

EJERCICIOS PROPUESTOS

5.1 Copia y completa de modo que las expresiones sean igualdades numéricas.

a) $5 + \square - 2 = 13$

c) $2 \cdot \square = 32$

b) $4 \cdot 5 - \square = 17$

d) $4 + 6 \cdot \square = 18 + 10$

a) $5 + 10 - 2 = 13$

c) $2 \cdot 16 = 32$

b) $4 \cdot 5 - 3 = 17$

d) $4 + 6 \cdot 4 = 18 + 10$

5.2 Sustituye las letras por números de modo que se verifiquen las ecuaciones.

a) $2t - 8 = 0$

c) $x + y = 12$

b) $3x + 5 = 20$

d) $x^2 + 4 = 29$

a) $2 \cdot 4 - 8 = 0$

c) $10 + 2 = 12$

b) $3 \cdot 5 + 5 = 20$

d) $5^2 + 4 = 29$

5.3 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x + 5 = 6 - 1$

b) $10x = 27 + 3$

c) $4x - 4 = 0$

a) $x + 5 = 6 - 1$

$x = 0$ porque $0 + 5 = 6 - 1$

b) $10x = 27 + 3$

$x = 3$ porque $10 \cdot 3 = 27 + 3$

c) $4x - 4 = 0$

$x = 1$ porque $4 \cdot 1 - 4 = 0$

5.4 Averigua qué ecuaciones son equivalentes.

a) $4x = 4$

b) $6x - 2 = 10$

c) $4x + 6 = x + 9$

a) $4x = 4 \rightarrow x = 1$ porque $4 \cdot 1 = 4$

b) $6x - 2 = 10 \rightarrow x = 2$ porque $6 \cdot 2 - 2 = 10$

c) $4x + 6 = x + 9 \rightarrow x = 1$ porque $4 \cdot 1 + 6 = 1 + 9$

Las ecuaciones a y c son equivalentes.

5.5 Resuelve estas ecuaciones.

a) $14 + x + 10 = 5 + 30$

b) $18 + 2x - 8 = -25 + x$

c) $12 - x = 3 - 2x + 9$

a) $14 + x + 10 = 5 + 30$

Se opera: $24 + x = 35$

Se resta 24: $x = 35 - 24 = 11$

b) $18 + 2x - 8 = -25 + x$

Se opera: $10 + 2x = -25 + x$

Se resta 10: $2x = -35 + x$

Se resta x: $2x - x = -35 + x - x \rightarrow x = -35$

c) $12 - x = 3 - 2x + 9$

Se opera: $12 - x = -2x + 12$

Se suma 2x: $12 - x + 2x = -2x + 2x + 12 \rightarrow 12 + x = 12$

Se resta 12: $12 - 12 + x = 12 - 12 \rightarrow x = 0$

5.6 En cada ecuación, halla el valor de la incógnita.

a) $2x - 2 = 27$

c) $7x + 4 = 13 + 4x$

b) $\frac{5}{4}x + 2 = 18 + \frac{3}{4}x$

d) $\frac{1}{3}x - 4 = 2x + 6$

a) $2x - 2 = 27$

Se suma 2: $2x - 2 + 2 = 27 + 2 \rightarrow 2x = 29$

Se divide por 2: $\frac{2x}{2} = \frac{29}{2} \rightarrow x = \frac{29}{2}$

b) $\frac{5}{4}x + 2 = 18 + \frac{3}{4}x$

Se multiplica por 4: $4 \cdot \frac{5}{4}x + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 18 + 4 \cdot \frac{3}{4}x \rightarrow 5x + 8 = 72 + 3x$

Se resta 3x: $5x - 3x + 8 = 72 + 3x - 3x \rightarrow 2x + 8 = 72$

Se resta 8: $2x + 8 - 8 = 72 - 8 \rightarrow 2x = 64$

Se divide por 2: $\frac{2x}{2} = \frac{64}{2} \rightarrow x = 32$

c) $7x + 4 = 13 + 4x$

Se resta 4x: $7x - 4x + 4 = 13 + 4x - 4x \rightarrow 3x + 4 = 13$

Se resta 4: $3x + 4 - 4 = 13 - 4 \rightarrow 3x = 9$

Se divide por 3: $\frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow x = 3$

d) $\frac{1}{3}x - 4 = 2x + 6$

Se multiplica por 3: $3 \cdot \frac{1}{3}x - 3 \cdot 4 = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 6 \rightarrow x - 12 = 6x + 18$

Se resta x: $x - 12 - x = 6x - x + 18 \rightarrow -12 = 5x + 18$

Se resta 18: $-12 - 18 = 5x + 18 - 18 \rightarrow -30 = 5x$

Se divide por 5: $\frac{-30}{5} = \frac{5x}{5} \rightarrow -6 = x$

5.7 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x + 4 = (2x + 8) - (6 + x)$

c) $4(6 + 2x) + 5(2 - x) = -3(x + 6) - 8$

b) $x - 15 + (x + 4) = 3(2x - 1)$

d) $2(x - 3) - 7 = 3\left(\frac{1}{2} - 2x\right)$

a) $3x + 4 = (2x + 8) - (6 + x)$

$3x + 4 = 2x + 8 - 6 - x$

$3x - 2x + x = 8 - 6 - 4$

$2x = -2$

$x = -1$

b) $x - 15 + (x + 4) = 3(2x - 1)$

$x - 15 + x + 4 = 6x - 3$

$x + x - 6x = -3 + 15 - 4$

$-4x = 8$

$x = -2$

c) $4(6 + 2x) + 5(2 - x) = -3(x + 6) - 8$

$24 + 8x + 10 - 5x = -3x - 18 - 8$

$8x - 5x + 3x = -18 - 8 - 24 - 10$

$6x = -60$

$x = -10$

d) $2(x - 3) - 7 = 3\left(\frac{1}{2} - 2x\right)$

$2x - 6 - 7 = \frac{3}{2} - 6x$

$4x - 12 - 14 = 3 - 12x$

$4x + 12x = 3 + 12 + 14$

$16x = 29$

$x = \frac{29}{16}$

5.8 En cada ecuación, halla el valor de la incógnita en cada una de estas ecuaciones.

a) $\frac{3x - 18}{15} = 1 + 2x$

a) $\frac{3x - 18}{15} = 1 + 2x$
 $3x - 18 = 15 + 30x$
 $3x - 30x = 15 + 18$
 $-27x = 33$
 $x = -\frac{33}{27} = -\frac{11}{9}$

b) $\frac{6x - 2}{4} - \frac{3}{2} = \frac{x - 2}{4} - \frac{1}{4}$

b) $\frac{6x - 2}{4} - \frac{3}{2} = \frac{x - 2}{4} - \frac{1}{4}$
 $6x - 2 - 6 = x - 2 - 1$
 $6x - x = -2 - 1 + 2 + 6$
 $5x = 5$
 $x = 1$

5.9 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x^2 - 24 = 0$

b) $15x^2 = 375$

c) $1 - x^2 = 0$

a) $3x^2 - 24 = 0 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x = \sqrt{8} \pm 2,83$

b) $15x^2 = 375 \rightarrow x^2 = \frac{375}{15} \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm 5$

c) $1 - x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$

5.10 Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^2 - 7x = 0$

b) $x^2 = x$

c) $27x + 3x^2 = 0$

a) $x^2 - 7x = 0 \rightarrow x(x - 7) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = 7$

b) $x^2 = x \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x - 1) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = 1$

c) $27x + 3x^2 = 0 \rightarrow x(27 + 3x) = 0$
 $x = 0$
 $27 + 3x = 0 \rightarrow x = -9$

5.11 Halla la solución de estas ecuaciones.

a) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

b) $x^2 - 10x + 9 = 0$

c) $x^2 + x - 2 = 0$

a) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

$$x = \frac{-7 + \sqrt{81}}{8} = \frac{-7 + 9}{8} = \frac{1}{4}$$

$$x = \frac{-7 - \sqrt{81}}{8} = \frac{-7 - 9}{8} = -2$$

b) $x^2 - 10x + 9 = 0$

$$x = \frac{10 + \sqrt{64}}{2} = \frac{10 + 8}{2} = 9$$

$$x = \frac{10 - \sqrt{64}}{2} = \frac{10 - 8}{2} = 1$$

c) $x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$x = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

d) $x^2 + x = 6$

e) $4x^2 + 1 = -4x$

f) $3x^2 = 5x + 2$

d) $x^2 + x = 6 \rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-1 + 5}{2} = 2$$

$$x = \frac{-1 - 5}{2} = -3$$

e) $4x^2 + 1 = -4x \rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$$x = \frac{-4 + 0}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-4 - 0}{8} = -\frac{1}{2}$$

f) $3x^2 = 5x + 2 \rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$x = \frac{5 + \sqrt{49}}{6} = \frac{5 + 7}{6} = 2$$

$$x = \frac{5 - \sqrt{49}}{6} = \frac{5 - 7}{6} = -\frac{1}{3}$$

- 5.12 Los padres de Sonia tienen 38 y 40 años. Si a la edad de Sonia se restan 2 años, se obtiene la sexta parte de la suma de la edad de sus padres. Calcula la edad de Sonia.

Edad de Sonia: x

Ecuación: $x - 2 = \frac{1}{6} \cdot (38 + 40)$

Resolución: $x - 2 = \frac{1}{6} \cdot 78$

$$x - 2 = 13$$

$$x = 13 + 2 = 15$$

Sonia tiene 15 años.

- 5.13 El área de una lámina rectangular es de 54 centímetros cuadrados. El largo es $\frac{3}{2}$ del ancho. Calcula sus dimensiones.

Ancho de la lámina: x

Largo de la lámina: $\frac{3}{2}x$

Ecuación: $x \cdot \frac{3}{2}x = 54$

Resolución: $\frac{3}{2}x^2 = 54$

$$x^2 = \frac{2}{3} \cdot 54$$

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} = \pm 6$$

El ancho de la lámina mide 6 centímetros, y el largo, $\frac{3}{2} \cdot 6 = 9$ centímetros.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- 5.14 El reloj de la torre de una iglesia da las correspondientes campanadas para indicar cada hora del día. ¿Cuántas campanadas da entre la medianoche y el mediodía?

Medianoche: 12 campanadas.

1 a.m.: 1 campanada.

2 a.m.: 2 campanadas.

Así sucesivamente hasta las doce de la mañana. Por tanto, el número total de campanadas será:

$$12 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 90$$

El reloj da 90 campanadas.

- 5.15 Cuatro amigos han alquilado un coche en agencia que les cobra 35 euros por el alquiler y 0,30 euros por kilómetro recorrido.

a) ¿Cuál es el precio total que han de pagar si recorren un total de 320 kilómetros?

b) ¿Cuál es la fórmula que nos da el precio total a pagar en función de los kilómetros recorridos?

c) ¿Cuántos kilómetros recorrieron si el precio que pagaron fue de 101 euros?

a) El precio total será el del alquiler del coche más el coste correspondiente a los kilómetros que hagamos.

$$35 + 0,30 \cdot 320 = 35 + 96 = 131 \text{ €}$$

b) Definiendo x = kilómetros recorridos, y = precio total a pagar $y = 35 + 0,30 \cdot x$

c) Si el precio total es de 101 euros, sustituimos en la ecuación del apartado anterior.

$$101 = 35 + 0,30x$$

$$101 - 35 = 0,30x \quad x = \frac{66}{0,30} = 220 \text{ km}$$

Han recorrido 220 kilómetros.

CÁLCULO MENTAL

- 5.16 En cada caso, copia y completa con un signo igual (=) o distinto de (\neq).

a) $4 + 26 \square 29 + 1$

e) $12 - 2 \cdot 10 \square 100$

b) $5 - 7 \square 13 - 11$

f) $-2 \cdot 10 + 12 \square -8$

c) $-6 \square -4 + 2$

g) $3 \cdot (4 - 2) \square 3 \cdot 4 - 3 \cdot 2$

d) $2 \cdot 8 \square 2 \cdot 9 - 2$

a) $4 + 26 = 29 + 1$

e) $12 - 2 \cdot 10 \neq 100$

b) $5 - 7 \neq 13 - 11$

f) $-2 \cdot 10 + 12 = -8$

c) $-6 \neq -4 + 2$

g) $3 \cdot (4 - 2) = 3 \cdot 4 - 3 \cdot 2$

d) $2 \cdot 8 = 2 \cdot 9 - 2$

5.17 Copia y sustituye \square por el número que corresponda.

a) $(-4)^2 + 2 = \square$

b) $(-3)^3 = -25 + \square$

c) $\square = 1 + (-1)^2$

d) $(-2)^2 + 2^2 = \square$

e) $\square + 25 = 22$

f) $(-3)^2 + 1 = -9 + \square$

g) $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 = \square$

a) $(-4)^2 + 2 = 18$

b) $(-3)^3 = -25 + (-2)$

c) $2 = 1 + (-1)^2$

d) $(-2)^2 + 2^2 = 8$

e) $-3 + 25 = 22$

f) $(-3)^2 + 1 = -9 + 19$

g) $(-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 = 1$

5.18 Encuentra el valor o valores de las letras para que cada igualdad se convierta en una igualdad numérica.

a) $3 + x = 13$

b) $y - 4 = 6$

c) $a + 5 = -15$

d) $b - 1 = -2$

e) $12 - x = 2$

f) $6 + x = -3$

g) $2t = 8$

h) $-4y = 20$

i) $2c + 8 = 10$

j) $0,5 - 2p = 0$

k) $x^2 = 9$

l) $2x^2 - 8 = 0$

a) $x = 10$

b) $y = 10$

c) $a = -20$

d) $b = -1$

e) $x = 10$

f) $x = -9$

g) $t = 4$

h) $y = -5$

i) $c = 1$

j) $p = 0,25$

k) $x = 3 \quad x = -3$

l) $x = 2 \quad x = -2$

5.19 Resuelve estas ecuaciones.

a) $5 - t = 0$

c) $11 = 11 - c$

e) $15 - 2y = 5$

g) $-4p = 28$

i) $x^2 = 1$

b) $2 + q = 6$

d) $4 + 3b = 22$

f) $2y = -12$

h) $8 + 4x = -4$

j) $y^2 - 3 = 22$

a) $t = 5$

c) $c = 0$

e) $y = 5$

g) $p = -7$

i) $x = 1 \quad x = -1$

b) $q = 4$

d) $b = 6$

f) $y = -6$

h) $x = -3$

j) $y = 5 \quad y = -5$

5.20 Halla el valor o valores de la incógnita en las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x}{5} = \frac{2}{5}$

c) $-5 = \frac{-y}{4}$

e) $-81 + x^2 = 0$

g) $x(x - 2) = 0$

b) $\frac{4t}{5} = 8$

d) $z^2 = 1$

f) $4x^2 - 10 = 90$

h) $x(x + 11) = 0$

a) $x = 2$

c) $y = 20$

e) $x = 9 \quad x = -9$

g) $x = 0 \quad x = 2$

b) $t = 10$

d) $z = 1 \quad z = -1$

f) $x = 5 \quad x = -5$

h) $x = 0 \quad x = -11$

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Igualdades y ecuaciones

5.21 Comprueba si el valor asignado a x convierte la ecuación correspondiente en una igualdad numérica.

a) $x + 8 = 10 \quad x = -2$

b) $15 + x = 12 \quad x = -3$

c) $6x - 24 = 2x \quad x = 4$

d) $4(x - 5) = 20 \quad x = 20$

e) $\frac{4x + 60}{8} = -x \quad x = -5$

f) $\frac{3x}{2} - \frac{x}{5} = 13 \quad x = 10$

a) $-2 + 8 = 6 \neq 10$

No la convierte en una igualdad numérica.

b) $15 + (-3) = 12$

Sí la convierte en una igualdad numérica.

c) $6 \cdot 4 - 24 \neq 4 \cdot 2 \rightarrow 0 \neq 8$

No la convierte en una igualdad numérica.

d) $4 \cdot (15) = 60 \neq 20$

No la convierte en una igualdad numérica.

e) $\frac{4 \cdot (-5) + 60}{8} = -(-5) \rightarrow 5 = 5$ Sí la convierte en una igualdad numérica.

f) $\frac{3 \cdot 10}{2} - \frac{10}{2} = 10 \neq 13$ No la convierte en una igualdad numérica.

5.22 Comprueba si los valores de x verifican la ecuación correspondiente.

a) $6x^2 + 4 = 58$ $x = 0$ y $x = -3$

b) $5x^2 - 20x = 0$ $x = 0$ y $x = 5$

a) $6x^2 + 4 = 58$ $x = 0$ y $x = -3$

$6 \cdot 0^2 + 4 = 0 + 4 = 4 \neq 58 \rightarrow x = 0$ no verifica la ecuación.

$6 \cdot (-3)^2 + 4 = 58 \rightarrow x = -3$ verifica la ecuación.

b) $5x^2 - 20x = 0$ $x = 0$ y $x = 5$

$5x^2 - 20x = 0 \rightarrow x(5x - 20) = 0$

$0 \cdot (5 \cdot 0 - 20) = 0 \rightarrow x = 0$ verifica la ecuación.

$5 \cdot (5 \cdot 5 - 20) = 5 \cdot 5 = 25 \neq 0 \rightarrow x = 5$ no verifica la ecuación.

Soluciones de una ecuación

5.23 Halla la solución de cada ecuación.

a) $2x - 8 = 0$

b) $x + 2 = -1$

c) $x^2 = 100$

d) $x(x + 1) = 0$

a) $x = 4$

b) $x = -3$

c) $x = 10$ $x = -10$

d) $x = 0$ $x = -1$

Resolución de ecuaciones de primer grado

5.24 Aplica la regla de la suma o del producto para resolver las siguientes ecuaciones.

a) $5x + 5 = 35$

b) $2x + 1 = x + 5$

c) $x - 8 + 3 = 0$

a) $5x + 5 = 35$

$5x + 5 - 5 = 35 - 5 \rightarrow 5x = 30$

$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$

b) $2x + 1 = x + 5$

$2x - x + 1 = x - x + 5 \rightarrow x + 1 = 5$

$x + 1 - 1 = 5 - 1 \rightarrow x = 4$

c) $x - 8 + 3 = 0 \rightarrow x - 5 = 0$

$x - 5 + 5 = 0 + 5 \rightarrow x = 5$

d) $8 = \frac{4}{3}x$

e) $2 + 5x = x - 18$

f) $\frac{x}{4} - 6 = -2$

d) $8 = \frac{4}{3}x$

$3 \cdot 8 = 3 \cdot \frac{4}{3}x \rightarrow 24 = 4x$

$\frac{24}{4} = \frac{4x}{4} \rightarrow 6 = x$

e) $2 + 5x = x - 18$

$2 + 5x - x = x - x - 18 \rightarrow 2 + 4x = -18$

$2 - 2 + 4x = -18 - 2 \rightarrow 4x = -20$

$\frac{4x}{4} = \frac{-20}{4} \rightarrow x = -5$

f) $\frac{x}{4} - 6 = -2$

$\frac{x}{4} - 6 + 6 = -2 + 6 \rightarrow \frac{x}{4} = 4$

$4 \cdot \frac{x}{4} = 4 \cdot 4 \rightarrow x = 16$

5.25 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $5 - 2x = 11$

b) $1 = -\frac{x}{3}$

c) $4x - 16 = 8$

a) $5 - 2x = 11$

$-2x = 11 - 5$

$-2x = 6$

$x = -3$

b) $1 = -\frac{x}{3}$

$3 = -x$

$x = -3$

c) $4x - 16 = 8$

$4x = 8 + 16 = 24$

$x = 6$

d) $6 + x = 5x - 22$

e) $x - 30 = -28 - x$

f) $10 - 5 = 5x + 1$

d) $6 + x = 5x - 22$

$x - 5x = -22 - 6$

$4x = -28$

$x = -7$

e) $x - 30 = -28 - x$

$x + x = -28 + 30$

$2x = 2$

$x = 1$

f) $10 - 5 = 5x + 1$

$5 = 5x + 1$

$4 = 5x$

$x = \frac{4}{5}$

g) $3x - 36 = -\frac{2}{5}x$

h) $-\frac{x}{3} - x = -x - 21$

g) $3x - 36 = -\frac{2}{5}x$

$15x - 180 = -2x$

$15x + 2x = 180$

$17x = 180$

$x = \frac{180}{17}$

h) $-\frac{x}{3} - x = -x - 21$

$x - 3x = -3x - 63$

$-x = -63$

$x = 63$

5.26 Calcula la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $8 + x = 3(x - 8) + 2$

b) $-4x + 3 = -2x + 6(x - 4) - 2$

c) $3x + 4 + 6(x + 5) = 2(x + 3)$

a) $8 + x = 3(x - 8) + 2$

$$8 + x = 3x - 24 + 2$$

$$x - 3x = -24 + 2 - 8$$

$$-2x = -30$$

$$x = 15$$

b) $-4x + 3 = -2x + 6(x - 4) - 2$

$$-4x + 3 = -2x + 6x - 24 - 2$$

$$-4x + 2x - 6x = -24 - 2 - 3$$

$$-8x = -29$$

$$x = \frac{29}{8}$$

c) $3x + 4 + 6(x + 5) = 2(x + 3)$

$$3x + 4 + 6x + 30 = 2x + 6$$

$$3x + 6x - 2x = 6 - 4 - 30$$

$$7x = -28 \rightarrow x = -4$$

d) $5x + 2(x + 6) - 7x = 3x + 8$

$$5x + 2x + 12 - 7x = 3x + 8$$

$$5x + 2x - 7x - 3x = 8 - 12$$

$$-3x = -4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

e) $11(x - 2) = -3(x - 7) + 3(5x + 9)$

$$11x - 22 = -3x + 21 + 15x + 27$$

$$11x + 3x - 15x = 21 + 27 + 22$$

$$-x = 70$$

$$x = -70$$

5.27 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x + 6}{2} = x + 5$

b) $4 = -\frac{x}{(-5)}$

c) $x - 5 = \frac{4x - 12}{(-4)}$

a) $\frac{x + 6}{2} = x + 5$

$$x + 6 = 2x + 10$$

$$x - 2x = 10 - 6$$

$$-x = 4$$

$$x = -4$$

b) $4 = -\frac{x}{(-5)}$

$$-20 = -x$$

$$x = 20$$

c) $x - 5 = \frac{4x - 12}{(-4)}$

$$-4(x - 5) = 4x - 12$$

$$-4x + 20 = 4x - 12$$

$$-4x - 4x = -12 - 20$$

$$-8x = -32$$

$$x = 4$$

d) $\frac{4x}{3} - 21 = -24 + \frac{x}{2}$

e) $\frac{x + 1}{2} - 1 = \frac{x + 3}{4} - \frac{x + 4}{5}$

d) $\frac{4x}{3} - 21 = -24 + \frac{x}{2}$

$$\text{m.c.m.}(2, 3) = 6$$

$$2 \cdot 4x - 6 \cdot 21 = 6 \cdot (-24) + 3x$$

$$8x - 126 = -144 + 3x$$

$$8x - 3x = -144 + 126$$

$$5x = -18$$

$$x = -\frac{18}{5}$$

e) $\frac{x + 1}{2} - 1 = \frac{x + 3}{4} - \frac{x + 4}{5}$

$$\text{m.c.m.}(2, 4, 5) = 20$$

$$10(x + 1) - 20 = 5(x + 3) - 4(x + 4)$$

$$10x + 10 - 20 = 5x + 15 - 4x - 16$$

$$10x - 5x + 4x = 15 - 16 - 10 + 20$$

$$9x = 9$$

$$x = 1$$

5.28 Halla la solución de las siguientes ecuaciones.

$$a) 5 + \frac{2x + 4}{3} = -\frac{3x + 9}{4} + \frac{5x + 7}{2}$$

$$b) \frac{3x - 1}{15} + \frac{x - 4}{5} = \frac{x + 4}{3} - 2$$

$$a) 5 + \frac{2x + 4}{3} = -\frac{3x + 9}{4} + \frac{5x + 7}{2}$$

m.c.m.(2, 3, 4) = 12

$$12 \cdot 5 + 4(2x + 4) = -3(3x + 9) + 6(5x + 7)$$

$$60 + 8x + 16 = -9x - 27 + 30x + 42$$

$$8x + 9x - 30x = -27 + 42 - 60 - 16$$

$$-13x = -61$$

$$x = \frac{61}{13}$$

$$b) \frac{3x - 1}{15} + \frac{x - 4}{5} = \frac{x + 4}{3} - 2$$

m.c.m.(15, 5, 3) = 15

$$3x - 1 + 3(x - 4) = 5(x + 4) - 30$$

$$3x - 1 + 3x - 12 = 5x + 20 - 30$$

$$3x + 3x - 5x = 20 - 30 + 1 + 12$$

$$x = 3$$

$$c) \frac{x + 3}{8} + 1 - \frac{x - 3}{10} - \frac{x - 5}{4} = 0$$

m.c.m.(4, 8, 10) = 40

$$5(x + 3) + 40 - 4(x - 3) - 10(x - 5) = 0$$

$$5x + 15 + 40 - 4x + 12 - 10x + 50 = 0$$

$$5x - 4x - 10x = -15 - 40 - 12 - 50$$

$$-9x = -117$$

$$x = 13$$

$$d) \frac{5x + 2}{3} - \frac{3x + 19}{2} + \frac{1 - 3x}{2} - 5 + \frac{x + 1}{6} = x$$

m.c.m.(2, 3, 6) = 6

$$2(5x + 2) - 3(3x + 19) + 3(1 - 3x) - 30 + (x + 1) = 6x$$

$$10x + 4 - 9x - 57 + 3 - 9x - 30 + x + 1 = 6x$$

$$10x - 9x - 9x + x - 6x = -4 + 57 - 3 + 30 - 1$$

$$-13x = 79$$

$$x = -\frac{79}{13}$$

$$c) \frac{x + 3}{8} + 1 - \frac{x - 3}{10} - \frac{x - 5}{4} = 0$$

$$d) \frac{5x + 2}{3} - \frac{3x + 19}{2} + \frac{1 - 3x}{2} - 5 + \frac{x + 1}{6} = x$$

Ecuaciones de segundo grado

5.29 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 16 = 0$

b) $2x^2 = 98$

c) $-x^2 = 2 - 66$

d) $1 - x^2 = 0$

e) $4x^2 = 0$

a) $x^2 - 16 = 0 \rightarrow x = \pm 4$

b) $2x^2 = 98 \rightarrow x = \pm 7$

c) $-x^2 = 2 - 66 \rightarrow x = \pm 8$

d) $1 - x^2 = 0 \rightarrow x = \pm 1$

e) $4x^2 = 0 \rightarrow x = 0$

f) $-9 + 4x^2 = 0$

g) $-30 + x^2 = 6$

h) $1 - 4x^2 = 0$

i) $4x^2 + 1 = 5$

j) $\frac{1}{4}x^2 = 1$

f) $-9 + 4x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{3}{2}$

g) $-30 + x^2 = 6 \rightarrow x = \pm 6$

h) $1 - 4x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$

i) $4x^2 + 1 = 5 \rightarrow x = \pm 1$

j) $\frac{1}{4}x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 2$

5.30 Halla los valores de las incógnitas para que se verifiquen cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $x(x + 2) = 0$

b) $(2x - 4)x = 0$

c) $x\left(\frac{1}{4} - 2x\right) = 0$

d) $6x(3x + 9) = 0$

a) $x(x + 2) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = -2$

b) $(2x - 4)x = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = 2$

c) $x\left(\frac{1}{4} - 2x\right) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = \frac{1}{8}$

d) $6x(3x + 9) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = -3$

e) $(x - 7)(x - 2) = 0$

f) $(x + 1)(x - 1) = 0$

g) $2 \cdot (x + 3)x = 0$

h) $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (-3 - x) = 0$

e) $(x - 7)(x - 2) = 0 \rightarrow x = 7 \quad x = 2$

f) $(x + 1)(x - 1) = 0 \rightarrow x = -1 \quad x = 1$

g) $2 \cdot (x + 3)x = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = -3$

h) $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot (-3 - x) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \quad x = -3$

5.31 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 - 32 = 0$

b) $2x^2 - 32x = 0$

c) $x^2 = x$

d) $6x^2 = -12x$

e) $\frac{1}{4}x^2 = -x$

f) $\frac{1}{16}x^2 = \frac{1}{4}$

g) $x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 2$

h) $x^2 + x - 2 = 0$

i) $5x + x^2 = 6$

j) $2x^2 + x - 3 = 0$

k) $x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0$

l) $2x^2 = x + 1$

a) $2x^2 - 32 = 0 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} \rightarrow x^2 = \sqrt{16} \rightarrow x = 16 \rightarrow x = \pm 4$

b) $2x^2 - 32x = 0 \rightarrow x(2x - 32) = 0 \rightarrow x = 0 \quad (2x - 32) = 0 \rightarrow x = \frac{32}{2} \rightarrow x = 16$

c) $x^2 = x \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x - 1) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = 1$

d) $6x^2 = -12x \rightarrow 6x^2 + 12x = 0 \rightarrow x(6x + 12) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = -2$

e) $\frac{1}{4}x^2 = -x \rightarrow x^2 = -4x \rightarrow x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(x + 4) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = -4$

f) $\frac{1}{16}x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

g) $x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 2$
 $2x^2 + x + 4 = 4 \rightarrow 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = -\frac{1}{2}$

h) $x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

i) $5x + x^2 = 6 \rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0$

$$x = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 + 7}{2} = 1$$

$$x = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 - 7}{2} = -6$$

j) $2x^2 + x - 3 = 0$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 + 5}{4} = 1$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 - 5}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$$

k) $x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 + 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = -1$$

l) $2x^2 = x + 1$

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{9}}{4} = \frac{1 + 3}{4} = 1$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{1 - 3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

- 5.32 La abuela de David tiene 51 años. Esta edad es el doble de la edad de su nieto más 25 años. ¿Cuál es la edad de David?

Edad de David: x
 Ecuación: $2x + 25 = 51$
 Resolución: $2x = 51 - 25 = 26$

$$x = \frac{26}{2} = 13$$

David tiene 13 años.

- 5.33 El doble de un número y el triple del siguiente suman 33. ¿Cuál es el número?

Número: x
 Doble del número: $2x$
 Triple del siguiente: $3(x + 1)$
 Ecuación: $2x + 3(x + 1) = 33$
 Resolución: $2x + 3x + 3 = 33$
 $5x = 33 - 3 = 30$
 $x = 6$

El número es el 6.

- 5.34 Un poste mide 150 centímetros y está pintado de azul, rojo y amarillo. La parte pintada de azul es $\frac{2}{5}$ del poste, la parte pintada de rojo es $\frac{1}{2}$ de la pintada de azul, y lo que resta está pintado de amarillo. ¿Cuánto mide cada parte?

Longitud del poste: 150 cm
 Parte pintada de azul: $\frac{2}{5} \cdot 150 = 60$ cm
 Parte pintada de rojo: $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$ cm
 Parte pintada de amarillo: x
 Ecuación: $60 + 30 + x = 150$
 Resolución: $90 + x = 150$
 $x = 150 - 90 = 60$

La parte pintada de amarillo mide 60 centímetros.

La parte pintada de azul mide 60 centímetros.

La parte pintada de rojo mide 30 centímetros.

- 5.35 Para vallar un terreno rectangular se han necesitado 240 metros de valla. Si el ancho del campo es la tercera parte del largo, ¿cuánto miden el largo y el ancho?

Largo del campo: x cm
 Ancho del campo: $\frac{x}{3}$ cm
 Ecuación: $2x + 2 \cdot \frac{x}{3} = 240$
 Resolución: $x + \frac{x}{3} = 120 \rightarrow \frac{3x + x}{3} = 120 \rightarrow 4x = 360$
 $x = 90$

El largo mide 90 centímetros, y el ancho, $\frac{90}{3} = 30$ centímetros.

5.36 La suma de tres números naturales consecutivos es igual a 30. ¿Cuáles son dichos números?

Primer número (el menor): x
Segundo número: $x + 1$
Tercer número: $x + 2$
Ecuación: $x + (x + 1) + (x + 2) = 30$
Resolución: $x + x + 1 + x + 2 = 30$
 $3x + 3 = 30$
 $3x = 27$
 $x = 9$

El primer número es 9; el segundo, 10, y el tercero, 11.

5.37 En la primera quincena del mes, una tienda de cómics vende la mitad de los que tenía a la venta. En la segunda quincena vende la mitad de los que vendió en la primera. Le quedan sin vender 150 cómics. ¿Cuántos cómics tenía a la venta?

Número de cómics a la venta: x
Venta en la 1.^a quincena: $\frac{x}{2}$
Venta en la 2.^a quincena: $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{4}$
Quedan sin vender: 150 cómics
Ecuación: $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 150 = x$
Resolución: $\frac{2x + x + 600}{4} = x$
 $2x + x + 600 = 4x$
 $3x + 600 = 4x$
 $x = 600$

Tenía 600 cómics a la venta.

5.38 La revista del colegio propone a Nuria escribir un artículo sobre Ecología. Le dicen que dispone de 3 páginas con 3 columnas cada una. Nuria decide dedicar al reciclaje el doble de columnas que a la introducción, y a las energías renovables una columna más que a la introducción. ¿Cuántas columnas dedica a cada apartado?

Número de columnas para la introducción: x
Número de columnas para el reciclaje: $2x$
Número de columnas para energías renovables: $x + 1$
Ecuación: $x + 2x + (x + 1) = 9$
Resolución: $x + 2x + x + 1 = 9$
 $4x + 1 = 9$
 $4x = 8$
 $x = 2$

Dedica 2 columnas a la introducción, 4 al reciclaje y 3 a energías renovables.

5.39 Halla tres números impares consecutivos cuya suma valga 69.

Primer número: $2x + 1$
Siguiente número: $2x + 1 + 2 = 2x + 3$
Siguiente número: $2x + 3 + 2 = 2x + 5$
Ecuación: $(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 69$
Resolución: $2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 = 69$
 $6x + 9 = 69$
 $6x = 60$
 $x = 10$

Primer número: $2x + 1 = 20 + 1 = 21$

Siguiente número: $2x + 3 = 20 + 3 = 23$

Siguiente número: $2x + 5 = 20 + 5 = 25$

5.40 Al dividir un número aumentado en 16 por dicho número se obtiene 9 como cociente exacto. ¿Cuál es dicho número?

Número: x
Número aumentado en 16: $x + 16$
Dividido por dicho número: $\frac{x + 16}{x}$
Ecuación: $\frac{x + 16}{x} = 9$
Resolución: $x + 16 = 9x$
 $8x = 16$
 $x = 2$

El número que cumple estas condiciones es el 2.

5.41 Una de las condiciones que impone la legislación española para optar a la adopción de un niño o niña en Guinea es que el optante tenga al menos 25 años y que la diferencia de edad con el adoptado sea de, al menos 14 años. Si María tiene 32 años y Araba hace cinco años tenía un cuarto de la edad actual de María, ¿puede María optar a la adopción de Araba?

Edad actual de Araba: x
Edad de Araba hace 5 años: $x - 5$
Ecuación: $x - 5 = \frac{1}{4} \cdot 32$
Resolución: $x - 5 = 8 \rightarrow x = 13$

Edad actual de Araba: 13 años

Edad actual de María: 32 años

Diferencia de edades: 32 años - 13 años = 19 años

Como la edad de María es de más de 25 años ($32 > 25$) y la diferencia de edad con Araba es de más de 14 años ($19 > 14$), María puede optar a la opción de Araba.

5.42 Un viajero hace un trayecto en tres etapas. En la primera recorre un cuarto del trayecto; en la segunda, la mitad del trayecto que queda, y en la tercera, 50 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros tiene el trayecto?

Longitud del trayecto: x
Primera etapa: $\frac{1}{4}x$
Segunda etapa: $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}x\right)$
Tercera etapa: 50 km
Ecuación: $\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{4}x\right) + 50 = x$
Resolución: $x + 2\left(x - \frac{1}{4}x\right) + 200 = 4x$
 $x + 2x - \frac{1}{2}x + 200 = 4x$
 $2x + 4x - x + 400 = 8x$
 $5x + 400 = 8x$
 $3x = 400$
 $x = \frac{400}{3} = 133,33$

El trayecto tiene 133,33 kilómetros.

5.43 El médico recomienda a Marcos montar en bicicleta. Le sugiere que empiece con los kilómetros que pueda y que cada día aumente la distancia inicial en una cantidad de kilómetros igual al doble de días que haya montado, así hasta llegar a 16 kilómetros. Marcos hace 8 kilómetros el primer día. ¿Cuántos días pasan hasta que recorre lo recomendado por el médico?

Días que pasan para recorrer lo recomendado por el médico: x
El primer día recorre 8 kilómetros: 8
... Hasta llegar a los 16 kilómetros: 16
Ecuación: $8 + 2x = 16$
Resolución: $2x = 8$
 $x = 4$

Pasan 4 días para recorrer lo recomendado por el médico.

5.44 El suelo de una habitación es rectangular. Un lado del suelo es 2 metros mayor que el otro. La altura de la habitación mide 2,5 metros y el volumen es de 37,5 metros cúbicos.

Calcula los lados del suelo.

Un lado del suelo: x

El otro lado del suelo: $x + 2$

Altura de la habitación: 2,5

Ecuación: $x(x + 2) \cdot 2,5 = 37,5$

Resolución: $(x^2 + 2x) \cdot 2,5 = 37,5$ (dividiendo entre 2,5)

$$x^2 + 2x = 15$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 + 8}{2} = 3 \quad x = \frac{-2 - \sqrt{64}}{2} = \frac{-2 - 8}{2} = -5$$

De las dos soluciones, la positiva es la que tiene significado geométrico.

Un lado del suelo mide 3 metros, y el otro lado: $x + 2 = 3 + 2 = 5$ metros.

5.45 Queremos hacer un mosaico cuadrado con azulejos también cuadrados. Si ponemos x azulejos en cada lado del mosaico nos sobran 87 y si ponemos un azulejo más en cada lado nos faltan 40 azulejos para poder completar el mosaico.

¿Cuántos azulejos tenemos?

Si utilizamos x azulejos en cada lado, sobran 87 \rightarrow El número de azulejos para cubrir el mosaico: $x^2 + 87$

Si utilizamos $x + 1$ azulejos en cada lado, faltan 40 \rightarrow El número de azulejos para cubrir el mosaico: $(x + 1)^2 - 40$

Ecuación: $x^2 + 87 = (x + 1)^2 - 40$

Resolución: $x^2 + 87 = x^2 + 2x + 1 - 40$

$$87 = 2x - 39$$

$$2x = 87 + 39 = 126$$

$$x = 63$$

Hay $63^2 + 87 = 4056$ azulejos.

5.46 El volumen de una caja con forma de ortoedro es de 1500 decímetros cúbicos. El largo de la base es 5 decímetros mayor que el ancho. La profundidad de la caja mide 5 decímetros.

Calcula las dimensiones de la caja.

Ancho de la base: x dm

Largo de la base: $x + 5$ dm

Profundidad: 5 dm

Ecuación: $x(x + 5) \cdot 5 = 1500$

Resolución: $5x^2 + 25x = 1500$

$$5x^2 + 25x - 1500 = 0$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$x = \frac{-5 + \sqrt{1225}}{2} = \frac{-5 + 35}{2} = 15 \quad x = \frac{-5 - \sqrt{1225}}{2} = \frac{-5 - 35}{2} = -40$$

La solución que tiene significado geométrico es la positiva.

Las dimensiones de la caja son: 15 decímetros de ancho, $x + 5 = 15 + 5 = 20$ decímetros de largo y 5 decímetros de profundidad.

Igualdades y ecuaciones

5.47 Comprueba que el valor asignado a x es solución de la ecuación correspondiente.

- a) $22 = -2(6 - x)$ $x = 17$
 b) $x + 2 = \frac{x + 12}{4}$ $x = -2$
 c) $-2(x - 3) = x - (x - 4)$ $x = 1$
 d) $x^2 - 1 = 15$ $x = 4, x = -4$

a) $22 = -2 \cdot (6 - 17) = -2 \cdot (-11) = 22 \rightarrow$ Luego $x = 17$ es solución.

b) $-2 + 2 = \frac{-2 + 12}{4} \rightarrow 0 \neq \frac{5}{2} \rightarrow$ Luego $x = -2$ no es solución.

c) $-2 \cdot (1 - 3) = 1 - (1 - 4) \rightarrow 4 = 4 \rightarrow$ Luego $x = 1$ es solución.

d) $4^2 - 1 = 16 - 1 = 15 \rightarrow$ Luego $x = 4$ es solución.
 $(-4)^2 - 1 = 16 - 1 = 15 \rightarrow$ Luego $x = -4$ es solución.

Resolución de ecuaciones de primer grado

5.48 Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $6x - 1 = x + 3$
 b) $4(2x - 1) = 3$
 c) $2x + 1 = 3x + 4$
 d) $\frac{x + 2}{2} = -4$
 e) $4x - 2 = \frac{1}{3}x$

a) $6x - 1 = x + 3$
 $6x - x = 3 + 1$
 $5x = 4$
 $x = \frac{4}{5}$

c) $2x + 1 = 3x + 4$
 $-x = 4 - 1$
 $x = -3$

e) $4x - 2 = \frac{1}{3}x$
 $12x - 6 = x$
 $11x = 6$
 $x = \frac{6}{11}$

b) $4(2x - 1) = 3$
 $8x - 4 = 3$
 $x = \frac{7}{8}$

d) $\frac{x + 2}{2} = -4$
 $x + 2 = -8$
 $x = -10$

5.49 Para cada ecuación, halla el valor de la incógnita.

- a) $(x + 1)2 - 3(x - 4) = 5(x + 3)$
 b) $4x + 7 = 3(x + 2) + (x + 2)5$
 c) $5x = (2x - 5)7 + (3 - x) \cdot \frac{1}{2}$

a) $(x + 1)2 - 3(x - 4) = 5(x + 3)$
 $2x + 2 - 3x + 12 = 5x + 15$
 $2x - 3x - 5x = 15 - 2 - 12$
 $-6x = 1$
 $x = -\frac{1}{6}$

b) $4x + 7 = 3(x + 2) + (x + 2)5$
 $4x + 7 = 3x + 6 + 5x + 10$
 $4x - 3x - 5x = 6 + 10 - 7$
 $-4x = 9$
 $x = -\frac{9}{4}$

c) $5x = (2x - 5)7 + (3 - x) \cdot \frac{1}{2}$
 $5x = 14x - 35 + \frac{3}{2} - \frac{x}{2}$
 $10x = 28x - 70 + 3 - x$
 $10x - 28x + x = -70 + 3$
 $-17x = -67$
 $x = \frac{17}{67}$

5.50 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{2x + 1}{2} + \frac{7}{10} = \frac{3x - 16}{5}$ b) $-\frac{x - 5}{6} = \frac{x - 1}{9} - \frac{x - 3}{4}$ c) $\frac{3x - 4}{4} = \frac{2x + 3}{3} - \frac{x - 9}{3}$

a) $\frac{2x + 1}{2} + \frac{7}{10} = \frac{3x - 16}{5}$
 m.c.m.(2, 10, 5) = 10
 $5 \cdot (2x + 1) + 7 = 2 \cdot (3x - 16)$
 $10x + 5 + 7 = 6x - 32$
 $10x - 6x = -32 - 5 - 7$
 $4x = -44$
 $x = -11$

b) $-\frac{x - 5}{6} = \frac{x - 1}{9} - \frac{x - 3}{4}$
 m.c.m.(6, 9, 4) = 36
 $6 \cdot (x - 5) = 4 \cdot (x - 1) - 9 \cdot (x - 3)$
 $-6x + 30 = 4x - 4 - 9x + 27$
 $6x - 4x + 9x = -4 + 27 - 30$
 $-x = -7$
 $x = 7$

c) $\frac{3x - 4}{4} = \frac{2x + 3}{3} - \frac{x - 9}{3}$
 m.c.m.(4, 3, 3) = 12
 $3 \cdot (x - 4) = 4 \cdot (2x + 3) - 4 \cdot (x - 9)$
 $3x - 12 = 8x + 12 - 4x + 36$
 $3x - 8x + 4x = 12 + 36 + 12$
 $-x = 60$
 $x = -60$

5.51 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{5}{2}(x + 3) = 4(x - 2) - \frac{1}{4}$

a) $\frac{5}{2}(x + 3) = 4(x - 2) - \frac{1}{4}$
 m.c.m. (2, 4) = 4
 $10 \cdot (x + 3) = 16 \cdot (x - 2) - 1$
 $10x + 30 = 16x - 32 - 1$
 $10x - 16x = -32 - 1 - 30$
 $6x = -63$
 $x = -\frac{63}{6} = -\frac{21}{2}$

b) $3 + 2 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6} \cdot (x + 5)$

b) $3 + 2 \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6} \cdot (x + 5)$
 $3 + \frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{6}(x + 5)$
 m.c.m. (2, 3, 6) = 12
 $36 + 8x - 18 = 2 \cdot (x + 5)$
 $8x - 18 = 2x + 10$
 $8x - 2x = 10 - 36 + 18$
 $6x = -8$
 $x = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$

Resolución de ecuaciones de segundo grado

5.52 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x^2 - 27 = 0$

b) $x^2 - 49 = 0$

a) $3x^2 - 27 = 0$
 $x^2 = \frac{27}{3} \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3$

b) $x^2 - 49 = 0$
 $x^2 = 49 \rightarrow x = \sqrt{49} = \pm 7$

c) $2x^2 = 32$

d) $1 = 9x^2$

c) $2x^2 = 32$
 $x^2 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16} = \pm 4$

d) $1 = 9x^2$
 $x^2 = \frac{1}{9} \rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{9}} = \pm \frac{1}{3}$

5.53 Halla los valores de las incógnitas de las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 + x = 0$

b) $x + 7x^2 = 0$

a) $x^2 + x = 0$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -1$$

b) $x + 7x^2 = 0$

$$x(1 + 7x) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -\frac{1}{7}$$

c) $x^2 - (x - 1) = 1$

d) $-(x^2 - 3) = x + 3$

c) $x^2 - (x - 1) = 1$

$$x^2 - x + 1 = 1$$

$$x^2 - x = 0$$

$$x(x - 1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 1$$

d) $-(x^2 - 3) = x + 3$

$$-x^2 + 3 = x + 3$$

$$-x^2 - x = 0$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -1$$

5.54 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - x - 6 = 0$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

c) $3x - 10 = x^2$

a) $x^2 - x - 6 = 0$

$$x = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = \frac{1 + 5}{2} = 3$$

$$x = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = \frac{1 - 5}{2} = -2$$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

$$x = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

c) $3x - 10 = x^2$

$$x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$x = \frac{3 + \sqrt{-31}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$x = \frac{3 - \sqrt{-31}}{2} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

d) $1 = 6x^2 + x$

e) $-9 = 8x + x^2$

f) $-4x^2 = 7 - 7x$

d) $1 = 6x^2 + x$

$$6x^2 + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{25}}{12} = \frac{-1 + 5}{12} = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{25}}{12} = \frac{-1 - 5}{12} = -\frac{1}{2}$$

e) $-9 = 8x + x^2$

$$x^2 + 8x + 9 = 0$$

$$x = \frac{-8 + \sqrt{28}}{2} = \frac{-8 + 5,29}{2} = \frac{-2,71}{2} = -1,36$$

$$x = \frac{-8 - \sqrt{28}}{2} = \frac{-8 - 5,29}{2} = \frac{-13,29}{2} = -6,65$$

f) $-4x^2 = 7 - 7x$

$$-4x^2 + 7x - 7 = 0$$

$$4x^2 - 7x + 7 = 0$$

$$x = \frac{7 + \sqrt{-63}}{8} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

$$x = \frac{7 - \sqrt{-63}}{8} \rightarrow \text{No tiene solución.}$$

Resolución de problemas mediante ecuaciones

5.55 La edad de Ignacio es el doble de la de su hermana Sandra más 2 años. La suma de las edades de los dos es 17 años.

¿Cuántos años tiene cada uno?

Edad de Sandra: x

Edad de Ignacio: $2x + 2$

Ecuación: $x + 2x + 2 = 17$

Resolución: $3x = 15$

$x = 5$

Sandra tiene 5 años, e Ignacio, $2x + 2 = 2 \cdot 5 + 2 = 10 + 2 = 12$ años.

5.56 La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula los números.

Número: x
Número siguiente: $x + 1$
Número siguiente: $x + 1 + 1 = x + 2$
Ecuación: $x + (x + 1) + (x + 2) = 2(x + 2) + 1$
Resolución: $x + x + 1 + x + 2 = 2x + 4 + 1$
 $3x + 3 = 2x + 5$
 $x = 2$

Los números son 2, 3 y 4.

AMPLIACIÓN

5.57 Un acuario tiene doble capacidad que otro. Están llenos de agua, y si se sacan 30 litros de cada uno, en uno queda triple cantidad de agua que en el otro.

a) ¿Cuál es la capacidad de los acuarios?

b) ¿Cuál es la cantidad de agua que queda en cada recipiente?

a) Capacidad del acuario pequeño: x
Capacidad del acuario grande: $2x$
Litros de agua que quedan en el acuario pequeño: $x - 30$
Litros de agua que quedan en el acuario grande: $2x - 30$
Ecuación: $2x - 30 = 3 \cdot (x - 30)$
Resolución: $2x - 30 = 3x - 90$
 $2x - 3x = -90 + 30$
 $-x = -60$
 $x = 60$

La capacidad del acuario pequeño es de 60 litros, y la del grande, de 120 litros.

b) En el acuario pequeño quedan 30 litros, y en el grande, 90 litros.

5.58 La diferencia de dos números es 24, y su cociente exacto es 3. ¿Cuáles son los números?

Un número: x
El otro número: $x + 24$
Ecuación: $\frac{x + 24}{x} = 3$
Resolución: $x + 24 = 3x$
 $-2x = -24$
 $x = 12$

Los números son 12 y $12 + 24 = 36$.

5.59 El perímetro de la base de un depósito rectangular es de 10 metros. El ancho de la base es la cuarta parte del largo.

¿Cuánto tiene que medir la altura del depósito para que su capacidad sea de 8 metros cúbicos?

Primero se calculan las dimensiones de la base:

Largo de la base: x
Ancho de la base: $\frac{x}{4}$
Perímetro: 10 m
Resolución: $2x + \frac{x}{2} = 10$
 $4x + x = 20$
 $5x = 20$
 $x = 4$

Ecuación: $2x + 2 \cdot \frac{x}{4} = 10$

Largo del depósito: $x = 4$ metros y el ancho del depósito: $\frac{x}{4} = \frac{4}{4} = 1$ metro.

Altura del depósito: h

Área de la base: $4 \cdot 1 = 4 \text{ m}^2$

Volumen del depósito: 8 m^3

Ecuación: $8 = 4 \cdot h$

Resolución: $h = 2$

La altura del depósito tiene que medir 2 metros.

5.60 Un lado de un carnet de biblioteca mide 3 centímetros más que el otro, y la diagonal mide 6 centímetros más que el primer lado. Calcula el área del carnet.

Ancho: x

Largo: $x + 3$

Diagonal: $x + 6$

Ecuación: $x^2 + (x + 3)^2 = (x + 6)^2$

Resolución: $x^2 + x^2 + 6x + 9 = x^2 + 12x + 36$

$$x^2 + x^2 + 6x + 9 - x^2 - 12x - 36 = 0$$

$$x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$x = \frac{6 + \sqrt{144}}{2} = \frac{6 + 12}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

$$x = \frac{6 - \sqrt{144}}{2} = \frac{6 - 12}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

De las dos soluciones, la que tiene significado geométrico es la primera. Luego el ancho del carnet mide 9 centímetros, y el largo, $9 + 3 = 12$ centímetros.

Área del carnet: $9 \cdot 12 = 108 \text{ cm}^2$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

5.61 Votos

La siguiente tabla muestra los votos que han conseguido en unas elecciones los tres partidos que se han presentado en una circunscripción.



	A	B	C
	200 975	125 110	89 215

En la tabla falta por añadir el recuento de los votos por correo, que se sabe que han sido en total 37 450. Calcula cuántos de los votos por correo necesita el partido A para que pueda obtener la mayoría absoluta del total de votos emitidos; es decir, para obtener más del 50% de todos los votos.

El número total de votos son los que ha recibido el partido A, más los que ha recibido el partido B, más los que ha recibido el partido C, más los votos por correo.

$$\text{Número total de votos} = 200\,975 + 125\,110 + 89\,215 + 37\,450 = 452\,750$$

$$\text{El } 50\% \text{ del total de votos es } \frac{50}{100} \cdot 452\,750 = 226\,375.$$

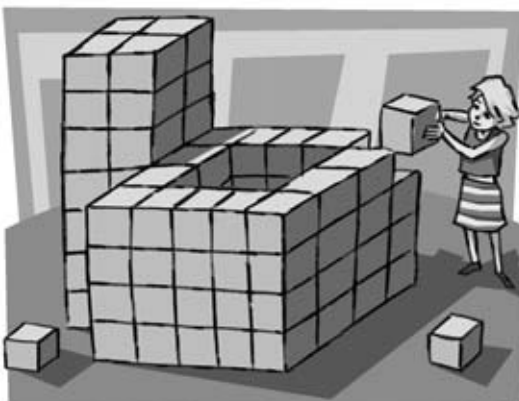
Para que el partido A alcance el 50% de los votos le faltan $226\,375 - 200\,975 = 25\,400$ de los votos emitidos por correo.

Como para obtener mayoría absoluta necesita más del 50%, el partido A necesita al menos 25 401 de los votos emitidos por correo.

5.62 Las dos torres

Con los bloques cúbicos de su juego de construcciones, Elena está formando dos torres como las de la figura.

Después de formar una estructura de 124 bloques, observa que el número de pisos de la torre más ancha es una unidad superior a la mitad del número de pisos de la torre más estrecha.



Calcula el número de pisos de cada torre.

El número de bloques por piso de la torre más estrecha es 4.

El número de bloques por piso de la torre más ancha es 14.

Pisos de la torre más estrecha: x

Bloques utilizados para la torre más estrecha: $4x$

Pisos de la torre más ancha: $\frac{x}{2} + 1$

Bloques utilizados para la torre más ancha: $14 \cdot \left(\frac{x}{2} + 1\right) = 7x + 14$

$$\text{Ecuación: } 4x + 7x + 14 = 124 \rightarrow \text{Resolución: } 11x = 110 \rightarrow x = \frac{110}{11} = 10$$

La torre estrecha tiene 10 pisos y la torre ancha 6 pisos.

AUTOEVALUACIÓN

5.A1 Averigua en cada caso si se verifica la ecuación para el valor asignado a x .

a) $2x - (3 - x) = 6 \quad x = 3$

b) $5 - 2 \cdot \frac{x - 5}{3} = 7 \quad x = 12$

a) $2 \cdot 3 - (3 - 3) = 6 - 0 = 6$ Sí se verifica.

b) $5 - 2 \cdot \frac{12 - 5}{3} = 5 - 2 \cdot \frac{7}{3} = 5 - \frac{14}{3} = \frac{15 - 14}{3} = \frac{1}{3} \neq 7$ No se verifica.

5.A2 Indica en cada caso si las ecuaciones son equivalentes.

a) $1 - x = x; \quad x + 1 = 1; \quad x = 1$

b) $\frac{x}{2} - 3 = 5; \quad x - 6 = 10; \quad x = 16$

a) $1 - x = x \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

$x + 1 = 1 \rightarrow x = 0$

$x = 1$

Las ecuaciones no son equivalentes porque tienen la misma solución.

b) $\frac{x}{2} - 3 = 5 \rightarrow x - 6 = 10 \rightarrow x = 16$

$x - 6 = 10 \rightarrow x = 16$

$x = 16$

Las ecuaciones son equivalentes porque tienen la misma solución.

5.A3 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $6 + 4x + 3 - 5x = 6x - 11 + 3x$

c) $\frac{5x}{2} - \frac{9}{2} = \frac{x}{4}$

b) $8(7 - x) + 23 = -3x + 34$

d) $2x - \frac{5x - 1}{6} - \frac{-3 - 3x}{2} = -1$

a) $6 + 4x + 3 - 5x = 6x - 11 + 3x$

$9 - x = 9x - 11$

$-9x - x = -11 - 9$

$-10x = -20$

$x = 2$

c) $\frac{5x}{2} - \frac{9}{2} = \frac{x}{4}$

$10x - 18 = x$

$9x = 18$

$x = 2$

b) $8(7 - x) + 23 = -3x + 34$

$56 - 8x + 23 = -3x + 34$

$-8x + 79 = -3x + 34$

$-5x = -45$

$x = 9$

d) $2x - \frac{5x - 1}{6} - \frac{-3 - 3x}{2} = -1$

$12x - (5x - 1) - 3(-3 - 3x) = -6$

$12x - 5x + 1 + 9 + 9x = -6$

$16x = -6 - 1 - 9$

$16x = -16$

$x = -1$

5.A4 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 = 6x$

b) $x^2 = 75 - 2x^2$

c) $4x^2 + x - 5 = 0$

d) $(x + 1)^2 = x + 3$

a) $2x^2 = 6x \rightarrow 2x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(2x - 6) = 0 \rightarrow x = 0 \quad x = 3$

b) $x^2 = 75 - 2x^2 \rightarrow x^2 + 2x^2 = 75 \rightarrow 3x^2 = 75 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \sqrt{25} = \pm 5$

c) $4x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{81}}{8} = \frac{-1 + 9}{8} = \frac{8}{8} = 1 \quad x = \frac{-1 - \sqrt{81}}{8} = \frac{-1 - 9}{8} = \frac{-10}{8} = -\frac{5}{4}$

d) $(x + 1)^2 = x + 3 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = x + 3 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$x = \frac{-1 + \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 + 3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

5.A5 Si a un número se le suma 1 y el resultado se multiplica por 3, da 57. ¿Cuál es dicho número?

Número: x

Resolución: $3x + 3 = 57$

Se le suma 1: $x + 1$

$3x = 54$

Se multiplica por 3: $3 \cdot (x + 1)$

$x = \frac{54}{3} = 18$

Ecuación: $3 \cdot (x + 1) = 57$

El número es el 18.

5.A6 Elena tiene 4 años más que su hermano Javier, y hace 6 años ella tenía el doble de edad que la que entonces tenía su hermano. Calcula cuántos años tiene actualmente cada uno.

Edad actual de Javier: x

Resolución: $x - 2 = 2x - 12$

Edad actual de Elena: $x + 4$

$x - 2x = -12 + 2$

Edad de Elena hace 6 años: $(x + 4) - 6 = x - 2$

$-x = -10$

Edad de Luis hace 6 años: $x - 6$

$x = 10$

Ecuación: $x - 2 = 2(x - 6)$

Javier tiene actualmente 10 años, y Elena, 14 años.

5.A7 Los tres lados de un triángulo son números consecutivos. El perímetro mide 63 centímetros. Calcula la longitud de cada lado.

Un lado: x
Otro lado: $x + 1$
Otro lado: $x + 2$
Ecuación: $x + (x + 1) + (x + 2) = 63$
Resolución: $x + (x + 1) + (x + 2) = 63$
 $3x + 3 = 63$
 $3x = 60$
 $x = 20$

Un lado mide 20 centímetros, otro 21 centímetros y otro 22 centímetros.

5.A8 En unas pruebas de atletismo juvenil participaron 15 atletas. A los 5 primeros en llegar a la meta se les premió con 10 puntos más que a los demás. En total se repartieron 200 puntos. ¿Cuántos recibió cada atleta?

Número de puntos que recibió cada atleta que llegó después de los cinco primeros: x
Número de puntos que recibió cada atleta que llegó entre los cinco primeros: $x + 10$
Número de puntos que recibieron los cinco primeros: $5(x + 10)$
Número de puntos que recibieron los demás atletas: $10x$
Ecuación: $5(x + 10) + 10x = 200$
Resolución: $5x + 50 + 10x = 200$
 $15x = 150 \rightarrow x = 10$

A cada uno de los atletas que llegaron después de los cinco primeros se le premió con $x = 10$ puntos.

A cada uno de los atletas que llegaron entre los cinco primeros se le premió con $x + 10 = 10 + 10 = 20$ puntos.

5.A9 Mientras 12 alumnos de una clase de Tecnología están en el taller, el resto, que son los $\frac{3}{5}$ del total, están en el aula. ¿Cuántos alumnos tiene esa clase?

Número de alumnos que tiene esa clase: x
Número de alumnos que están en el aula: $\frac{3}{5}x$
Ecuación: $x - \frac{3}{5}x = 12$
Resolución: $5x - 3x = 60$
 $2x = 60$
 $x = 30$

Esta clase tiene 30 alumnos.

MURAL DE MATEMÁTICAS

Jugando con las matemáticas

Para medir un lagarto

La cabeza de un lagarto mide 9 centímetros. La cola mide tanto como la cabeza más la mitad del cuerpo y el cuerpo mide la suma de las medidas de la cabeza y de la cola.

¿Cuántos centímetros mide el lagarto?

Cabeza: 9 cm

Cuerpo: x cm

Cola = cabeza + mitad de cuerpo: $9 + \frac{x}{2}$ cm

Cuerpo = cabeza + cola $\rightarrow x = 9 + 9 + \frac{x}{2} \rightarrow \frac{x}{2} = 18 \rightarrow x = 36$ cm

La cabeza mide 9 centímetros, el cuerpo 36 centímetros y la cola $9 + \frac{36}{2} = 27$ centímetros, por tanto el lagarto mide $9 + 36 + 27 = 72$ centímetros.