

Números Naturales. Divisibilidad

INDICE:

01. EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL.
02. USO DE LOS NÚMEROS NATURALES COMO CODIGOS.
03. OPERACIONES CON NUMEROS NATURALES. PROPIEDADES.
04. MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO.
05. CÁLCULO DE TODOS LOS DIVISORES DE UN NÚMERO.
06. CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD.
07. NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS.
08. DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN SUS FACTORES PRIMOS.
09. EL MÁXIMO COMUN DIVISOR DE VARIOS NUMEROS.
10. EL MÍNIMO COMUN MULTIPLO DE VARIOS NUMEROS.

1.-EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL:

Nuestro sistema de numeración recibe el nombre de decimal porque 10 unidades del mismo orden, forman una unidad de orden inmediato superior.

Al conjunto de todos los números naturales se representa con la letra N . y se define como el conjunto de números que sirve para contar y ordenar.

1.Cifras del sistema de numeración decimal:

Las cifras que utilizamos para formar todos los números del conjunto N son nueve, puesto que con cada 10 unidades de un orden, se forman una unidad de orden inmediato superior, estos son:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9

La cifra 0 no es necesaria, pero es muy útil: se emplea para indicar que no hay unidades de orden ocupado por ella.

Ejemplo: $5046 = 5$ millares, ninguna centena, 4 decenas y 6 unidades.

2. Valor de posición de una cifra en un número:

Este depende del lugar que ocupa en la escritura del número. Ten en cuenta que un número se compone de unidades, decenas, centenas, unidades de millar, etc.

Ejemplo: $4548 = 4000 + 500 + 40 + 8$; 4 millares + 5 centenas + 4 decenas + 8 unidades.

La cifra 4 ocupa las unidades de millar. Su valor de posición es 4000.

La cifra 4 ocupa el lugar de las decenas. Su valor de posición es 40.

(Es la misma cifra pero su valor de posición no es la misma).

Ej.: 1, 2, 3, 41 y 42.

2.-USO DE LOS NÚMEROS NATURALES COMO CODIGOS:

Los números naturales no solo sirven para contar y ordenar, sino también para comunicar información de forma más abreviada, esto es para codificar; así tenemos:

- Los códigos postales.
- Los prefijos telefónicos.
- Las cuentas bancarias.
- La televisión digital.

3.-OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES. PROPIEDADES

1. LA SUMA:

- Concepto:

La suma de dos números naturales representativos de dos conjuntos disjuntos, es otro número natural que representa el conjunto unión de los dos anteriores.

$$\begin{array}{c} \text{III} \\ \text{3} \end{array} \quad \cup \quad \begin{array}{c} \text{IIII} \\ \text{4} \end{array} = \begin{array}{c} \text{IIIIIII} \\ \text{7} \end{array}$$

union

➤ Propiedades:

a. Interna:

La suma de dos números naturales es otro número natural.

$$\forall a, b \in N, \text{ se cumple que } a + b = c \Rightarrow c \in N$$

$$2 + 3 = 5 \text{ y } 5 \text{ pertenece a } N$$

b. Asociativa:

$$\forall a, b, c \in N, \text{ se cumple que } (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$$

c. Elemento neutro o nulo:

$$\forall a \in N \exists \text{ el } 0 \in N \text{ que cumple } a + 0 = a$$

$$5 + 0 = 5$$

d. Conmutativa:

$$\forall a, b \in N \text{ se cumple } a + b = b + a$$

$$3 + 4 = 4 + 3$$

2. LA MULTIPLICACIÓN:

➤ Concepto:

La multiplicación es una forma abreviada de escribir una suma de sumandos iguales; es decir:

El producto de dos números naturales es otro número natural que resulta de sumar el multiplicando tantas veces como indica el multiplicador.

$$a \bullet b = \frac{a + a + a + a \dots}{b \text{ veces}}$$

➤ Propiedades:

a. Interna:

La suma de dos números naturales es otro número natural.

$$\forall a, b \in N, \text{ se cumple que } a \bullet b = c \Rightarrow c \in N$$

$$2 \bullet 3 = 6 \text{ y } 6 \text{ pertenece a } N$$

b. Asociativa:

$$\forall a, b, c \in N, \text{ se cumple que } (a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$$

$$(2 \bullet 3) \bullet 4 = 2 \bullet (3 \bullet 4)$$

c. Elemento neutro o nulo:

$$\forall a \in N \exists \text{el } 1 \in N \text{ que cumple } a \bullet 1 = a$$

$$5 \bullet 1 = 5$$

d. Conmutativa:

$$\forall a, b \in N \text{ se cumple } a \bullet b = b \bullet a$$

$$3 \bullet 4 = 4 \bullet 3$$

3. La Resta

➤ Concepto:

La resta de dos números naturales es otro número natural llamado diferencia que sumado al sustraendo nos da el minuendo.

$$\begin{array}{ccc} 13 & - & 7 \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{Minuendo} & & \text{sustraendo} \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 7 & + & 6 \\ & & \downarrow \\ & & \text{diferencia} \end{array} = 13$$

➤ Propiedades:

La resta no siempre tiene solución en el campo de los números naturales.

No cumple la propiedad interna:

$$\forall a, b \in N, \text{ se cumple que } a - b = c \Rightarrow c \notin N \text{ si } b > a$$

La única propiedad que cumple es:

Si al minuendo y al sustraendo se le suma o resta el mismo número la diferencia no varía.

$$5 - 3 = 2 \quad \text{sumamos 4} \quad 9 - 7 = 2$$

4. Cociente o división:

➤ Concepto:

El cociente de dos números naturales es otro número que multiplicado por el divisor y sumándole el resto nos da el dividendo.

$$\begin{array}{ccc} \text{Dividendo} & | & \text{divisor} \\ \hline & & \\ \text{Resto} & & \text{Cociente} \end{array} \quad d \bullet C + R = D$$

➤ Propiedades:

Si se multiplican o dividen el dividendo y el divisor por un mismo número: El cociente no varía y el resto queda multiplicado o dividido por ese número.

Ejercicios: 7, 8, 9, 44, 45 y 46.

4.-MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO:

1. Múltiplos:

➤ Concepto:

Un número “a” es múltiplo de otro “n”, cuando es el resultado de multiplicar el segundo, en este caso “n”, por cualquier número natural.

De otra forma:

Llamamos múltiplo de un número al que contiene a otro un número exacto de veces.

$$a = \overset{\cdot}{n} \text{ pues } a = n \cdot x \quad y \quad x \in N$$

$$21 = \overset{\cdot}{7} \text{ pues } 21 = 7 \cdot 3 \text{ y } 3 \in N$$

2. Divisores

➤ Concepto:

Un número “n” es divisor o factor de otro “a” cuando la división del segundo entre el primero es exacta.

$$\text{“n” es divisor de “a” si } \frac{a}{n} = x \quad y \quad x \in N$$

$$7 \text{ es divisor de } 21 \text{ si } \frac{21}{7} = 3 \quad y \quad 3 \in N$$

Ejercicio resuelto nº 1

Ej. 10, 11 y 12.

5.-CÁLCULO DE TODOS LOS DIVISORES DE UN NÚMERO:

Se escribe ordenadamente el número como producto de dos factores empezando por el 1.

Se termina cuando se repiten los factores.

Los factores aparecidos son todos los divisores del número.

Ej.: Hallar los divisores de 18:

$$18 = 1 \cdot 18$$

$$18 = 2 \cdot 9$$

$$18 = 3 \cdot 6$$

$$18 = 4 \cdot \dot{\cdot}$$

$$18 = 5 \cdot \dot{\cdot}$$

$$18 = 6 \cdot 3$$

Los divisores son: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Ej.: 13, 14, 47 y 51.

6.-CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD:

Para saber si un número es divisible por otro, se divide el primero entre el segundo. Si la división es exacta, el número es divisible.

⇒ Criterios:

- Divisible por 2: Un número es divisible por 2 cuando termina en 0 o en cifra par
- Divisible por 3: Un número es divisible por 3 cuando la suma de su cifras es múltiplo de 3
- Divisible por 5: Un número es divisible por 5 cuando termina en 0 o en 5.
- Divisible por 11: Un número es divisible por 11 cuando la diferencia entre la suma de las cifras de lugar impar, menos la suma de las cifras del lugar par es 0 o múltiplo de 11.

Ej.: El número 121 es divisible por 11:

$$\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 1 \\ 1^{\circ} & 2^{\text{a}} & 3^{\text{a}} \end{array} \quad (1 + 1) - 2 = 0$$

Ej.: 19, 52, 53, 54, 55, 61, 62 y 63.

7.- NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS:

1. Números primos:

Un número es primo cuando es divisible por sí mismo y por la unidad.

2. Números compuestos:

Es compuesto cuando tiene más divisores que él mismo y la unidad.

8.- DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN SUS FACTORES PRIMOS:

Tendremos en cuenta las siguientes normas:

3. Los primeros números primos para hacer la descomposición son: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19,
4. No pasaremos a ver si es divisible por 3, hasta agotar la divisibilidad por 2.
5. No pasaremos a ver si es divisible por 5, hasta que agotemos la divisibilidad por 3.
6. Así seguiremos el proceso hasta acabar la descomposición factorial, que termina cuando el último cociente es 1.
7. El número, que hemos descompuesto, es igual al producto de los factores primos por los que se ha ido dividiendo.

Ej. Resuelto nº 7. Ej.: 25, 27, 70 y 71.

9.- EL MÁXIMO COMÚN DIVISOR DE VARIOS NÚMEROS:

Es el mayor de sus divisores comunes. Suele indicarse así: m.c.d.

Para su cálculo se hace lo siguiente:

1. Se descomponen los números en sus factores primos
2. Se cogen los factores primos comunes elevados al exponente más bajo
3. Se multiplica estos factores entre sí y el número obtenido es el m.c.d.

10.- EL MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO DE VARIOS NÚMEROS :

Es el menor de los múltiplos comunes. Se indica como: m.c.m.

1. Se descomponen los números en sus factores primos
 2. Se cogen los factores primos comunes y no comunes con el exponente más alto.
- Se multiplica estos factores entre sí y el número obtenido es el m.c.m.

Ej. 31, 32, 33, 72, 73 y 74.