.

$(-2)^3, 2^3, -2^3, 2^0, -2^2, (-2)^0, -2^0$

6. ¿Son iguales las siguientes potencias?

a) 9^2 y 3^4

b) $(5^2)^2$ y 25^2

7. Escribe en forma de potencia de una potencia:

a) $7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2$

b) $(-2)^4 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^4$

8. Escribe en forma de potencia de una potencia:

a) $\left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$

b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$

9. Calcula el valor de las siguientes potencias de productos:

a) $(5 \cdot 3)^2$

b) $(-1 \cdot 3)^3$

c) $(-2 \cdot 5)^4$

d) $[(-2) \cdot (-3)]^2$

10. Calcula el valor de las siguientes potencias de cocientes:

a) $\left(\frac{7}{2}\right)^2$

b) $\left(\frac{-4}{2}\right)^3$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

d) $\left(\frac{-3}{2}\right)^2$

11. Calcula los siguientes productos. Expresa el resultado en forma de potencia:

a) $3^5 \cdot 3^2$

b) $(-7)^5 \cdot (-7)^6$

c) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2$

d) $x^4 \cdot x^{10}$

12. Escribe como una potencia de diez:

a) 1000000000

b) $1000 \cdot 10000$

c) $10 \cdot 100 \cdot 1000$

13. ¿Qué fracción elevada al cubo da $\frac{1}{27}$?

14. ¿Qué fracción elevada a la quinta potencia da como resultado $\frac{1}{32}$?

Potencias y raíces de números enteros

15. Calcula los siguientes cocientes. Expresa el resultado en forma de potencia:

a) $\frac{5^6}{5^2}$ b) $\frac{(-2)^{12}}{(-2)^5}$
c) $\frac{3^7}{3^7}$ d) $\frac{x^8}{x^2}$

16. Calcula. Expresa el resultado en forma de potencia:

a) $(3^5)^7$ b) $(x^4)^5$
c) $[(-2)^3]^4$ d) $(y^8)^8$

17. Calcula. Expresa el resultado en forma de potencia:

a) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^5$
b) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^4\right]^3$
c) $\left[\left(\frac{1}{x}\right)^7\right]^2$

18. Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números:

- a) 15978
b) 724
c) 4093
d) 99

19. Escribe la masa del protón en notación científica:

0,00000000000000000000000000016726 g

20. Escribe en notación científica la masa de la luna:

7349000000000000000000 kg

21. Escribe en notación científica el tamaño del virus que provoca la fiebre aftosa.

0,000000024 m

22. Escribe en notación científica el diámetro ecuatorial del planeta Júpiter.

142984000 m

23. ¿Qué número decimal es $4,88 \cdot 10^{-5}$?

24. ¿Qué número decimal es $5,06 \cdot 10^9$?

25. $78,17 \cdot 10^{12}$, aunque está bien escrito, no está bien expresado en notación científica. Escríbelo correctamente en notación científica.

26. $689,231 \cdot 10^{-21}$ no está bien expresado en notación científica, aunque es perfectamente válido. Escríbelo de forma correcta en notación científica.

27. Indica si los números siguientes son o no cuadrados perfectos.

- a) 51 b) 49
c) 1600 d) 120

28. Calcula las raíces cuadradas de los números siguientes, con una cifra decimal.

- a) 449 b) 97
c) 19 d) 605

29. Halla el área de un cuadrado cuyo lado mide 5 m (recuerda que el área de un cuadrado es su lado elevado a 2).

30. Halla el volumen de un cubo cuyo lado mide $\frac{1}{4}$ m (recuerda que el volumen del cubo es su lado elevado a 3).

Para saber más 

¿Cómo de grande es el buscador Google?

En muchas ocasiones habrás usado el buscador **Google**. ¿Conoces la historia de su nombre?

El matemático **Edward Kastner** le pidió a su sobrino de diez años, **Milton Sirotta**, inventar un nombre para un número muy grande:

$$10^{100}$$

Milton llamó a ese número, un 1 seguido de 100 ceros, un **Googol**. Si te parece que no es un número tan grande, piensa en lo siguiente:

Cuando en 1997 Sergey Brin y Larry Page compran un dominio para su nuevo buscador, adquieren por un error tipográfico google.com en vez de googol.com.

Un googol es enorme, pero mayor es 1 seguido de un googol de ceros, un **googol plex**.

$$1 \text{ googol plex} = 10^{\text{googol}} = 10^{(10^{100})}$$

Una hoja de papel suficientemente grande para escribir un googol plex no cabría dentro del universo



El lenguaje de los ordenadores



Los ordenadores usan cadenas de información formadas por ceros y unos.

Un sistema de numeración de este tipo se denomina **binario**, igual que el que usualmente utilizamos se llama **decimal**, por usar 10 símbolos (0 a 9).

La **descomposición polinómica** de un binario usa potencias de 2 en vez de 10.

Por ejemplo, el **binario 1101** es el **decimal 13**:

$$1101 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$$



Recuerda lo más importante

1. Potencias de un número entero.

Una potencia cuya base es un número entero y cuyo exponente es un número natural, es un **producto de factores iguales**.

Una potencia de un **número positivo** es **positiva**. El **opuesto de esa potencia** es **negativo**.

Si la **base es negativa** y el exponente **par o cero**, el valor de la potencia será **positivo**.

Si la **base es negativa** y el exponente es **impar**, la potencia será **negativa**.

Al elevar un entero positivo o negativo a cero, el resultado es 1.

3a. Potencias de base 10.

Cualquier número puede escribirse como una suma de naturales que multiplican a potencias de base 10, es lo que se conoce como **descomposición polinómica de un número**:

$$975 = 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

4a. Cuadrados perfectos.

Un **cuadrado perfecto** es un número que es cuadrado de algún número entero.

La raíz cuadrada de un cuadrado perfecto es siempre un número entero.

400 es cuadrado perfecto, pues $400 = 20^2$

Pero 28 no lo es, porque $5^2 = 25$ y $6^2 = 36$

2. Operaciones con potencias.

Potencia de un producto o cociente:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Operaciones con potencias de igual base:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Potencia de una potencia:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

3b. Notación científica.

Un número en notación científica consta de una **mantisa** multiplicada por una **potencia de diez**.

La mantisa tendrá una única cifra no nula delante de la coma decimal.

$$243000 = 2,43 \cdot 10^5$$

$$0,000003002 = 3,002 \cdot 10^{-6}$$

4b. Raíces cuadradas.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} \sqrt{96} \\ - 81 \\ \hline 1500 \\ - 1309 \\ \hline 191 \end{array}$$

$$9,7 \quad 9 \cdot 9 = 81$$

$$187 \quad 2 \cdot 9 = 18$$

9 es el número cuyo cuadrado más se acerca a 96

Añadimos dos ceros para continuar con decimales.

Buscamos el número **18b** de forma que **18b·b** sea el más cercano a **1500** sin pasarse.

El número es **187** puesto que **187 · 7 = 1309**

Autoevaluación



1. Calcula el valor de: a) $-1^4 \cdot (-1)^5$ b) $(-1)^0 \cdot (-1^8)$
2. Calcula el valor de: a) $(2 \cdot 8)^2$ b) $\left(\frac{15}{5}\right)^3$
3. ¿Es lo mismo $\frac{(2 \cdot 3)^2}{9}$ que $\frac{(2^2)^2}{4}$?
4. Calcula $3^2 \cdot \frac{(3^5)^2}{3^8}$.
5. Escribe la descomposición polinómica del número 8149.
6. ¿Cuántos de los números comprendidos entre 50 y 150 son cuadrados perfectos?
7. ¿Qué número decimal es $7,87 \cdot 10^{-3}$?
8. Escribe en notación científica el número 0,00000694.
9. El número $69,27 \cdot 10^{-5}$ no está correctamente escrito en notación científica. Escríbelo de forma correcta. Escribe también el número decimal a que corresponde.
10. Calcula $\sqrt{468}$ con una cifra decimal.

Potencias y raíces de números enteros

Soluciones de los ejercicios para practicar

1. a) 7^5 b) $(-5)^6$ c) $\left(\frac{1}{3}\right)^6$ d) $\left(\frac{-1}{2}\right)^4$
2. a) -4 b) 4 c) -1 d) 1
3. a) -27 b) -27 c) -9 d) 9
4. $(-3)^3 < -3^2 < (-3)^0 < (-3)^2 < 3^3$
5. $2^3 > 2^0 = (-2)^0 > -2^0 > -2^2 > -2^3 = (-2)^3$
6. a) sí b) sí
7. a) $(7^2)^5$ b) $[(-2)^4]^3$
8. a) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^5\right]^2$ b) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^4$
9. a) 225 b) -27 c) 10000 d) 36
10. a) 12,25 b) -8 c) 0,0625 d) 2,25
11. a) 3^7 b) $(-7)^{11}$ c) 2^8 d) x^{14}
12. a) 10^9 b) 10^7 c) 10^6
13. $\frac{1}{3}$
14. $\frac{1}{2}$
15. a) 5^4 b) $(-2)^7$ c) 3^0 d) x^6
16. a) 3^{35} b) x^{20} c) $(-2)^{12}$ d) y^{64}
17. a) $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$ c) $\left(\frac{1}{x}\right)^{14}$
18. a) $1 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0$
b) $7 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0$
c) $4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$
d) $9 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$
19. $1,6726 \cdot 10^{-24}$ g
20. $7,349 \cdot 10^{22}$ kg
21. $2,4 \cdot 10^{-8}$ m
22. $1,42984 \cdot 10^8$ m
23. 0,0000488
24. 5060000000
25. $7,817 \cdot 10^{13}$
26. $6,89231 \cdot 10^{-19}$
27. a) No b) Sí c) Sí d) No
28. a) 21,1 b) 9,8 c) 4,3 d) 24,5
29. 25 m²
30. $\frac{1}{64}$ m² = 0,015625 m²

Soluciones AUTOEVALUACIÓN

1. a) 1 b) -1
2. a) 256 b) -27
3. Sí, ambos valen 4
4. 81
5. $8 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0$
6. Hay 5: 64, 81, 100, 121 y 144
7. 0,00787
8. $6,94 \cdot 10^{-6}$
9. $6,927 \cdot 10^{-4} = 0,0006927$
10. 21,6

No olvides enviar las actividades al tutor ►