2009

TEMA 12: LONGITUDES Y ÁREAS.

Primer Curso de Educación Secundaria Obligatoria. I.e.s. Fuentesaúco.

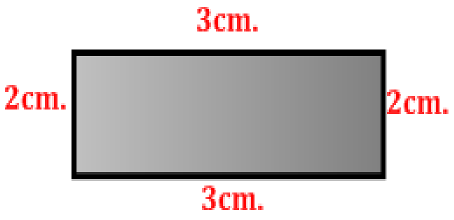
Manuel González de León.
mgdl
01/01/2009

TEMA 12: LONGITUDES Y ÁREAS.

1. **Perímetro de Figuras Planas.**
2. **Medidas Indirectas. Teorema de Pitágoras.**
3. **Área de una superficie.**
4. **Fórmulas.**
5. **Ejercicios.**
6. **Calculo de áreas por composición y descomposición.**

01.- PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS.

- El perímetro de una figura plana es la suma de las longitudes de sus lados.
- Las unidades de longitud tiene como unidad básica en el Sistema Métrico Decimal al metro. (m)



El perímetro de esta figura es.

P = 2 + 3 + 3 + 2 → P = 10 cm.

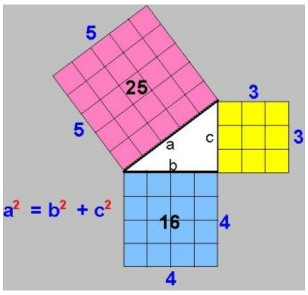
Ejercicio resuelto nº 1 y Ejercicios nº 1 y 2.

02.- MEDIDAS INDIRECTAS. TEOREMA DE PITÁGORAS.

1. Definición. En todo triángulo rectángulo se cumple que la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

   $$a^2 = b^2 + c^2$$

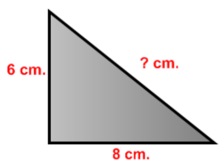
2. Representación Grafica.



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

3. Posibles casos que nos encontramos para el teorema de Pitágoras.
   1. Que en un problema conozcamos los dos catetos y nos pidan la hipotenusa.

      Ejemplo. En un triángulo rectángulo los catetos miden 8 y 6 cm. Hallar la hipotenusa.

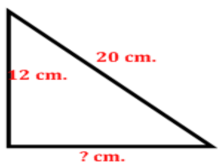


$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow a^2 = 36 + 64$$

$$a^2 = 100 \rightarrow a = \sqrt{100} \rightarrow a = 10$$

   2. Que en un problema conozcamos un cateto y la hipotenusa y nos pidan el otro cateto.

      Ejemplo. En un triángulo rectángulo un cateto mide 12 cm y la hipotenusa mide 20cm. Cuánto mide el otro cateto.



$$a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b^2 = a^2 - c^2 \rightarrow b^2 = 20^2 - 12^2$$

$$b^2 = 400 - 144 \rightarrow b^2 = 256$$

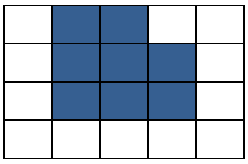
$$b = \sqrt{256} \rightarrow b = 16 \text{ cm.}$$

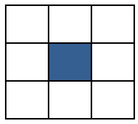
Copiar pg 245. Ejercicio Resuelto nº 3 y Ejercicios 6 y 7.

03.- ÁREA DE UNA SUPERFICIE.

4. El área de una figura plana es la medida de la superficie que ocupa. Para ello elegimos una unidad de área y contamos cuantas unidades tiene.

   Ejemplo.



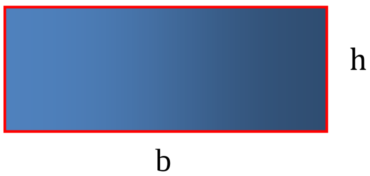


La superficie que ocupa contiene 8 cuadraditos y por lo tanto, la medida de esta superficie es 8 unidades.

Ejercicio resuelto nº 4. Ejercicios nº 8, 9 y 10.

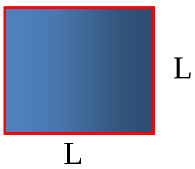
04.-FÓRMULAS.

1. ÁREA DEL RECTÀNGULO.



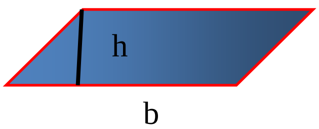
$$A = b \cdot h \quad \begin{cases} b: \text{Base} \\ h: \text{altura} \end{cases}$$

2. ÁREA DEL CUADRADO.



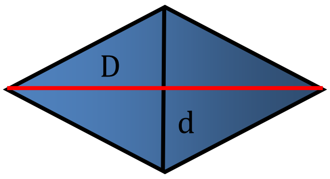
$$A = L \cdot L \rightarrow A = L^2 \quad \left\{ L: \text{lado} \right.$$

3. ÁREA DEL ROMBOIDE.



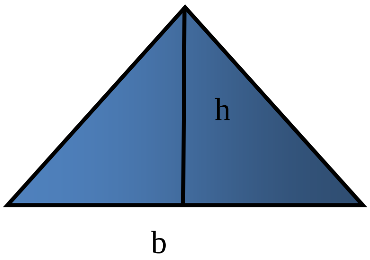
$$A = b \cdot h \quad \begin{cases} b: \text{base} \\ h: \text{altura} \end{cases}$$

4. ÁREA DEL ROMBO.



$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$
$\left\{\right.$ D : diagonal mayor
d : diagonal menor

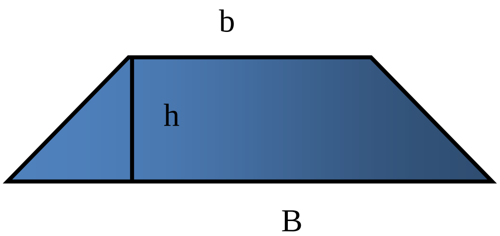
5. ÁREA DEL TRIÀNGULO.



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

$\left\{\right.$ b : base
h : altura

6. ÁREA DEL TRAPECIO.

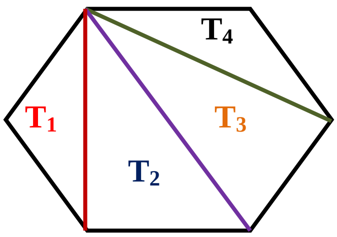


$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

$\left\{\right.$ B : base mayor
b : base menor
h : altura

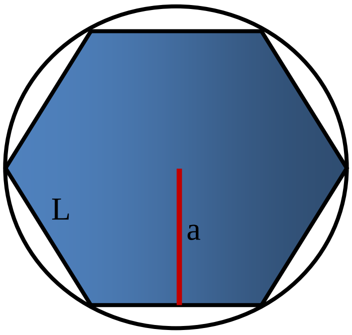
7. ÁREA DE LOS POLIGONOS NO REGULARES.

Se descomponen en triángulos y se hallan las áreas de cada uno.



$$A_t = At_1 + At_2 + At_3 + At_4$$

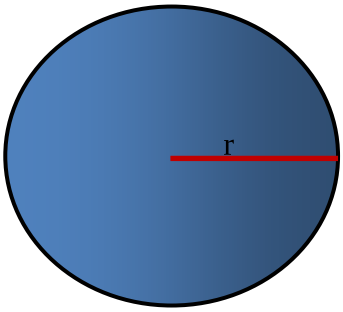
8. AREA DE LOS POLIGONOS REGULARES.



$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

$\left\{\right.$ P : perímetro del polígono.
a : apotema del polígono.

9. AREA DEL CÍRCULO.

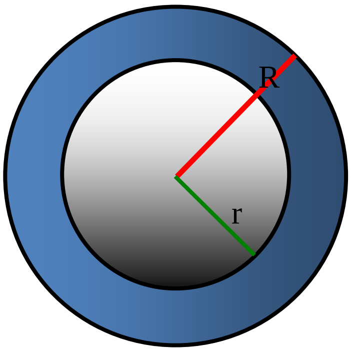


$A = \pi \cdot r^2$

π : pi = 3,14

r : radio del circulo

10. AREA DE LA CORONA CIRCULAR.



$A = A_{\text{círculo grande}} - A_{\text{círculo pequeño}}$

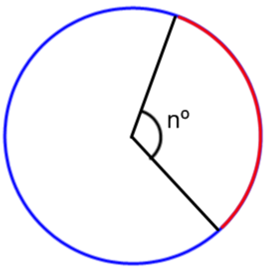
$A = \pi R^2 - \pi r^2$

π : pi = 3,14

R : radio círculo grande.

r : radio círculo pequeño.

11. AREA DEL SECTOR CIRCULAR.



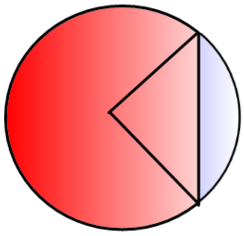
$A = \frac{\pi \cdot r \cdot nº}{360º}$

π : pi = 3,14

r : radio del círculo

nº : número de grados

12. AREA DEL SEGMENTO CIRCULAR.



$$A = A_{\text{sector circular}} - A_{\text{triángulo}}$$

$$A = \frac{\pi \cdot r \cdot nº}{360º} - \frac{b \cdot h}{2}$$

- π : pi = 3,14
- r : radio del círculo
- nº : número de grados
- b: base del triángulo
- h: altura del triángulo.

05.-EJERCICIOS.

Para realizar los siguientes ejercicios actuaremos de la siguiente forma:

1. Leemos el problema atentamente para saber lo qué nos piden.
2. Hacemos el dibujo de la figura correspondiente.
3. Ponemos los datos en el dibujo con las mismas unidades.
4. Escribimos la fórmula del área de la figura.
5. Resolvemos y expresamos su resultado en las unidades de superficie correspondiente.

1 Hallar el área de un rectángulo que mide 12 cm de ancho y 0,3 dm de alto.

0,3 dm
3 cm

12 cm

$A = b \cdot h$
b = 12 cm.
h = 3 cm.

$A = 12 \cdot 3 \rightarrow A = 36\ cm^2$

2 Hallar el área de un cuadrado cuyo lado mide 5cm.

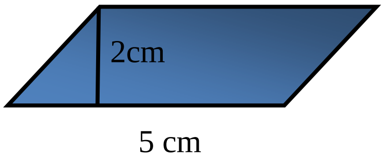
5 cm

$A = l \cdot l = l^2$
l = 5cm

$A = 5 \cdot 5 = 5^2 \rightarrow A = 25\ cm^2$

3

Hallar el área de un romboide que mide 5 cm. de ancho y 2 cm. de alto.

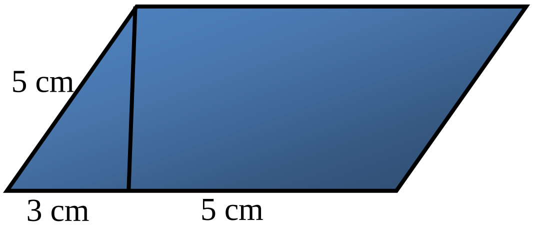


A = b · h
b = 5 cm.
h = 2 cm.

A = 5 · 2 ⟶ A = 10 cm^2

4

Hallar el área del siguiente romboide.



A = b · h

b = 3 + 5 = 8

h = ?

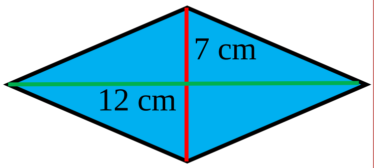
A = 8 · 4 ⟶ A = 32 cm^2

Por Pitágoras se calcula la altura h.

$a^2 = b^2 + c^2$ $\quad c^2 = a^2 - b^2$ $\quad c^2 = 5^2 - 3^2$ $\quad c^2 = 25 - 9$ $\quad c^2 = 16$ $\quad c = \sqrt{16}$ $\quad c = 4$

5

Hallar el área de un rombo cuya diagonal mayor mide 12 cm y la diagonal menor 7 cm.



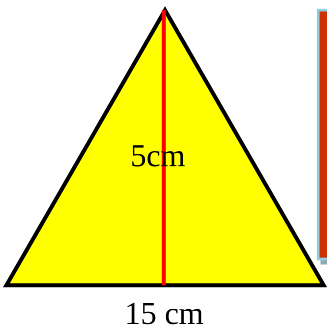
$A = \frac{D \cdot d}{2}$

D = 12

$$A = \frac{12 \cdot 7}{2} \rightarrow A = \frac{84}{2} \rightarrow A = 42\ cm^2$$

6

Hallar el área de un triángulo que mide 15 cm de base y 5cm de altura.



$A = \frac{b \cdot h}{2}$

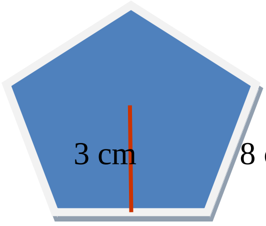
b = 15 cm

h = 5 cm

$$A = \frac{15 \cdot 5}{2} \rightarrow A = \frac{75}{2} \rightarrow A = 37{,}5\ cm^2$$

7

Hallar el área de un pentágono regular de 8 cm de lado y 3 cm de apotema.



$A = \frac{p \cdot a}{2}$

p = 8 · 5 = 40

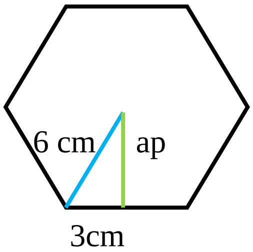
a = 3

$A = \frac{40 \cdot 3}{2} \rightarrow A = \frac{120}{3}$

$A = 60cm^2$

8

Hallar el área de un hexágono regular de lado 6 cm.



$A = \frac{p \cdot a}{2}$

p = 6 · 6 = 36

a = ?

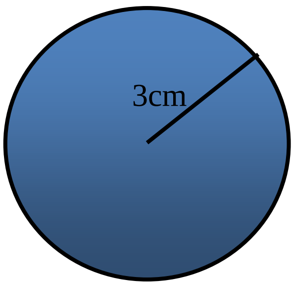
No conocemos la apotema. Se halla por Pitágoras

$a^2 = b^2 + c^2$ $\quad c^2 = a^2 - b^2$ $\quad c^2 = 36 - 9$ $\quad c^2 = 27$ $\quad c = \sqrt{27}$ $\quad c = 5{,}19$ cm

$$A = \frac{36 \cdot 5{,}19}{2} \rightarrow A = \frac{187{,}2}{2} \rightarrow A = 93{,}6\ cm^2$$

9

Hallar el área de un círculo cuyo radio mide 3 cm.



$A = \pi \cdot r^2$

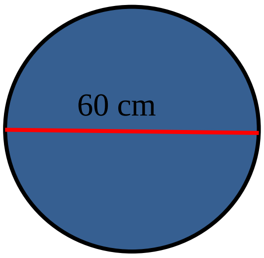
$\pi = 3{,}14$

r = 3

$A = 3{,}14 \cdot 3^2 \longrightarrow A = 3{,}14 \cdot 9$

$A = 28{,}26\ cm^2$

10 Hallar el área de un círculo cuyo diámetro mide 60 cm.



$A = \pi \cdot r^2$ $\pi = 3{,}14$

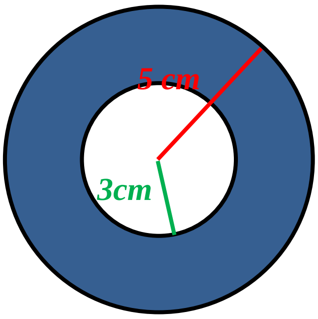
$D = 60$ $r = \frac{D}{2}$

$r = 30$ cm

$A = 3{,}14 \cdot 30^2 \to A = 3{,}14 \cdot 900$

$A = 2826\ cm^2$

11 Hallar el área de la siguiente corono circular.



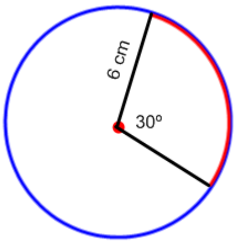
$A = A_{\text{círculo grande}} - A_{\text{círculo pequeño}}$

$A_{\text{círculo grande}} = \pi \cdot r^2 \to A_{\text{círculo grande}} = 3{,}14 \cdot 5^2 = 78{,}5\ cm^2$

$A_{\text{círculo pequeño}} = \pi \cdot r^2 \to A_{\text{círculo pequeño}} = 3{,}14 \cdot 3^2 = 28{,}26\ cm^2$

$A = 78{,}5 - 28{,}26 \to A = 50{,}24\ cm^2$

12 Hallar el área del siguiente sector circular.



$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot nº}{360º}$$

$\pi = 3{,}14$

$r = 6$

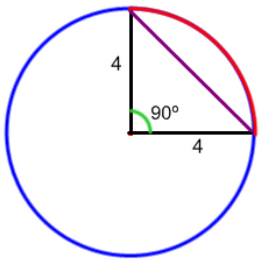
$nº = 30º$

$$A = \frac{3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 30}{360}$$

$A = 9{,}42\ cm^2$

13

Hallar el área del segmento circular correspondiente a la siguiente figura.



A = A sector circular – A triángulo

$$A_{\text{sector circular}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^{\text{o}}}{360} = \frac{3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 90}{360} = 12{,}56\ cm^2$$

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8\ cm^2$$

A = 12,56 – 8 = 4,56 cm^2

Ejercicios: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 y 24

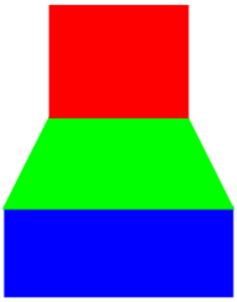
06.-CÁLCULO DE ÁREAS POR COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN.

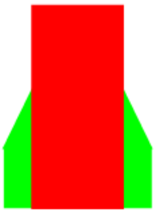
1. Áreas por composición.

   Si una figura plana está compuesta por la unión de polígonos o círculos, su área se puede calcular sumando las áreas de estos.

   Para que resulte más fácil podemos colorear las figuras planas en distintos colores.

   Ejemplos pg 254





2. Áreas por descomposición.

   Si una figura plana está compuesta por la unión de polígonos o círculos, su área se puede calcular sumando las áreas de estos.

   Para que resulte más fácil podemos colorear las figuras planas en distintos colores.

   Ejemplos pg 255

Ejercicio resuelto nº 11

Ejercicios 27 y 28