

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 90

Pág. 1

1 Elige la respuesta correcta en cada caso:

a) La razón de 5 y 15 es: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$

b) La razón de 24 y 36 es: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$

a) La razón de 5 y 15 es: $\frac{1}{3}$

b) La razón de 24 y 36 es: $\frac{2}{3}$

2 Escribe tres parejas de números cuya razón sea $\frac{2}{5}$.

Por ejemplo: 4 y 10; 12 y 30; 18 y 45.

3 Calcula el término desconocido en cada proporción:

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$

c) $\frac{x}{3} = \frac{35}{7}$

d) $\frac{15}{6} = \frac{x}{13}$

e) $\frac{14}{x} = \frac{21}{33}$

f) $\frac{91}{42} = \frac{x}{9}$

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 5 \cdot 3 = 15$

b) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x} \rightarrow 6 \cdot x = 9 \cdot 10 \rightarrow x = 15$

c) $\frac{x}{3} = \frac{35}{7} \rightarrow 7 \cdot x = 3 \cdot 35 \rightarrow x = 15$

d) $\frac{15}{6} = \frac{x}{13} \rightarrow 15 \cdot 13 = 6 \cdot x \rightarrow x = \frac{65}{2}$

e) $\frac{14}{x} = \frac{21}{33} \rightarrow 14 \cdot 33 = 21 \cdot x \rightarrow x = 22$

f) $\frac{91}{42} = \frac{x}{9} \rightarrow 91 \cdot 9 = 42 \cdot x \rightarrow x = \frac{39}{2}$

4 La razón de las edades de Rita y Manuel es $9/10$. Si Rita tiene 18 años, ¿cuántos tiene Manuel?

$$\frac{\text{Edad de Rita}}{\text{Edad de Manuel}} = \frac{9}{10} \rightarrow \text{Edad de Manuel} = \frac{18 \cdot 10}{9} = 20 \text{ años}$$

PÁGINA 91

1 Resuelve mentalmente.

a) Un grifo arroja 12 litros de agua en 3 minutos. ¿Cuántos litros arroja en 5 minutos?

b) Tres cajas de chinchetas pesan 150 gramos. ¿Cuánto pesan 10 cajas?

a) En 5 minutos arroja $\frac{12 \text{ l}}{3 \text{ min}} \cdot 5 \text{ min} = 20 \text{ l}$.

b) 10 cajas pesan $\frac{150 \text{ g}}{3 \text{ cajas}} \cdot 10 \text{ cajas} = 500 \text{ g}$.

2 ¿Cuánto pagaré por 300 gramos de un salmón ahumado que se vende a 16 € el kilo?

$$\frac{16 \text{ €}}{1000 \text{ g}} \cdot 300 \text{ g} = 4,80 \text{ €} \quad \text{o}$$

GRAMOS	100	300	1000
EUROS	16 : 10	(16 : 10) · 3	16

Pagaré 4,80 €.

3 Por dejar el coche en un aparcamiento durante 4 horas, ayer pagué 5 €. ¿Cuánto pagaré hoy por 7 horas?

HORAS	1	4	7
EUROS	5 : 4	5	(5 : 4) · 7

Pagaré $\frac{5 \text{ €}}{4 \text{ h}} \cdot 7 \text{ h} = 8,75 \text{ €}$.

PÁGINA 93

- 4** Una máquina embotelladora llena 750 botellas en un cuarto de hora. ¿Cuánto tardará en llenar 1 000 botellas?

$$\left. \begin{array}{l} 750 \text{ botellas} \rightarrow 1/4 \text{ h} = 15 \text{ min} \\ 1\,000 \text{ botellas} \rightarrow x \text{ min} \end{array} \right\} x = \frac{100 \cdot 15}{750} = 20 \text{ min. Tardará 20 minutos.}$$

- 5** En un taller de confección se han necesitado siete metros y medio de tela para confeccionar 6 camisas. ¿Cuántos metros de tela se necesitarán para cubrir un pedido de ochenta camisas?

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ camisas} \rightarrow 7,5 \text{ m} \\ 80 \text{ camisas} \rightarrow x \text{ m} \end{array} \right\} x = \frac{80 \cdot 7,5}{6} = 100 \text{ m. Se necesitarán 100 metros de tela.}$$

- 6** Un granjero ha gastado 260 € en 325 dosis de vacuna para su ganado. ¿Cuánto debe gastar aún si necesita adquirir 180 dosis más?

$$\left. \begin{array}{l} 325 \text{ dosis} \rightarrow 260 \text{ €} \\ 180 \text{ dosis} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{180 \cdot 260}{325} = 144 \text{ €. Gastará 144 €.}$$

- 7** En un colegio que tiene 480 alumnos, tres de cada diez han tenido gripe. ¿Cuántos alumnos han padecido esa enfermedad?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ alumnos} \rightarrow 3 \text{ enfermos} \\ 480 \text{ alumnos} \rightarrow x \text{ enfermos} \end{array} \right\} x = \frac{480 \cdot 3}{10} = 144 \text{ enfermos}$$

- 8** De la vendimia de las 10 primeras parras de una viña se han obtenido 125 kilos de uva. ¿Qué cosecha cabe esperar de toda la viña, que tiene 362 parras?

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ parras} \rightarrow 125 \text{ kilos de uva} \\ 362 \text{ parras} \rightarrow x \text{ kilos} \end{array} \right\} x = \frac{362 \cdot 125}{10} = 4\,525 \text{ kilos}$$

Cabe esperar una cosecha de 4 525 kilos de uva.

- 9** ¿Cuánto costará un trozo de queso de 465 gramos si el queso se vende a 13,5 euros el kilo? (Redondea el resultado a los céntimos).

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ kilo} = 1\,000 \text{ g} \rightarrow 13,5 \text{ €} \\ 465 \text{ g} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{465 \cdot 13,5}{1\,000} = 6,2775 \text{ €} \rightarrow 6,28 \text{ € costará.}$$

- 10** Obtén la constante de proporcionalidad y los valores de x e y en esta tabla de proporcionalidad directa:

3	4	5	6
1,2	1,6	x	y

$$\text{Constante de proporcionalidad} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$\cdot 0,4$	3	4	5	6
	1,2	$4 \cdot 0,4 = 1,6$	$5 \cdot 0,4 = 2$	$6 \cdot 0,4 = 2,4$

4

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

11 Repite los problemas 5 y 7 usando la constante de proporcionalidad.

Pág. 2

PROBLEMA 5:

CAMISAS	6	80
TELA (m)	7,5	x

 \rightarrow Constante de proporcionalidad $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{Camisas} \\ \text{Tela (m)} \end{matrix}} \right\} = \frac{7,5}{6} = 1,25 \rightarrow$

$\rightarrow x = 80 \cdot 1,25 = 100$ metros de tela.

PROBLEMA 7:

ALUMNOS	10	480
ENFERMOS	3	x

 \rightarrow Constante de proporcionalidad $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{Alumnos} \\ \text{Enfermos} \end{matrix}} \right\} = \frac{3}{10} = 0,3 \rightarrow$

$\rightarrow x = 480 \cdot 0,3 = 144$ enfermos.

1 Completa en tu cuaderno estas tablas:

MAGNITUD A	1	2	3	4	5	6	10
MAGNITUD B	30	15	10	7,5	6	5	3

MAGNITUD H	1	2	3	4	6	8	12
MAGNITUD N	48	24	16	12	8	6	4

2 Construye tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad inversa:

MAGNITUD A	1	2	4	5
MAGNITUD B	40	20	10	8

Por ejemplo: $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$, $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$, $\frac{20}{4} = \frac{10}{2}$ o cualquiera que resulte de las relaciones:

$$40 \cdot 1 = 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8$$

3 Un coche, a 80 km/h, tarda 2 h en llegar a Barcelona. ¿Cuánto tardaría un camión, a 40 km/h? ¿Y un bólido, a 160 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coche: } 80 \text{ km/h} \rightarrow 2 \text{ h} \\ \text{Camión: } 40 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ h} \\ \text{Bólido: } 160 \text{ km/h} \rightarrow y \text{ h} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 80 \cdot 2 = 40 \cdot x \rightarrow x = 4 \text{ horas el camión.} \\ 80 \cdot 2 = 160 \cdot y \rightarrow y = 1 \text{ hora el bólido.} \end{array}$$

4 Tres operarios limpian un parque en 7 horas. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 7 operarios?

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ operarios} \rightarrow 7 \text{ h} \\ 7 \text{ operarios} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow 3 \cdot 7 = 7 \cdot x \rightarrow x = \frac{3 \cdot 7}{7} = 3 \text{ h. Tardarán 3 horas.}$$

5 Un conducto de agua, con un caudal de 3 litros por segundo, tarda 20 minutos en llenar un depósito.

a) ¿Cuánto tardaría con un caudal de 2 litros por segundo?

b) ¿Y si fuera de 10 litros por segundo?

a) 30 minutos

b) 6 minutos

$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ l/s} \rightarrow 20 \text{ min} \\ 2 \text{ l/s} \rightarrow x \text{ min} \\ 10 \text{ l/s} \rightarrow y \text{ min} \end{array} \right\} \text{ Proporcionalidad inversa} \rightarrow 3 \cdot 20 = 2 \cdot x = 10 \cdot y \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{3 \cdot 20}{2} = 30 \text{ min}; y = \frac{3 \cdot 20}{10} = 6 \text{ min}$$

4 Soluciones a las actividades de cada epígrafe

6 Un tractor ara un campo en 15 horas.

- a) ¿Cuánto tardarían dos tractores?
- b) ¿Y tres tractores?
- c) ¿Y cuatro tractores?

a) 7,5 horas

b) 5 horas

c) 3,75 horas

TRACTORES	1	2	3	4
HORAS	15	7,5	5	3,75

→ Proporcionalidad inversa:
 $1 \cdot 15 = 2 \cdot 7,5 = 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3,75$

7 Cuatro trabajadores descargan un camión en 3 horas.

- a) ¿Cuánto tardarían 8 trabajadores?
- b) ¿Y 5 trabajadores?

a) 1,5 horas

b) 2,4 horas (2 h y 24 minutos)

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ trabajadores} \rightarrow 3 \text{ h} \\ 8 \text{ trabajadores} \rightarrow x \text{ h} \\ 5 \text{ trabajadores} \rightarrow y \text{ h} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow 4 \cdot 3 = 8 \cdot x = 5 \cdot y \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{4 \cdot 3}{8} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ h}; \quad y = \frac{4 \cdot 3}{5} = 2,4 \text{ h} = 2 \text{ h y } 24 \text{ min}$$

PÁGINA 97

- 1** Una cuadrilla de albañiles, trabajando 10 horas al día, han construido 600 m² de pared en 18 días. ¿Cuántos metros cuadrados construirán en 15 días, trabajando 8 horas diarias?

<u>h/día</u>		<u>días</u>		<u>m²</u>		
10	→	18	→	600	}	→
8	→	15	→	x		

$\rightarrow \frac{10}{8} \cdot \frac{18}{15} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 15 \cdot 600}{10 \cdot 18} = 400 \text{ m}^2$

Construirán 400 m².

- 2** Un granjero ha necesitado 294 kilos de pienso para alimentar a 15 vacas durante 7 días. ¿Durante cuántos días podría alimentar a 10 vacas si dispusiese de 840 kilos de pienso?

<u>Pienso (kg)</u>		<u>vacas</u>		<u>días</u>		
294	→	15	→	7	}	→
840	→	10	→	x		

$\rightarrow \frac{294}{840} \cdot \frac{10}{15} = \frac{7}{x} \rightarrow x = \frac{840 \cdot 15 \cdot 7}{294 \cdot 10} = 30 \text{ días}$

Durante 30 días.

- 3** Una excavadora, trabajando 10 horas al día, abre una zanja de 1 000 metros en 8 días. ¿Cuánto tardaría en abrir una zanja de 600 m, trabajando 12 horas al día?

<u>metros</u>		<u>h/día</u>		<u>días</u>		
1 000	→	10	→	8	}	→
600	→	12	→	x		

$\rightarrow \frac{1 000}{600} \cdot \frac{12}{10} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 10 \cdot 8}{1 000 \cdot 12} = 4 \text{ días}$

Tardaría 4 días.

- 4** Si se abren tres bocas de riego con un caudal de 1,5 litros por segundo cada una, un aljibe se vacía en 8 horas. ¿Durante cuánto tiempo daría servicio el aljibe si se abrieran cuatro bocas de riego con un caudal de 0,9 litros por segundo cada una?

<u>Bocas</u>		<u>Caudal (l/s)</u>		<u>horas</u>		
3	→	1,5	→	8	}	→
4	→	0,9	→	x		

$\rightarrow \frac{4}{3} \cdot \frac{0,9}{1,5} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{3 \cdot 1,5 \cdot 8}{4 \cdot 0,9} = 10 \text{ horas}$

Durante 10 horas.

PÁGINA 99

1 Calcula mentalmente.

- | | | |
|---------------|---------------|---------------|
| a) 20% de 200 | b) 15% de 200 | c) 10% de 200 |
| d) 8% de 200 | e) 60% de 50 | f) 30% de 50 |
| g) 12% de 50 | h) 8% de 50 | i) 2% de 50 |
| a) 40 | b) 30 | c) 20 |
| d) 16 | e) 30 | f) 15 |
| g) 6 | h) 4 | i) 1 |

2 Calcula mentalmente.

- | | | |
|---------------|---------------|--------------|
| a) 50% de 46 | b) 50% de 120 | c) 25% de 40 |
| d) 75% de 40 | e) 25% de 24 | f) 75% de 24 |
| g) 10% de 460 | h) 5% de 460 | i) 10% de 70 |
| a) 23 | b) 60 | c) 10 |
| d) 30 | e) 6 | f) 18 |
| g) 46 | h) 23 | i) 7 |

3 Calcula.

- | | | |
|---------------|----------------|---------------|
| a) 12% de 750 | b) 35% de 240 | c) 85% de 360 |
| d) 14% de 650 | e) 2,5% de 20 | f) 95% de 20 |
| g) 150% de 40 | h) 115% de 200 | i) 200% de 10 |
| a) 90 | b) 84 | c) 306 |
| d) 91 | e) 0,5 | f) 19 |
| g) 60 | h) 230 | i) 20 |

4 Copia y completa en tu cuaderno, asociando cada porcentaje con un número decimal:

PORCENTAJE	35%	24%	52%	8%	3%	95%	120%	150%
EXPRESIÓN DECIMAL	0,35	0,24	0,52	0,08	0,03	0,95	1,20	1,50

5 El 62% de los cargos directivos de una empresa metalúrgica son varones. ¿Qué porcentaje son mujeres?

El 38% son mujeres.

6 Unos grandes almacenes anuncian rebajas del 15%. Al comprar un producto rebajado, ¿qué porcentaje se paga?

Se paga el 85% del precio.

- 7** Una biblioteca pública adquiere 260 nuevos libros de los que el 25% son novelas. ¿Cuántas novelas se han adquirido?

$$25\% \text{ de } 260 = \frac{1}{4} \text{ de } 260 = \frac{260}{4} = 65.$$

Se han adquirido 65 novelas.

- 8** En una aldea de 875 habitantes solo queda un 12% de jóvenes. ¿Cuántos jóvenes viven en la aldea?

$$12\% \text{ de } 875 = \frac{12 \cdot 875}{100} = 105.$$

Viven 105 jóvenes.

- 9** En clase somos treinta, y el 90% hemos aprobado el examen de Matemáticas. ¿Cuántos hemos aprobado?

$$90\% \text{ de } 30 = \frac{90 \cdot 30}{100} = 27.$$

Hemos aprobado 27.

- 10** En un país de quince millones de habitantes, el 8% son inmigrantes extranjeros. ¿Cuántos inmigrantes alberga?

$$8\% \text{ de } 15 \text{ millones} = \frac{8 \cdot 15}{100} = 1,2 \text{ millones.}$$

Alberga 1,2 millones de inmigrantes.

- 11** Un avión transporta 425 viajeros. El 52% son europeos; el 28%, americanos; el 12%, africanos, y el resto, asiáticos. ¿Cuál es el porcentaje de asiáticos? ¿Cuántos asiáticos viajan en el avión?

$$100 - 52 - 28 - 12 = 8 \rightarrow 8\% \text{ asiáticos}$$

$$8\% \text{ de } 425 = \frac{8 \cdot 425}{100} = 34$$

El 8% de los viajeros son asiáticos. Viajan 34 asiáticos.

PÁGINA 103

1 Calcula x como en el ejemplo.

• 12% de $x = 42 \rightarrow x \cdot 0,12 = 42 \rightarrow x = 42 : 0,12 = 350$

a) 50% de $x = 20$ b) 25% de $x = 15$ c) 12% de $x = 27$ d) 30% de $x = 255$

e) 16% de $x = 20$ f) 84% de $x = 504$ g) 25% de $x = 42,5$ h) 13% de $x = 7,54$

a) 50% de $x = 20 \rightarrow x \cdot 0,5 = 20 \rightarrow x = 20 : 0,5 = 40$

b) 25% de $x = 15 \rightarrow x \cdot 0,25 = 15 \rightarrow x = 15 : 0,25 = 60$

c) 12% de $x = 27 \rightarrow x \cdot 0,12 = 27 \rightarrow x = 27 : 0,12 = 225$

d) 30% de $x = 255 \rightarrow x \cdot 0,3 = 255 \rightarrow x = 255 : 0,3 = 850$

e) 16% de $x = 20 \rightarrow x \cdot 0,16 = 20 \rightarrow x = 20 : 0,16 = 125$

f) 84% de $x = 504 \rightarrow x \cdot 0,84 = 504 \rightarrow x = 504 : 0,84 = 600$

g) 25% de $x = 42,5 \rightarrow x \cdot 0,25 = 42,5 \rightarrow x = 42,5 : 0,25 = 170$

h) 13% de $x = 7,54 \rightarrow x \cdot 0,13 = 7,54 \rightarrow x = 7,54 : 0,13 = 58$

2 Calcula, mentalmente, el valor de x .

a) 50% de $x = 80$ b) 25% de $x = 6$ c) 10% de $x = 40$ d) 75% de $x = 15$

e) 5% de $x = 2$ f) 20% de $x = 6$ g) $x\%$ de $15 = 30$ h) $x\%$ de $40 = 10$

i) $x\%$ de $8 = 80$ j) $x\%$ de $80 = 20$

a) $x = 160$ b) $x = 24$ c) $x = 400$ d) $x = 20$ e) $x = 40$

f) $x = 30$ g) $x = 200$ h) $x = 25$ i) $x = 1\ 000$ j) $x = 25$

■ Cada problema con sus inversos

3 Resuelve cada apartado:

a) En un rebaño de 175 ovejas, el 8% son negras. ¿Cuántas ovejas negras tiene el rebaño?

b) En un rebaño hay 14 ovejas negras, lo que supone el 8% del total. ¿Cuántas ovejas tiene en total el rebaño?

c) En un rebaño que tiene 175 ovejas, 14 son negras. ¿Cuál es el porcentaje de negras?

a) 8% de 175 = $\frac{8 \cdot 175}{100} = 14$. Tiene 14 ovejas negras.

b) 8% de $x = 14 \rightarrow x \cdot 0,08 = 14 \rightarrow x = 14 : 0,08 = 175$. Tiene un total de 175 ovejas.

c) $\left. \begin{array}{l} 175 \text{ ovejas} \rightarrow 14 \text{ negras} \\ 100 \text{ ovejas} \rightarrow x \text{ negras} \end{array} \right\} \frac{175}{100} = \frac{14}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 14}{175} = 8$.

Hay un 8% de ovejas negras.

4 Resuelve.

- a) Alberto ha comprado un abrigo que costaba 148 €, pero le han hecho una rebaja del 25%. ¿Cuánto ha pagado por el abrigo?
- b) Alberto ha pagado 111 € por un abrigo rebajado un 25%. ¿Cuánto costaba sin rebaja?
- c) Alberto ha pagado 111 € por un abrigo que costaba 148 €. ¿Qué porcentaje de descuento ha conseguido?

a) 75% de 148 = $\frac{75 \cdot 148}{100} = 111$. Ha pagado 111 €.

b)

Precio inicial		Precio final	}	$x = \frac{100 \cdot 111}{75} = 148$ o 75% de $x = 111 \rightarrow$
100	→	75		
x	→	111		

$\rightarrow x = 111 : 0,75 = 148$. Costaba 148 €.

c)

Precio inicial		Precio final	}	$x = \frac{100 \cdot 111}{148} = 75 \rightarrow$ descuento = 25%
145	→	111		
100	→	x		

5 Resuelve estos problemas:

- a) En un supermercado se vendieron, el mes pasado, 2 500 botes de refresco. ¿Cuántos botes se han vendido este mes, si las ventas han crecido un 12%?
- b) En un supermercado se han vendido este mes 2 800 botes de refresco, lo que significa un 12% más que el mes pasado. ¿Cuántos botes se vendieron el mes pasado?
- c) En un supermercado se han vendido este mes 2 800 botes de refresco, y el mes pasado, 2 500 botes. ¿En qué porcentaje han crecido las ventas?

a) 12% de 2 500 = 300 \rightarrow vendidos, $2\,500 + 300 = 2\,800$
o 112% de 2 500 = 2 800

Este mes se han vendido 2 800 botes.

b) 112% de $x = 2\,800 \rightarrow x \cdot 1,12 = 2\,800 \rightarrow x = 2\,800 : 1,12 = 2\,500$

Se vendieron 2 500 botes el mes pasado.

c)

Mes pasado		Este mes	}	$x = \frac{100 \cdot 2\,800}{2\,500} = 112 \rightarrow$ aumento del 12%
2 500 botes	→	2 800 botes		
100 botes	→	x		

Problemas para calcular la cantidad inicial

- 6** Hoy han faltado al ensayo de la banda 6 músicos, lo que supone un 20% del total. ¿Cuántos músicos componen la banda?

20% de $x = 6 \rightarrow 0,20 \cdot x = 6 \rightarrow x = 6 : 0,20 = 30$ músicos

- 7** A Marta le han subido el sueldo un 10% y ahora gana 1 760 € al mes. ¿Cuál era su sueldo antes de la subida?

$$110\% \text{ de } x = 1760 \rightarrow 1,10 \cdot x = 1760 \rightarrow x = 1760 : 1,10 = 1600 \text{ €}$$

Su sueldo era de 1 600 €.

- 8** Una falda, rebajada un 15%, ha costado 36,55 €. ¿Cuánto costaba sin rebaja?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Rebaja 15\%} \rightarrow \text{Pago 85\%} \\ 85\% \text{ de } x = 36,55 \rightarrow x = 36,55 : 0,85 = 43 \text{ €} \end{array} \right\} \text{ Costaba 43 € sin rebajar.}$$

- 9** En cierta ciudad, el número de usuarios de internet ha llegado a 21 000, lo que supone un aumento de un 20% respecto del año anterior. ¿Cuántos usuarios de internet había hace un año?

$$120\% \text{ de } x = 21\,000 \rightarrow 1,20 \cdot x = 21\,000 \rightarrow x = 21\,000 : 1,2 = 17\,500 \text{ usuarios}$$

■ Problemas para calcular el tanto por ciento

- 10** Adriano tenía ahorrados 200 € y ha gastado 50 € en un reproductor MP3. ¿Qué tanto por ciento de sus ahorros ha gastado?

<u>AHORRADO (€)</u>	→	<u>GASTADO (€)</u>
200	→	50
100	→	x

$$\left. \begin{array}{l} 200 \rightarrow 50 \\ 100 \rightarrow x \end{array} \right\} \frac{200}{100} = \frac{50}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 50}{200} = 25 \text{ de cada 100}$$

Ha gastado el 25% de los ahorros.

- 11** De las 24 solicitudes de trabajo que ha recibido una empresa, ha aceptado 21. ¿Qué porcentaje ha sido rechazado?

<u>SOLICITUDES</u>	→	<u>ACEPTADAS</u>	→	<u>RECHAZADAS</u>
24	→	21	→	$24 - 21 = 3$
100	→		→	x

$$\left. \begin{array}{l} 24 \rightarrow 21 \\ 100 \rightarrow x \end{array} \right\} \frac{24}{100} = \frac{3}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{100 \cdot 3}{24} = 12,5 \text{ de cada 100. El 12,5\% de las solicitudes han sido rechazadas.}$$

- 12** Una vivienda que costó 280 000 € hace tres años se ha vendido ahora por 350 000 €. ¿Qué tanto por ciento ha subido en este periodo?

<u>HACE 3 AÑOS (€)</u>	→	<u>AHORA (€)</u>
280 000	→	350 000
100	→	x

$$\left. \begin{array}{l} 280\,000 \rightarrow 350\,000 \\ 100 \rightarrow x \end{array} \right\} \frac{280\,000}{100} = \frac{350\,000}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{350\,000 \cdot 100}{280\,000} = 125 \rightarrow 100 \text{ € se han convertido en 125 €}$$

Ha subido un 25%.

PÁGINA 104

1 Un banco ofrece un beneficio del 5% anual.

a) ¿Qué beneficio producen 100 euros en 4 años?

b) ¿Qué beneficio producen 600 euros en 1 año?

c) ¿Qué beneficio producen 600 euros en 4 años?

$$a) I = \frac{100 \cdot 5 \cdot 4}{100} = 20 \text{ €}$$

$$b) I = \frac{600 \cdot 5 \cdot 1}{100} = 30 \text{ €}$$

$$c) I = \frac{600 \cdot 5 \cdot 4}{100} = 120 \text{ €}$$

2 Calcula el interés producido por 8 000 euros colocados al 5% durante 3 años.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{8\,000 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 1\,200$$

El interés producido es de 1 200 €.

3 ¿Qué interés debo pagar por un préstamo de 3 000 euros al 8% que devuelvo al cabo de 2 años?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3\,000 \cdot 8 \cdot 2}{100} = 480$$

Debo pagar 480 €.

Razones y proporciones

1 ▽▽▽ Escribe:

- a) Tres pares de números cuya razón sea $2/3$.
 b) Tres parejas de números que estén en relación de cinco a uno.
 c) Tres parejas de números que estén en razón de tres a cuatro.
- a) Por ejemplo: 4 y 6; 10 y 15; 18 y 27.
 b) Por ejemplo: 15 y 3; 20 y 4; 35 y 7.
 c) Por ejemplo: 15 y 20; 21 y 28; 33 y 44.

2 ▽▽▽ Calcula x en las siguientes proporciones:

- a) $\frac{6}{9} = \frac{10}{x}$ b) $\frac{6}{4} = \frac{x}{6}$ c) $\frac{8}{x} = \frac{12}{15}$ d) $\frac{x}{21} = \frac{4}{28}$
 e) $\frac{x}{39} = \frac{30}{65}$ f) $\frac{14}{x} = \frac{49}{42}$ g) $\frac{15}{24} = \frac{55}{x}$ h) $\frac{42}{54} = \frac{x}{63}$
 i) $\frac{16}{x} = \frac{32}{16}$ j) $\frac{x}{45} = \frac{55}{75}$ k) $\frac{9}{4} \cdot \frac{8}{5} = \frac{54}{x}$ l) $\frac{4}{20} \cdot \frac{15}{36} = \frac{7}{x}$
- a) $x = 15$ b) $x = 9$ c) $x = 10$ d) $x = 3$ e) $x = 18$ f) $x = 12$
 g) $x = 88$ h) $x = 49$ i) $x = 8$ j) $x = 33$ k) $x = 15$ l) $x = 84$

Relaciones de proporcionalidad

3 ▽▽▽ Indica, entre los siguientes pares de magnitudes, los que guardan relación de proporcionalidad directa, los que guardan relación de proporcionalidad inversa y los que no guardan relación de proporcionalidad:

- a) El número de kilos vendidos y el dinero recaudado.
 b) El número de operarios que hacen un trabajo y el tiempo invertido.
 c) La edad de una persona y su altura.
 d) La velocidad de un vehículo y la distancia que ha recorrido en media hora.
 e) El tiempo que permanece abierto un grifo y la cantidad de agua que arroja.
 f) El caudal de un grifo y el tiempo que tarda en llenar un depósito.
 g) El número de páginas de un libro y su precio.
- a) Proporcionalidad directa. b) Proporcionalidad inversa.
 c) Sin relación de proporcionalidad. d) Proporcionalidad directa.
 e) Proporcionalidad directa. f) Proporcionalidad inversa.
 g) Sin relación de proporcionalidad.

4 ▽▽▽ Completa en tu cuaderno estas tablas de proporcionalidad directa:

a)

1	2	3	7	12
5	10	15	35	60

b)

1	2	3	4	10
2,5	5	7,5	10	25

Soluciones a “Ejercicios y problemas”

5 ▼▼▼ Completa en tu cuaderno estas tablas de proporcionalidad inversa:

a)

1	2	4	5	10
20	10	5	4	2

b)

1	2	3	4	6
36	18	12	9	6

6 ▼▼▼ Escribe tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad directa:

MAGNITUD A	2	3	5	6
MAGNITUD B	10	15	25	30

Por ejemplo: $\frac{10}{2} = \frac{15}{3}$, $\frac{5}{3} = \frac{25}{15}$, $\frac{30}{6} = \frac{25}{5}$

7 ▼▼▼ Escribe tres proporciones diferentes con los valores de esta tabla de proporcionalidad inversa:

MAGNITUD A	2	3	4	6
MAGNITUD B	36	24	18	12

Por ejemplo: $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$, $\frac{3}{18} = \frac{4}{24}$, $\frac{18}{12} = \frac{6}{4}$

■ Problemas de proporcionalidad directa e inversa

8 ▼▼▼ Calcula mentalmente y contesta.

- a) Un tren recorre 240 km en 3 horas. ¿Qué distancia recorre en 2 horas?
 b) Dos kilos de manzanas cuestan 1,80 €. ¿Cuánto cuestan tres kilos?
 c) Cuatro obreros hacen un trabajo en 3 horas. ¿Cuánto tardarían seis obreros?
 d) Cinco entradas para un concierto han costado 40 euros. ¿Cuánto cuestan cuatro entradas?
 e) Un ciclista, a 20 km/h, recorre cierta distancia en 3 horas. ¿Cuánto tardará una moto a 60 km/h?
- a) Recorre 160 km. b) Cuestan 2,70 €. c) Tardarían 2 horas.
 d) Cuestan 32 €. e) Tardará 1 hora.

9 ▼▼▼ Dos kilos y medio de patatas cuestan 1,75 €. ¿Cuánto cuestan tres kilos y medio?

$$\left. \begin{array}{l} 2,5 \text{ kg} \rightarrow 1,75 \text{ €} \\ 3,5 \text{ kg} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{3,5 \cdot 1,75}{2,5} = 2,45 \text{ €}. \text{ Cuestan } 2,45 \text{ €}.$$

10 ▼▼▼ Cuatro operarios tardan 10 horas en limpiar un solar. ¿Cuánto tardarían 5 operarios?

$$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ operarios} \rightarrow 10 \text{ h} \\ 5 \text{ operarios} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{P. inversa} \rightarrow \frac{4}{5} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 10}{5} = 8 \text{ h}. \text{ Tardarán } 8 \text{ horas}.$$

11 ▼▼▼ Una cuadrilla de soladores, trabajando 8 horas diarias, renuevan la acera de una calle en 15 días. ¿Cuánto tardarían trabajando 10 horas diarias?

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ h/día} \rightarrow 15 \text{ días} \\ 10 \text{ h/día} \rightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \text{P. inversa} \rightarrow \frac{8}{10} = \frac{x}{15} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 15}{10} = 12 \text{ días}. \text{ Tardarán } 12 \text{ días}.$$

- 12** ▼▼▼ Un paquete de 500 folios pesa 1,8 kg. ¿Cuánto pesará una pila de 850 folios?

$$\left. \begin{array}{l} 500 \text{ folios} \rightarrow 1,8 \text{ kg} \\ 850 \text{ folios} \rightarrow x \text{ kg} \end{array} \right\} x = \frac{850 \cdot 1,8}{500} = 3,06 \text{ kg. Pesará } 3,06 \text{ kg.}$$

- 13** ▼▼▼ El dueño de un supermercado abona una factura de 720 euros por un pedido de 15 cajas de aceite. ¿A cuánto ascenderá la factura por otro pedido de 12 cajas?

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ cajas} \rightarrow 720 \text{ €} \\ 12 \text{ cajas} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{12 \cdot 720}{15} = 576 \text{ €. La factura será de } 576 \text{ €.}$$

- 14** ▼▼▼ Una piscina tiene tres desagües iguales. Si se abren dos, la piscina se vacía en 45 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse si se abren los tres?

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ desagües} \rightarrow 45 \text{ min} \\ 3 \text{ desagües} \rightarrow x \text{ min} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{x}{45} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 45}{3} = 30 \text{ min}$$

Tardará 30 minutos en vaciarse.

- 15** ▼▼▼ Una máquina embotelladora llena 750 botellas en un cuarto de hora. ¿Cuántas botellas llena en hora y media?

$$\left. \begin{array}{l} 15 \text{ min} \rightarrow 750 \text{ botellas} \\ 1,5 \text{ h} = 90 \text{ min} \rightarrow x \text{ botellas} \end{array} \right\} x = \frac{90 \cdot 750}{15} = 4500 \text{ botellas. Llena } 4500 \text{ botellas.}$$

- 16** ▼▼▼ Un tractor, trabajando 8 horas diarias, labra un campo en 9 días. ¿Cuánto tardaría en hacer el mismo trabajo, si las jornadas fueran de 12 horas diarias?

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ h/día} \rightarrow 9 \text{ días} \\ 12 \text{ h/día} \rightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \text{ Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{x}{9} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 9}{12} = 6 \text{ días}$$

- 17** ▼▼▼ Un tractor, trabajando 8 horas al día, labra un campo en 9 días. ¿Cuántas horas diarias debe trabajar para realizar el trabajo en solo 6 días?

$$\left. \begin{array}{l} 8 \text{ h/día} \rightarrow 9 \text{ días} \\ x \text{ h/día} \rightarrow 6 \text{ días} \end{array} \right\} \text{ Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{8}{x} = \frac{6}{9} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 9}{6} = 12 \text{ h/día}$$

Debe trabajar 12 horas al día.

- 18** ▼▼▼ Un ganadero tiene forraje para alimentar a sus 65 vacas durante 32 días. ¿Cuánto le durarán las provisiones si compra 15 vacas más?

$$\left. \begin{array}{l} 65 \text{ vacas} \rightarrow 32 \text{ días} \\ 65 + 15 = 80 \text{ vacas} \rightarrow x \text{ días} \end{array} \right\} \text{ Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{65}{80} = \frac{x}{32} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{65 \cdot 32}{80} = 26 \text{ días. Durarán } 26 \text{ días.}$$

- 19** ▼▼▼ Una merluza de dos kilos y trescientos gramos ha costado 28,75 €. ¿Cuánto pagaré por otra más pequeña de kilo y medio?

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ kg y } 300 \text{ g} = 2300 \text{ g} \rightarrow 28,75 \text{ €} \\ 1,5 = 1500 \text{ g} \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{1500 \cdot 28,75}{2300} = 18,75 \text{ €}. \text{ Pagaré } 18,75 \text{ €}.$$

- 20** ▼▼▼ Un ciclista ha recorrido 6,3 km en 18 minutos. Expresa su velocidad media en kilómetros por hora.

$$\left. \begin{array}{l} 18 \text{ min} \rightarrow 6,3 \text{ km} \\ 1 \text{ h} = 60 \text{ min} \rightarrow x \text{ km} \end{array} \right\} x = \frac{60 \cdot 6,3}{18} = 21 \text{ km en } 1 \text{ h} \rightarrow v_m = 21 \text{ km/h}$$

- 21** ▼▼▼ Un tren de mercancías, a una velocidad media de 72 km/h, realiza el trayecto entre la ciudad A y la ciudad B en 7 horas. ¿Cuál debería ser la velocidad media para hacer el mismo viaje en solo 6 horas?

$$\left. \begin{array}{l} 72 \text{ km/h} \rightarrow 7 \text{ h} \\ x \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \end{array} \right\} \text{ Prop. inversa} \rightarrow \frac{72}{x} = \frac{6}{7} \rightarrow x = \frac{72 \cdot 7}{6} = 84 \text{ km/h}$$

La velocidad media debe ser de 84 km/h.

- 22** ▼▼▼ Dos poblaciones separadas 5 cm en un mapa están a 35 km de distancia en la realidad. ¿Cuál es la distancia real entre dos poblaciones que en el mapa distan 13 cm?

MAPA	REALIDAD
5 cm	35 km
13 cm	x km

$$\left. \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \right\} x = \frac{13 \cdot 35}{5} = 91 \text{ km}. \text{ La distancia real es de } 91 \text{ km}.$$

- 23** ▼▼▼ A 90 km/h, se tardan 20 minutos en ir de la población A a la población B. ¿Cuánto tardaría un camión, a 60 km/h? ¿Y una furgoneta, a 80 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Coche } 90 \text{ km/h} \rightarrow 20 \text{ min} \\ \text{Camión } 60 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ min} \\ \text{Furgoneta } 80 \text{ km/h} \rightarrow y \text{ min} \end{array} \right\} \text{ Proporcionalidad inversa} \rightarrow$$

$$\rightarrow 90 \cdot 20 = 60 \cdot x = 80 \cdot y \rightarrow x = \frac{90 \cdot 20}{60} = 30 \text{ min}; y = \frac{90 \cdot 20}{80} = 22,5 \text{ min}$$

- 24** ▼▼▼ Resuelto en el libro del alumno.

- 25** ▼▼▼ Un ciclista ha recorrido 25 kilómetros en hora y cuarto. A esa velocidad, ¿cuánto tardaría en recorrer una etapa de 64 kilómetros?

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ km} \rightarrow 1,25 \text{ h} \\ 64 \text{ km} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} x = \frac{64 \cdot 1,25}{25} = \frac{80}{25} \text{ h}$$

80 h	25
5	3 h 12 min
× 60	
300 min	

Tardaría 3 horas y 12 minutos.

- 26** ▼▼▼ Un tren, a 90 km/h, cubre un recorrido en 6 horas. ¿Cuánto tardaría a 100 km/h?

$$\left. \begin{array}{l} 90 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \\ 100 \text{ km/h} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{90}{100} = \frac{x}{6} \rightarrow x = \frac{90 \cdot 6}{100} = \frac{54}{10} \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} 54 \text{ h} \\ 4 \\ \hline \times 60 \\ \hline 240 \text{ min} \end{array} \quad \begin{array}{r} | 10 \\ \hline 5 \text{ h } 24 \text{ min} \end{array}$$

Tardaría 5 horas y 24 minutos.

- 27** ▼▼▼ Un manantial que aporta un caudal de 3,5 litros por minuto llena un depósito en una hora y media. ¿Cuánto tardaría si el caudal aumentara a 4,5 litros por minuto?

$$\left. \begin{array}{l} 3,5 \text{ l/min} \rightarrow 1,5 \text{ h} \\ 4,5 \text{ l/min} \rightarrow x \text{ h} \end{array} \right\} \text{Proporcionalidad inversa} \rightarrow \frac{3,5}{4,5} = \frac{x}{1,5} \rightarrow x = \frac{5,25}{4,5} = \frac{525}{450} \text{ h}$$

$$\begin{array}{r} 525 \text{ h} \\ 75 \\ \hline \times 60 \\ \hline 4500 \text{ min} \end{array} \quad \begin{array}{r} | 10 \\ \hline 1 \text{ h } 10 \text{ min} \end{array}$$

Tardaría 1 hora y 10 minutos.

- 28** ▼▼▼ Una empresa de confección, para cumplir con un pedido que ha de entregar en 12 días, debe fabricar 2 000 prendas cada día. Si por una avería en las máquinas se retrasa el inicio del trabajo en dos días, ¿cuántas prendas diarias debe fabricar para cumplir a tiempo con el pedido?

$$\left. \begin{array}{l} 2\,000 \text{ prendas/día} \rightarrow 12 \text{ días} \\ x \text{ prendas/día} \rightarrow 10 \text{ días} \end{array} \right\} \text{P. inversa} \rightarrow \frac{2\,000}{x} = \frac{10}{12} \rightarrow x = 2\,400 \text{ prendas/día}$$

■ Problemas de proporcionalidad compuesta

29 ▼▼▼ Cincuenta terneros consumen 4 200 kilos de alfalfa a la semana.

- ¿Cuál es el consumo de alfalfa por ternero y día?
- ¿Cuántos kilos de alfalfa se necesitan para alimentar a 20 terneros durante 15 días?
- ¿Durante cuántos días podemos alimentar a 10 terneros si disponemos de 600 kilos de alfalfa?

TERNEROS	DÍAS	PIENSO (kg)
50	7	4 200
1	1	x
20	15	y
10	z	600

$$a) \frac{50}{1} \cdot \frac{7}{1} = \frac{4\,200}{x} \rightarrow x = \frac{4\,200}{50 \cdot 7} = 12 \text{ kg}$$

$$b) \frac{50}{20} \cdot \frac{7}{15} = \frac{4\,200}{y} \rightarrow y = \frac{4\,200 \cdot 20 \cdot 15}{50 \cdot 7} = 3\,600 \text{ kg}$$

$$c) \frac{50}{10} \cdot \frac{7}{z} = \frac{4\,200}{600} \rightarrow z = \frac{50 \cdot 7 \cdot 600}{10 \cdot 4\,200} = 5 \text{ días}$$

30 ▼▼▼ En un taller de confección, con 6 máquinas tejedoras, se han fabricado 600 chaquetas en 10 días.

- ¿Cuántas prendas se fabricarían con 5 máquinas en 15 días?
- ¿Cuántas máquinas habría que poner en producción para fabricar 750 prendas en 15 días?
- Si se trabajara solamente con 5 máquinas, ¿cuántos días se tardaría en fabricar 750 prendas?

MÁQUINAS	DÍAS	CHAQUETAS
6	10	600
5	15	x
y	15	750
5	z	750

$$a) \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{15} = \frac{600}{x} \rightarrow x = \frac{600 \cdot 5 \cdot 15}{6 \cdot 10} = 750 \text{ chaquetas}$$

$$b) \frac{6}{y} \cdot \frac{10}{15} = \frac{600}{750} \rightarrow y = \frac{6 \cdot 10 \cdot 750}{15 \cdot 600} = 5 \text{ máquinas}$$

$$c) \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{z} = \frac{600}{750} \rightarrow z = \frac{6 \cdot 10 \cdot 750}{5 \cdot 600} = 15 \text{ días}$$

31 ▼▼▼ Una alfombra sintética, de 1,80 m de largo por 90 cm de ancho, ha costado 72 €. ¿Cuánto costará otra alfombra de la misma calidad que tiene 3 m de largo y 1,20 m de ancho?

- 1.ª alfombra: $1,80 \cdot 0,90 = 1,62 \text{ m}^2$ a 72 € \rightarrow cada m^2 a $\frac{72}{1,62}$ €
- 2.ª alfombra: $3 \cdot 1,20 = 3,6 \text{ m}^2 \rightarrow 3,6 \text{ m}^2 \cdot \frac{72}{1,62} \text{ €/m}^2 = 160 \text{ €}$ costará.

32 ▼▼▼ Cinco encuestadores, trabajando 8 horas diarias, completan los datos para un estudio de mercado en 27 días. ¿Cuánto tardarían en hacer el mismo trabajo 9 encuestadores trabajando 10 horas cada día?

ENCUESTADORES	H/DÍA	DÍAS
5	8	27
9	10	x

$\left. \begin{array}{l} \text{PROP. INVERSA} \\ \text{P. INV.} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{5}{9} \cdot \frac{8}{10} = \frac{x}{27} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 8 \cdot 27}{9 \cdot 10} = 12 \text{ días}$

■ Cálculo con porcentajes

33 ▼▼▼ Calcula mentalmente.

- | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------|--------|-------|
| a) 50% de 220 | b) 50% de 82 | c) 50% de 12 | | | |
| d) 25% de 800 | e) 75% de 800 | f) 25% de 280 | | | |
| a) 110 | b) 41 | c) 6 | d) 200 | e) 600 | f) 70 |

34 ▼▼▼ Obtén mentalmente el valor de x en cada caso:

- | | | | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|-------------|--------------|-------------|
| a) 50% de $x = 150$ | b) 50% de $x = 7$ | c) 25% de $x = 120$ | | | |
| d) 25% de $x = 6$ | e) 75% de $x = 150$ | f) 75% de $x = 9$ | | | |
| a) $x = 300$ | b) $x = 14$ | c) $x = 480$ | d) $x = 24$ | e) $x = 200$ | f) $x = 12$ |

35 ▼▼▼ Fíjate en los ejemplos y, después, calcula mentalmente.

- 10% de 220 = $220 : 10 = 22$
- 30% de 220 = $22 \cdot 3 = 66$
- 5% de 220 = $22 : 2 = 11$

- | | | | | | |
|---------------|---------------|---------------|-------|------|-------|
| a) 10% de 310 | b) 20% de 310 | c) 10% de 480 | | | |
| d) 5% de 480 | e) 10% de 70 | f) 30% de 70 | | | |
| a) 31 | b) 62 | c) 48 | d) 24 | e) 7 | f) 21 |

36 ▼▼▼ Obtén, mentalmente, el valor de x en cada caso:

- | | | | | | |
|--------------------|-------------------|--------------------|--------------|--------------|-------------|
| a) 10% de $x = 31$ | b) 10% de $x = 4$ | c) 20% de $x = 18$ | | | |
| d) 20% de $x = 86$ | e) 5% de $x = 35$ | f) 5% de $x = 2$ | | | |
| a) $x = 310$ | b) $x = 40$ | c) $x = 90$ | d) $x = 430$ | e) $x = 700$ | f) $x = 40$ |

37 ▼▼▼ Calcula.

- | | | | |
|-----------------|---------------|-----------------|------------------|
| a) 15% de 160 | b) 13% de 700 | c) 12% de 3 625 | d) 4% de 75 |
| e) 76% de 1 200 | f) 5% de 182 | g) 2,4% de 350 | h) 1,7% de 2 500 |
| a) 24 | b) 91 | c) 435 | d) 3 |
| e) 912 | f) 9,1 | g) 8,4 | h) 42,5 |

■ Relaciones porcentajes-fracciones-decimales

38 ▼▼▼ ¿Qué fracción irreducible asocias a cada uno de estos porcentajes?

- | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) 50% | b) 25% | c) 75% | d) 10% |
| e) 20% | f) 5% | g) 30% | h) 70% |
| a) $\frac{1}{2}$ | b) $\frac{1}{4}$ | c) $\frac{3}{4}$ | d) $\frac{1}{10}$ |
| e) $\frac{1}{5}$ | f) $\frac{1}{20}$ | g) $\frac{3}{10}$ | h) $\frac{7}{10}$ |

39 ▼▼▼ Completa en tu cuaderno.

PORCENTAJE	25%	20%	80%	5%	2%
FRACCIÓN	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{50}$
N.º DECIMAL	0,25	0,20	0,80	0,05	0,02

40 ▼▼▼ Calcula, como se hace en el ejemplo.

• 15% de 280 = $280 \cdot 0,15 = 42$

- | | | | |
|------------------------------|-----------------|---------------------------------|-------------|
| a) 18% de 1 350 | b) 57% de 2 400 | c) 8% de 125 | d) 6% de 40 |
| a) $1\,350 \cdot 0,18 = 243$ | | b) $2\,400 \cdot 0,57 = 1\,368$ | |
| c) $125 \cdot 0,08 = 10$ | | d) $40 \cdot 0,06 = 2,4$ | |

PÁGINA 108

41 ▼▼▼ Calcula x como en el ejemplo.

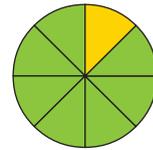
• 15% de $x = 42 \rightarrow x \cdot 0,15 = 42 \rightarrow x = 42 : 0,15 = 280$

a) 20% de $x = 27$ b) 17% de $x = 595$ c) 5% de $x = 3,2$ d) 7% de $x = 17,5$

a) $x \cdot 0,20 = 27 \rightarrow x = 27 : 0,20 = 135$ b) $x \cdot 0,17 = 595 \rightarrow x = 595 : 0,17 = 3\,500$

c) $x \cdot 0,05 = 3,2 \rightarrow x = 3,2 : 0,05 = 64$ d) $x \cdot 0,07 = 17,5 \rightarrow x = 17,5 : 0,07 = 250$

42 ▼▼▼ El gráfico representa la relación entre la población autóctona y la inmigrante en un pueblo agrícola del sur de España.



■ Autóctonos

■ Inmigrantes

a) ¿Qué fracción de la población es inmigrante?

b) ¿Cuántas de cada 1 000 personas son inmigrantes?

c) ¿Cuántas de cada 100 personas son inmigrantes?

d) ¿Cuál es el porcentaje de inmigrantes?

a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{8} = \frac{x}{1\,000} \rightarrow x = 125$

c) 12,5

d) 12,5%

■ Problemas de porcentajes

43 ▼▼▼ Un empleado gana 1 700 euros al mes y gasta el 40% en pagar la hipoteca de su vivienda. ¿Cuánto le queda para afrontar el resto de sus gastos?

Queda el 60% de 1 700 € = $1\,700 \cdot 0,6 = 1\,020$. Le quedan 1 020 €.

44 ▼▼▼ De una clase de 35 alumnos, han ido de excursión 28. ¿Qué tanto por ciento ha faltado a la excursión?

Ha faltado un 20% de la clase.

$$\left. \begin{array}{l} 35 \text{ alumnos} \rightarrow 35 - 28 = 7 \text{ han faltado} \\ 100 \text{ alumnos} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{7 \cdot 100}{35} = 20$$

De cada 100 alumnos, 20 han faltado $\rightarrow 20\%$

45 ▼▼▼ Un hotel tiene 187 habitaciones ocupadas, lo que supone el 85% del total. ¿De cuántas habitaciones dispone el hotel?

85% de $x = 187 \rightarrow 0,85 \cdot x = 187 \rightarrow x = 187 : 0,85 = 220$ habitaciones.

46 ▼▼▼ Un jugador de baloncesto ha efectuado 25 lanzamientos y ha conseguido 16 canastas. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ lanz.} \rightarrow 16 \text{ aciertos} \\ 100 \text{ lanz.} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{16 \cdot 100}{25} = 64 \text{ aciertos de } 100 \text{ lanzamientos} \rightarrow 64\%$$

Soluciones a “Ejercicios y problemas”

- 47** ▼▼▼ En las últimas elecciones municipales, de un censo de 2 500 personas, el alcalde de actual recibió 1 500 votos. ¿Qué tanto por ciento votó al alcalde?

$$\frac{1\,500 \text{ votó al alcalde}}{2\,500 \text{ censo}} = 0,6 \rightarrow \text{Votó al alcalde el } 60\% \text{ del censo.}$$

- 48** ▼▼▼ Un embalse está al final del verano al 23% de su capacidad. Si en este momento contiene 35 decímetros cúbicos de agua, ¿cuál es la capacidad total del embalse?

$$23\% \text{ de } x = 35 \text{ dam}^3 \rightarrow 0,23 \cdot x = 35 \rightarrow x = 35 : 0,23 = 152,2 \text{ dam}^3$$

La capacidad del embalse es de $152,2 \text{ dam}^3$

- 49** ▼▼▼ De 5 475 hombres encuestados, solamente 76 declaran saber planchar. ¿Qué tanto por ciento de los hombres reconoce saber planchar?

$$\frac{76 \text{ saben planchar}}{5\,475 \text{ total encuestados}} = 0,014 \rightarrow 1,4\% \text{ de los hombres sabe planchar.}$$

- 50** ▼▼▼ Luisa tiene de tarea resolver 18 problemas de matemáticas de los que ya ha solucionado más del 65%, pero menos del 70%. ¿Cuántos problemas le quedan por resolver?

$$\left. \begin{array}{l} 65\% \text{ de } 18 = 0,65 \cdot 18 = 11,7 \\ 70\% \text{ de } 18 = 0,7 \cdot 18 = 12,6 \end{array} \right\} \text{ Ha terminado } 12 \text{ problemas} \rightarrow \text{Le quedan } 18 - 12 = 6$$

- 51** ▼▼▼ Un depósito de agua está al 93% de su capacidad. Si se añaden 14 000 litros, quedará completo. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

$$100\% - 93\% = 7\% \rightarrow 7\% \text{ de } x = 14\,000 \rightarrow x = 14\,000 : 0,07 = 200\,000 \text{ l}$$

La capacidad es de $200\,000 \text{ l}$.

- 52** ▼▼▼ Un jersey que costaba 45 € se vende en las rebajas por 36 €. ¿Qué tanto por ciento se ha rebajado?

<u>PR. INICIAL</u>	→	<u>REBAJADO</u>	}	$x = \frac{36 \cdot 100}{45} = 80 \text{ €} \rightarrow$
45 €		36 €		
100 €		x		

→ De cada 100 € se pagan 80 €, es decir, se rebajan 20 €, un 20%.

- 53** ▼▼▼ Una tarta que pesa un kilo y ochocientos gramos lleva un 10% de agua, un 8% de proteínas, el doble de grasa y el resto de hidratos de carbono. ¿Cuántos gramos de hidratos de carbono hay en la tarta?

$$\text{Porcentaje de hidratos} = 100\% - 10\% - 8\% - 16\% = 66\%$$

$$66\% \text{ de } 1\,800 \text{ g} = 0,66 \cdot 1\,800 = 1\,188 \text{ g de hidratos.}$$

- 54** ▼▼▼ Hace cinco años compré un piso por 240 000 €. En este tiempo la vivienda ha subido un 37%. ¿Cuánto vale ahora mi piso?

$$137\% \text{ de } 240\,000 \text{ €} = 1,37 \cdot 240\,000 = 328\,800 \text{ €}$$

El piso cuesta ahora $328\,800 \text{ €}$.

- 55** ▼▼▼ La barra de pan ha subido un 10%, y ya cuesta 0,55 €. ¿Cuánto costaba antes de la subida?

$$\left. \begin{array}{l} 110\% \rightarrow 0,55 \text{ €} \\ 100\% \rightarrow x \text{ €} \end{array} \right\} x = \frac{100 \cdot 0,55}{110} = 0,50 \text{ €}$$

Antes costaba 0,50 €.

- 56** ▼▼▼ Un embalse tenía, a principios de verano, 775 decámetros cúbicos de agua. Durante el estío, sus reservas han disminuido en un 68%. ¿Cuáles son las reservas actuales ahora, al final del verano?

$$\text{Queda: } 100\% - 68\% = 32\% \text{ de } 775 \text{ dam}^3 = 0,32 \cdot 775 = 248 \text{ dam}^3$$

- 57** ▼▼▼ Este mes ha habido en mi comunidad autónoma 120 accidentes de tráfico, lo que mejora la cifra del año pasado, que fue de 160 accidentes. ¿En qué tanto por ciento han disminuido este tipo de accidentes?

ACCIDENTES		DISMINUCIÓN	
160	→	160 - 120 = 40	} $x = \frac{40 \cdot 100}{160} = 25$ accidentes menos de cada 100
100	→	x	

Han disminuido en un 25% los accidentes.

58 ▼▼▼ Un hortelano tiene un campo de 3 500 metros cuadrados y desea plantar un 45% de ellos de pimientos. ¿Cuántas plantas pimenteras debe adquirir si coloca 9 plantas por metro cuadrado y siempre compra un 10% más, para reponer las que se estropean?

- 45% de 3 500 m² = 1 575 m² para pimientos.
- 9 · 1 575 = 14 175 plantas.
- 10% de 14 175 = 1 417,5 → 1 418 plantas extra.

Total = 14 175 + 1 418 = 15 593 plantas.

59 ▼▼▼ Calcula el interés producido por un capital de 3 500 euros, colocado al 5% anual durante tres años.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{3\,500 \cdot 5 \cdot 3}{100} = 525 \text{ €}$$

60 ▼▼▼ Si pido un préstamo de 4 500 euros, al 6,5%, y lo devuelvo al cabo de 4 años, ¿qué intereses debo pagar?

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{4\,500 \cdot 6,5 \cdot 4}{100} = 1\,170 \text{ €}$$

■ Interpreta, describe, exprésate

61 ▼▼▼ Amelia, Tomás y Sara han resuelto el mismo problema de diferentes formas. Explica lo que ha hecho cada uno.

Una oficina tiene 45 empleados y en agosto se va de vacaciones el 80%. ¿Cuántos empleados trabajan en agosto?

Resolución de Amelia

$$100\% - 80\% = 20\% \rightarrow 20\% \text{ de } 45 = \frac{45 \cdot 20}{100} = 9$$

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Tomás

$$80\% \text{ de } 45 = \frac{45 \cdot 80}{100} = 36 \rightarrow 45 - 36 = 9$$

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Resolución de Sara

TOTAL	→	DE VACACIONES	+	TRABAJANDO
100	→	80	+	20
10	→	8	+	2
5	→	4	+	1
40	→	32	+	8
45	→	36	+	9

Solución: En agosto trabajan 9 empleados.

Solución de Amelia

Calcula primero el porcentaje de empleados que trabajan ($100\% - 80\% = 20\%$) y, después, el número de empleados que trabajan (20% de $45 = 9$).

Solución de Tomás

Calcula el número de empleados que se va de vacaciones (80% de $45 = 36$) y se lo resta al total para obtener el número de los que trabajan ($45 - 36 = 9$).

Solución de Sara

Sigue un proceso de elaboración personal:

— De cada 100, hay 80 de vacaciones y 20 trabajando.

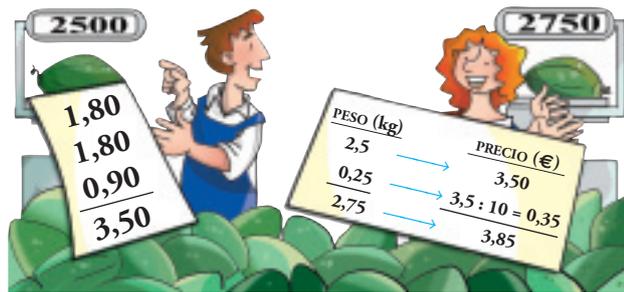
— De cada 10, hay la décima parte de las cantidades anteriores; es decir, 8 de vacaciones y 2 trabajando.

— De cada cinco (la mitad), hay 4 en vacaciones y uno en el trabajo.

— De cada 40 (el cuádruplo de 10), están $8 \cdot 4 = 32$ de vacaciones y $2 \cdot 4 = 8$ en el trabajo.

— De cada 45 ($40 + 5$) hay $32 + 4 = 36$ de vacaciones y $8 + 1 = 9$ en el trabajo.

- 62** ▼▼▼ Analiza los datos y los procesos que aparecen en la ilustración siguiente y encuentra errores. Después corrige los cálculos y los mensajes.



El melón se vende a $1,80 \text{ €/kg}$.

El vendedor de la izquierda calcula mal el coste de un melón de dos kilos y medio: $1,80 + 1,80 + 0,90 = 4,50 \text{ €}$ (y no $3,50 \text{ €}$).

Apoyándose en el dato erróneo, el vendedor de la derecha también se equivoca. Sus cálculos deberían ser:

Dos kilos y medio cuestan $4,50 \text{ €}$ y un cuarto de kilo, $4,50 : 10 = 0,45 \text{ €}$. Por tanto, un melón de $2,750 \text{ kg}$ costará $4,50 + 0,45 = 4,95 \text{ €}$.

■ Problemas “+”

- 63** ▼▼▼ Resuelto en el libro del alumno.

- 64** ▼▼▼ ¿Qué interés producen 800 euros al 6% durante un año? ¿Y durante un mes? ¿Y durante 7 meses?

• 1 año: $I_{\text{AÑO}} = \frac{800 \cdot 6 \cdot 1}{100} = 48 \text{ €}$

• 1 mes: $I_{\text{MES}} = I_{\text{AÑO}} : 12 = 48 : 12 = 4 \text{ €}$

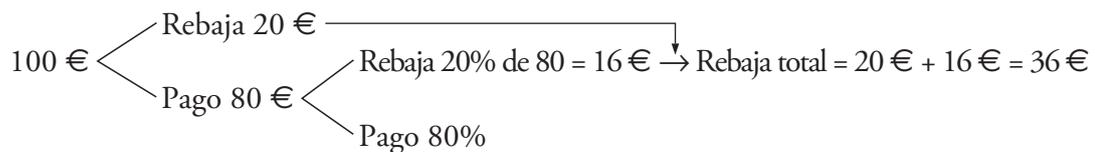
• 7 meses: $I_{7 \text{ MESES}} = 4 \cdot 7 = 28 \text{ €}$

- 65** ▼▼▼ Calcula los intereses que genera un préstamo de 6 000 euros al 4,5% durante 5 meses.

$$I = \frac{5}{12} \cdot \frac{6000 \cdot 4,5 \cdot 1}{100} = 112,5 \text{ €}$$

- 66** ▼▼▼ En unos grandes almacenes, rebajan un abrigo un 20% en las primeras rebajas y, sobre ese precio, vuelven a hacer otro 20% de descuento en las segundas rebajas. ¿Qué porcentaje del precio original se ha rebajado el abrigo?

☞ *Supón que el abrigo costaba inicialmente 100 euros.*



Se ha rebajado un 36% sobre el precio original.

- 67** ▼▼▼ En un banco de las Bahamas se ingresa un capital de 35 400 dólares en una cuenta retribuida con un interés del 6% anual. Los beneficios se ingresan mensualmente en la cuenta. ¿Cuál será el saldo dentro de año y medio?

☞ *Ayúdate de la calculadora.*

El saldo será de 38 151,15 €.

- Capital inicial → 35 400 €
- Al final del 1.º mes → $35\,400 + \frac{35\,400 \cdot 6}{12 \cdot 100} = 35\,577$
- Al final del 2.º mes → $35\,577 + \frac{35\,577 \cdot 6}{12 \cdot 100} = 35\,754,885$

Cada mes, el saldo inicial será el saldo final del mes anterior. Los saldos finales serán:

MES	3.º	4.º	5.º	6.º	7.º	8.º	9.º	10.º
SALDO FINAL	35 933,66	36 113,33	36 293,89	36 475,36	36 657,74	36 841,03	37 025,23	37 210,36

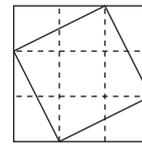
MES	11.º	12.º	13.º	14.º	15.º	16.º	17.º	18.º
SALDO FINAL	37 396,41	37 583,39	37 771,31	37 960,17	38 149,97	38 340,72	38 532,42	38 725,08

PÁGINA 110

▼ Lee, comprende y calcula

Proporciones en el mosaico

- Calcula la razón entre los botes de pintura azul y amarilla que necesitarías comprar, teniendo en cuenta los datos del gráfico de la derecha.



ÁREA → 4
ROMBO

ÁREA → 5
CUADRADO

$$\frac{\text{N.º BOTES AZULES}}{\text{N.º BOTES AMARILLOS}} = \frac{\text{ÁREA PARTE AZUL}}{\text{ÁREA PARTE AMARILLA}} = \frac{\text{ÁREA ROMBO}}{\text{ÁREA CUADRADO}}$$

- Completa en tu cuaderno: por cada ... botes de pintura azul, gastaremos ... botes de amarilla.

Por cada 4 botes de pintura azul, gastaremos 5 botes de amarilla.

▼ Piensa, experimenta y contesta

¿A doble lado, doble de grande?

Observa los dos cuadrados que ha cortado Ernesto de una plancha de madera. Uno es el doble de alto que el otro.



Sabiendo que el pequeño pesa cien gramos, podríamos pensar que el grande pesa doscientos (a doble lado, doble peso). Sin embargo, el peso del grande es de 400 g, porque al multiplicar el lado por dos, la superficie se multiplica por cuatro.

Teniendo eso en cuenta, si de los dos dados que sostiene Paula, el pequeño pesa 100 gramos, ¿cuánto pesará el grande, cuya arista es el doble?



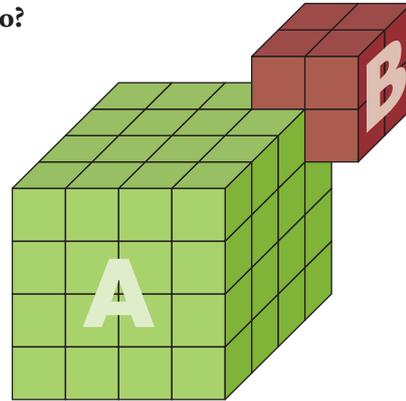
El dado grande contiene 8 dados pequeños ($2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$).

Su peso es de 800 gramos.

▼ **Estima, calcula y comprueba****Porcentajes y cubos**

- ¿Qué porcentaje del cubo grande está dentro del pequeño?
- ¿Qué porcentaje del pequeño queda dentro del grande?

MENOS DEL 2%
ENTRE EL 2% Y EL 10%
ENTRE EL 10% Y EL 20%
ENTRE EL 20% Y EL 50%
MÁS DEL 50%



- Porcentaje del cubo grande dentro del pequeño: $< 2\%$
- Porcentaje del cubo pequeño dentro del grande entre el 10% y el 20%

— Cubo grande: $4^3 = 64$ cubitos.

1 cubito de los 64 del cubo grande está dentro del pequeño $\rightarrow \frac{1}{64}$

$\frac{1}{64}$ es un $1,5625\% < 2\%$

— Cubo pequeño: $2^3 = 8$ cubitos

1 cubito de los 8 del cubo pequeño está dentro del grande $\rightarrow \frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$ es un $12,5\% \rightarrow$ entre 10% y 20%.

PÁGINA 111

¿Identificas y diferencias las relaciones de proporcionalidad directa e inversa?

1 Completa esta tabla en tu cuaderno...

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20			

a) ...suponiendo que las magnitudes M y N son directamente proporcionales.

b) ...suponiendo que las magnitudes M y N son inversamente proporcionales.

a)

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20	40	80	100

b)

MAGNITUD M	1	2	4	5
MAGNITUD N	20	10	5	4

¿Aplicas la reducción a la unidad y la regla de tres para resolver problemas de proporcionalidad?

2 Resuelve por reducción a la unidad.

a) Un manantial ha arrojado 180 litros de agua en 6 minutos. ¿Cuántos litros entregará en un cuarto de hora?

b) Abriendo 6 bocas de riego, un pilón de agua se vacía en 50 minutos. ¿Cuánto tardará en vaciarse abriendo solo 4 bocas de riego?

a) En 1 min arroja $180 : 6 = 30$ litros.

En 15 min arroja $30 \cdot 15 = 450$ litros.

b) Abriendo una boca el pilón se vacía en $50 \cdot 6 = 300$ minutos.

Abriendo cuatro bocas se vaciará en $300 : 4 = 75$ minutos = 1 h 15 min.

3 Resuelve utilizando la regla de tres.

a) Un coche, a una media de 70 km/h, hace un viaje en 6 horas. ¿Cuánto tiempo invertirá en el viaje de vuelta si circula a una media de 100 km/h?

b) Por un besugo de 875 gramos, Carmen ha pagado 10,85 €. ¿Cuánto pagará Miguel por otro besugo que pesa 1,2 kg?

a) Es una relación de proporcionalidad inversa.

$$\left. \begin{array}{l} 70 \text{ km/h} \rightarrow 6 \text{ h} \\ 100 \text{ km/h} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{6 \cdot 70}{100} = 4,2 \text{ h} = 4 \text{ h } 12 \text{ min}$$

b) Es una relación de proporcionalidad directa.

$$\left. \begin{array}{l} 875 \text{ g} \rightarrow 10,85 \text{ €} \\ 1200 \text{ g} \rightarrow x \end{array} \right\} x = \frac{1200 \cdot 10,85}{875} = 14,88 \text{ €}$$

¿Resuelves situaciones de proporcionalidad compuesta?

- 4** Cincuenta terneros de engorde consumen 1 400 kg de alfalfa en una semana. ¿Cuántos kilos de alfalfa se necesitan para alimentar a 30 terneros durante 20 días?

TERNEROS	DÍAS	KG	}	→	$\frac{50}{30} \cdot \frac{7}{20} = \frac{1\,400}{x}$	→	$x = \frac{1\,400 \cdot 30 \cdot 20}{50 \cdot 7} = 2\,400 \text{ kg}$
50	7	1 400					
30	20	x					

PROP. DIRECTA
P. DIR.

¿Asocias un porcentaje a una fracción o a un número decimal?

- 5** Completa la tabla en tu cuaderno.

PORCENTAJE	25%	80%	6%	20%	7%
FRACCIÓN	1/4	4/5	3/50	1/5	7/100
N.º DECIMAL	0,25	0,8	0,06	0,2	0,07

- 6** Calcula:

- | | | |
|--------------|----------------|---------------|
| a) 65% de 80 | b) 4% de 3 200 | c) 16% de 160 |
| a) 52 | b) 128 | c) 25,6 |

¿Diferencias y resuelves distintos problemas de porcentajes (directos, inversos, de aumentos y disminuciones porcentuales, interés bancario, etc.)?

- 7** De un depósito de agua que contenía 36 000 litros, se ha gastado un 15%. ¿Cuántos litros quedan?

Queda un 85% de lo que contenía, $36\,000 \cdot 0,85 = 30\,600$ litros.

- 8** En una clase de 30 alumnos y alumnas, hoy han faltado 6. ¿Qué porcentaje ha faltado?

Ha faltado $\frac{6}{30} = 0,2 \rightarrow 20\%$ de alumnos.

- 9** Un hospital tiene 210 camas ocupadas, lo que supone el 84% de las camas disponibles. ¿De cuántas camas dispone el hospital?

84% de $x = 210 \rightarrow 0,84 \cdot x = 210 \rightarrow x = 210 : 0,84 = 250$ camas

- 10** Calcula el interés producido por un capital de 5 500 €, colocados al 3,6% durante 4 años.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{5\,500 \cdot 3,6 \cdot 4}{100} = 792 \text{ €}$$