

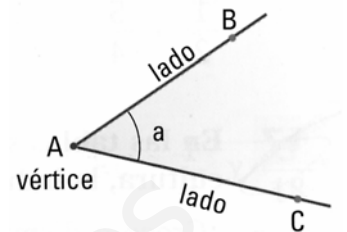
LOS ÁNGULOS Y SU MEDIDA

LOS ÁNGULOS Y SUS ELEMENTOS

Ángulo es la región del plano comprendida entre dos semirrectas (**lados**) que tienen el mismo origen (**vértice**).

Notación: \hat{a} o bien \widehat{BAC}

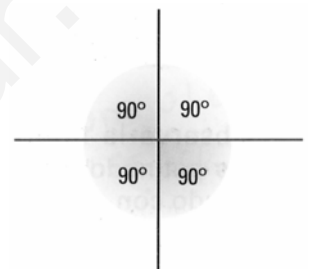
Los ángulos se miden en grados.



CLASES DE ÁNGULOS

Dos rectas perpendiculares definen cuatro ángulos rectos. Los lados de un ángulo recto son dos rectas perpendiculares

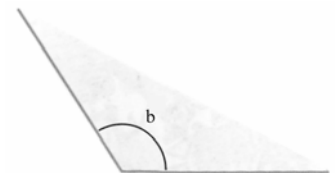
Cada ángulo recto mide 90° . Los ángulos más pequeños que los rectos se denominan agudos y miden menos de 90° y los más grandes que los rectos se denominan obtusos y miden más de 90° .



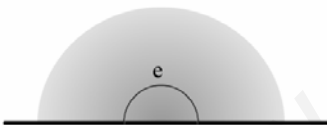
$\hat{a} = 90^\circ$ Recto



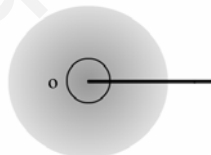
$d < 90^\circ$ Agudo



$b > 90^\circ$ Obtuso



$\hat{e} = 180^\circ$ Llano



$\hat{o} = 360^\circ$ Completo

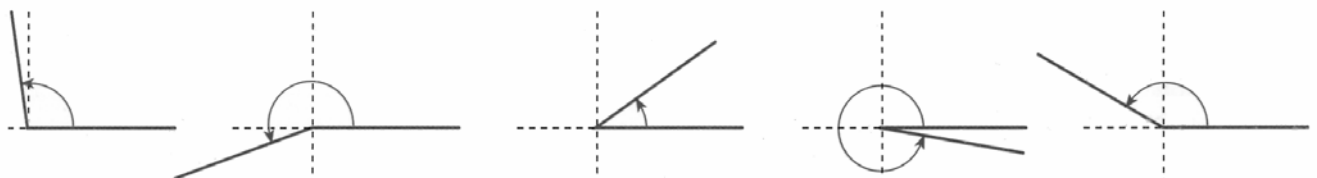
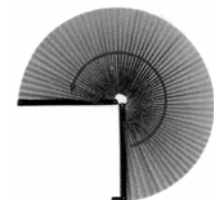


$\hat{u} = 0^\circ$ Nulo

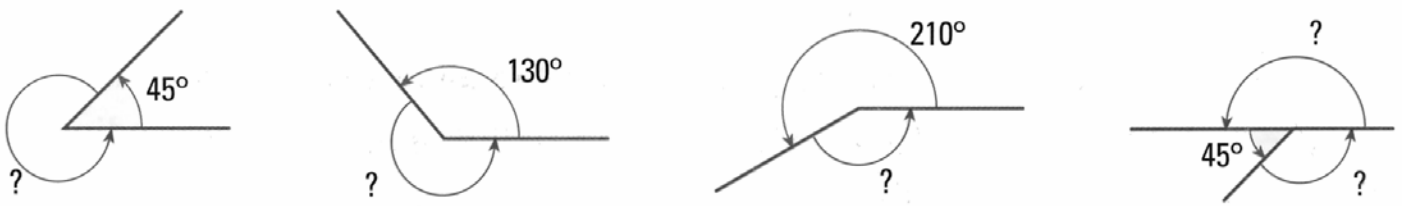
1.- Calcula cuánto mide el ángulo formado por este abanico.

2.- Estima que figura corresponde a cada ángulo.

150° 200° 35° 98° 350°

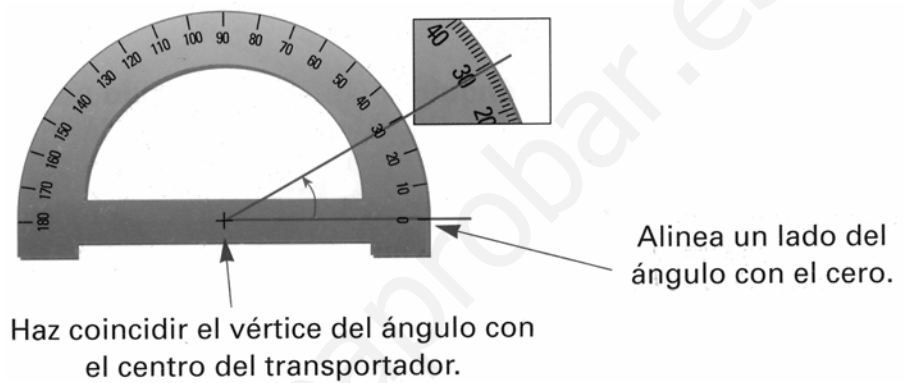


3.- Calcula cuanto miden los ángulos indicados en cada figura.

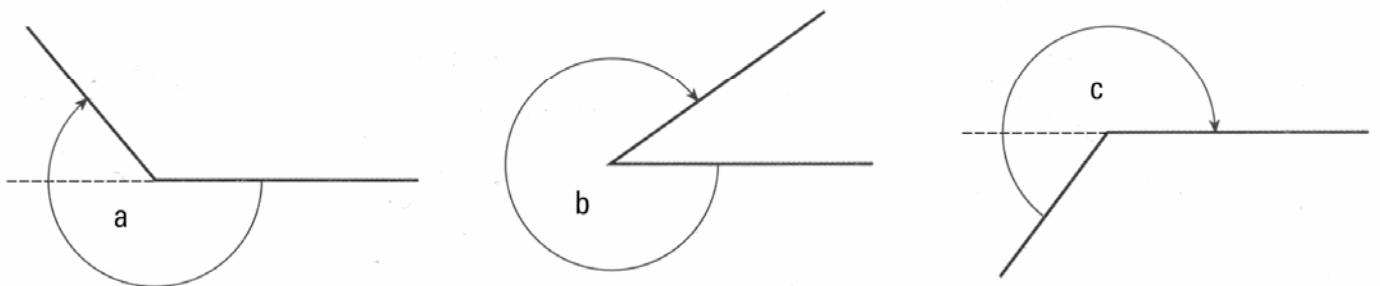


MEDIDA DE ÁNGULOS. EL TRANSPORTADOR

Para medir ángulos usamos el transportador según la figura:



4.- Con la ayuda del transportador calcula la medida de estos ángulos.

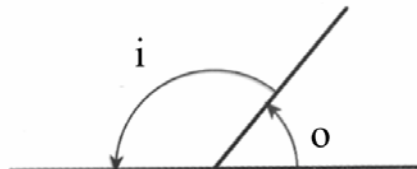
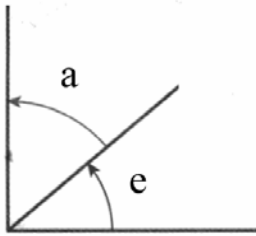


5.- Dibuja en tu cuaderno ángulos de 70°, 110°, 32° y 200°

ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS Y ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

Ángulos complementarios son los que suman un recto (90°)

Ángulos suplementarios son los que suman un llano (180°)



Complementario de $\hat{a} = \hat{e}$

Complementario de $\hat{e} = \hat{a}$

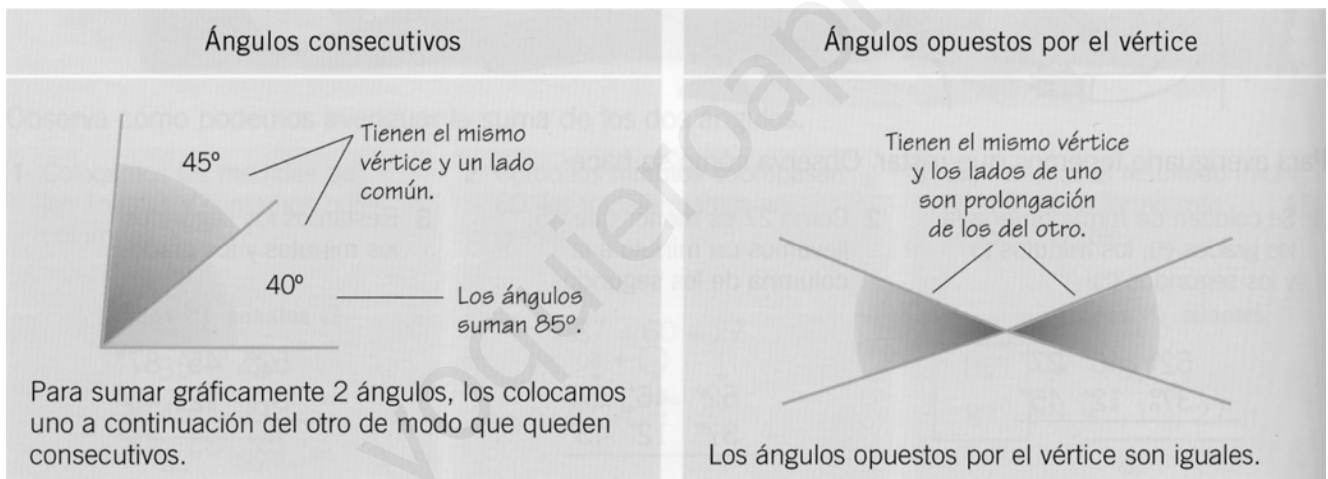
Suplementario de $\hat{i} = \hat{o}$

Suplementario de $\hat{o} = \hat{i}$

Ángulos complementarios

Ángulos suplementarios

ÁNGULOS CONSECUTIVOS Y ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE



Dos ángulos son **consecutivos** si tienen el mismo vértice y un lado en común.

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si tienen el mismo vértice y los lados de uno son la prolongación de los del otro.

6.- Los ángulos \hat{a} y \hat{e} son complementarios. Calcula la medida de \hat{e} en cada uno de los casos siguientes:

$$\hat{a} = 15^\circ$$

$$\hat{a} = 35^\circ$$

$$\hat{a} = 80^\circ$$

$$\hat{a} = 70^\circ$$

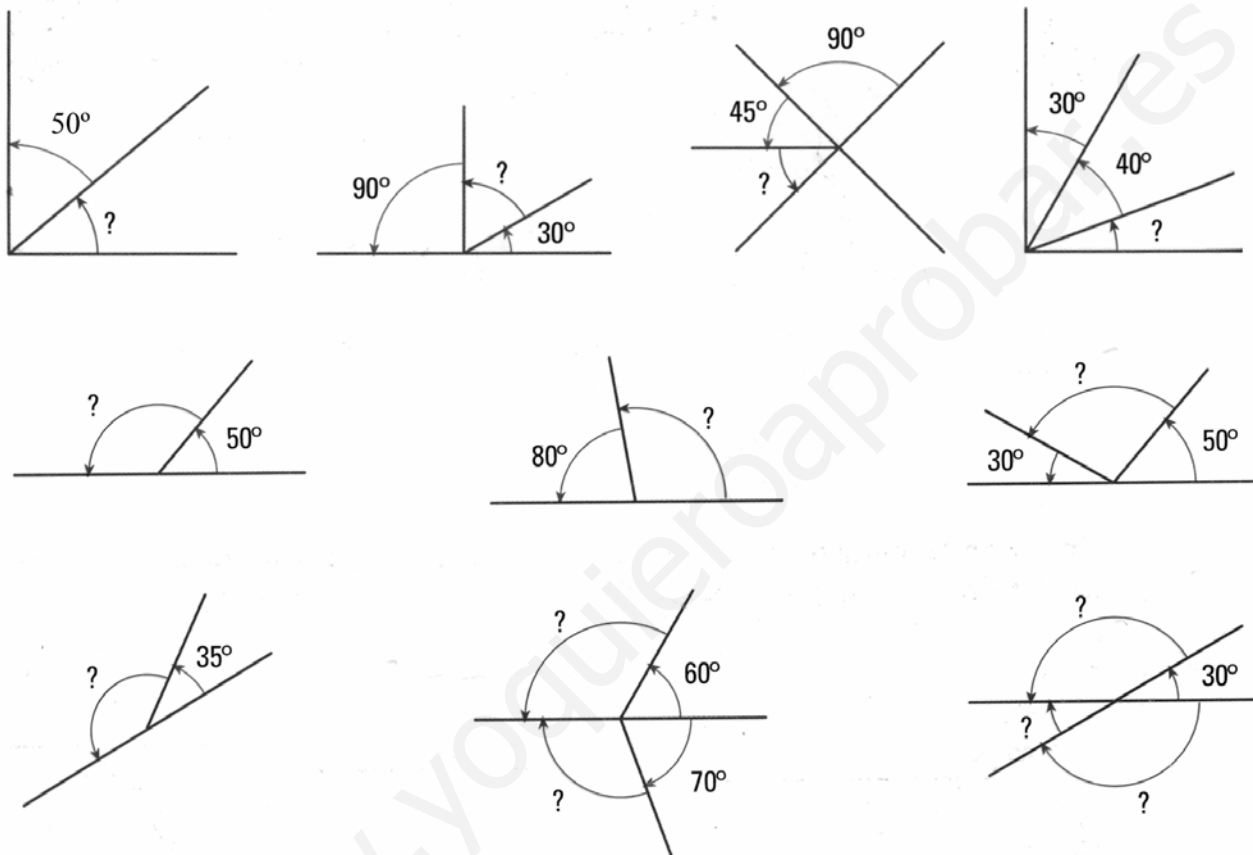
7.- ¿Pueden ser complementarios un ángulo agudo y un ángulo obtuso?

8.- Los ángulos \hat{a} y \hat{e} son suplementarios. ¿Qué clase de ángulo es \hat{e} si \hat{a} es ángulo agudo? ¿Y si \hat{a} fuera recto?

9.-Indica qué ángulos son consecutivos y cuáles son opuestos por el vértice.



10.- Sin utilizar el transportador, calcula los ángulos indicados en cada figura:



MEDIDA DE ÁNGULOS. EL SISTEMA SEXAGESIMAL

La unidad fundamental para medir ángulos es el grado. Un grado es la noventa parte de un ángulo recto.

Para medir ángulos con precisión se utilizan unidades menores que el grado: el minuto y el segundo.

$$1 \text{ grado} = 60 \text{ minutos}$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos}$$

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

La medida de un ángulo se puede expresar de modo complejo e incomplejo.

Expresión incompleja	Expresión compleja
127.048''	35° 17' 28''

Observa como se obtiene una expresión compleja a partir de una incompleja:

127.048" son 2.117' 28".

2.117' son 35° 17'.

Por tanto $127.048'' = 35^\circ 17' 28''$

Las unidades para medir ángulos aumentan y disminuyen de 60 en 60; por eso este sistema de unidades se llama **sistema sexagesimal**.

Para transformar una unidad de medida de ángulos en la unidad inmediata inferior o superior, multiplicamos o dividimos por 60, respectivamente.

11.- Completa estas igualdades:

$5^\circ = \square'$	$1.080' = \square^\circ$	$95^\circ = \square'$	$3.360' = \square^\circ$
$19' = \square''$	$2.700'' = \square'$	$34' = \square''$	$3.780'' = \square'$
$3^\circ = \square''$	$82.800'' = \square^\circ$	$16^\circ = \square''$	$172.800'' = \square^\circ$

12.- Completa la tabla:

7.388"	123' 8"	°	'	"
3.829"	' "	°	'	"
144.085"	' "	°	'	"
97.461"	' "	°	'	"

13.- Expresa las medidas en segundos y luego ordena de mayor a menor los siguientes ángulos:

$84.537''$

$3.536'' 45''$

$28^\circ 56' 9''$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE ÁNGULOS DE ÁNGULOS

Para sumar datos de medida de ángulos, primero colocamos los sumandos haciendo coincidir grados, minutos y segundos, después sumamos. Si los segundos sobrepasan 60, los transformamos en minutos; si los minutos sobrepasan 60, los transformamos en grados.

$$\begin{array}{r}
 35^\circ 48' 12'' \\
 + 45^\circ 39' 23'' \\
 \hline
 80^\circ 87' 35'' \\
 + 1^\circ 60' \\
 \hline
 81^\circ 27'
 \end{array}$$

Al realizar esta suma vemos que los minutos sobrepasan los 60 por lo que a los 87' les restamos 60', es decir el equivalente a 1° que posteriormente lo sumamos a los 80°.

Resultado: **81° 27' 35''**

En el caso de que los minutos hubieran sobrepasado los 120' restaríamos esta cantidad que equivale a 2° para luego sumarlos a los grados.

Para restar datos de medida de ángulos, primero colocamos el minuendo y el sustraendo haciendo coincidir grados, minutos y segundos, después restamos. Si en alguna columna el minuendo es menor que el sustraendo, hacemos transformaciones para que la resta sea posible.

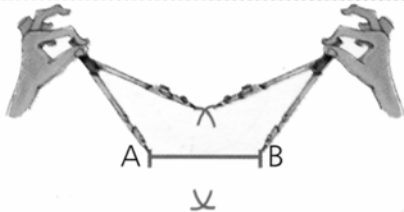
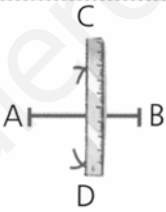
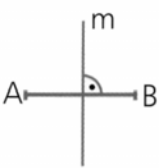
Ejemplo: $52^\circ 46' 27'' - 37^\circ 12' 45''$
 En esta resta comprobamos como a $27''$ no le podemos quitar $45''$ así que de los $46'$ del minuendo cogemos uno y lo transformamos en $60''$ que se los sumamos a los $27''$ iniciales ($27+60=87$) quedando la resta de esta manera ($52^\circ 45' 87'' - 37^\circ 12' 45''$) que si se puede realizar.

14.- Realiza las siguientes operaciones con ángulos:

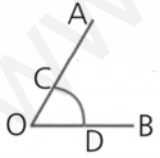
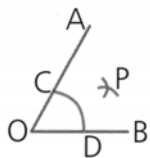
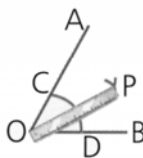
$52^\circ 26' 12'' + 3^\circ 57' 34'' =$	$147^\circ 25' 12'' - 22^\circ 11' 40'' =$
$44^\circ 56'' + 3^\circ 5' 54'' =$	$21^\circ 3' 26'' - 1^\circ 43' 11'' =$
$23^\circ 42' 39'' + 20^\circ 30' 50'' =$	$25^\circ 14'' - 7' 10'' =$

15.- Calcula cuanto mide el ángulo complementario y el suplementario de $\hat{a}=16^\circ 11' 23''$

BISECTRIZ UN ÁNGULO Y MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

 <p>Separa los brazos del compás con centro en los puntos A y B y traza dos arcos, uno a cada lado de la recta.</p>	 <p>Une mediante una recta los puntos C y D determinados por el corte de los arcos.</p>	 <p>Comprueba que la recta m es perpendicular al segmento \overline{AB} y lo corta exactamente en su punto medio.</p>
--	--	---

La recta m recibe el nombre de mediatriz del segmento \overline{AB} .

 <p>Toma como centro el vértice O y traza un arco que corte a los dos lados.</p>	 <p>Toma como centro los puntos C y D y traza dos arcos que se corten en un punto P.</p>	 <p>Traza la semirrecta \overline{OP} y comprueba que el ángulo ha quedado dividido en dos iguales.</p>
---	---	---

La semirrecta OP recibe el nombre de bisectriz del ángulo AOC

Mediatriz de un segmento es la recta perpendicular que lo divide en dos partes iguales.

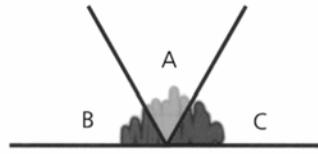
Bisectriz de un ángulo es la semirrecta que, con origen en el vértice, divide al ángulo en dos partes iguales.

LOS ÁNGULOS EN TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS.

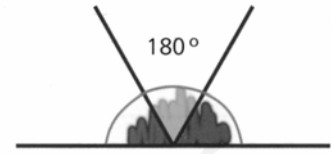
Observa los ángulos del triángulo.



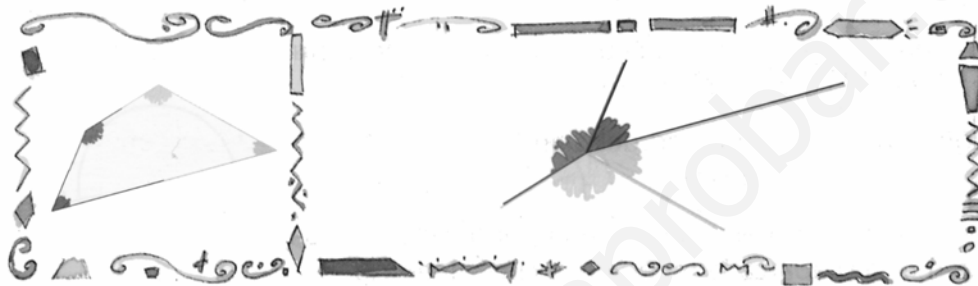
Los hemos recortado y colocado uno a continuación de otro con el vértice común.



Hemos obtenido un ángulo llano de 180° .

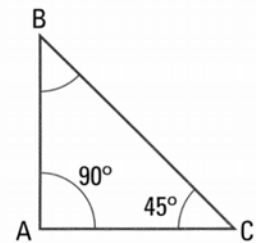
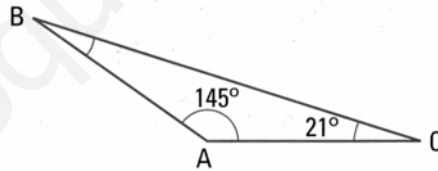
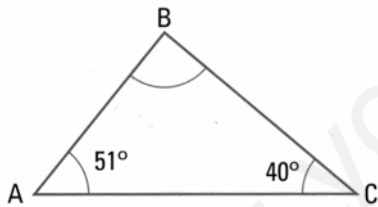


La suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos rectos ó 180° .

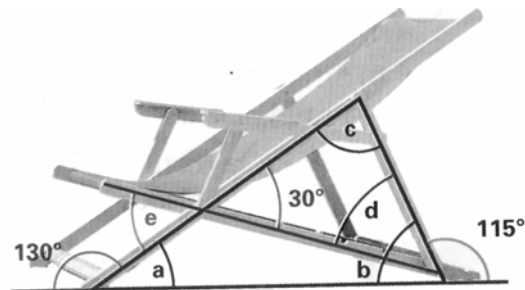


La suma de los ángulos de un cuadrilátero es igual a cuatro rectos ó 360°

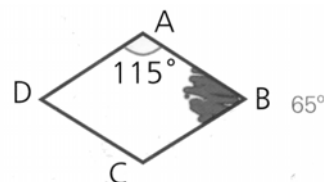
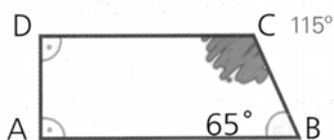
16.- Calcula el valor del ángulo ABC en cada uno de los triángulos.



17.- Observa la figura y calcula el valor de los ángulos a, b, c, d y e:

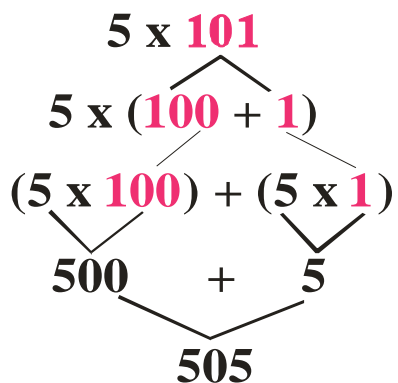


18.- Calcula el valor de todos los ángulos de estos cuadriláteros:



CÁLCULO MENTAL

1.- Multiplicar números por 101

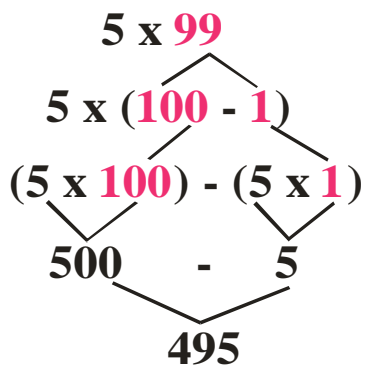


$$\begin{array}{l}
 3 \times 101 = \\
 5 \times 101 = \\
 7 \times 101 = \\
 9 \times 101 = \\
 30 \times 101 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2 \times 101 = \\
 4 \times 101 = \\
 8 \times 101 = \\
 20 \times 101 = \\
 25 \times 101 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1 \times 101 = \\
 6 \times 101 = \\
 10 \times 101 = \\
 15 \times 101 = \\
 40 \times 101 =
 \end{array}$$

2.- Multiplicar números por 99



$$\begin{array}{l}
 3 \times 99 = \\
 5 \times 99 = \\
 7 \times 99 = \\
 9 \times 99 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 2 \times 99 = \\
 4 \times 99 = \\
 8 \times 99 = \\
 20 \times 99 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 1 \times 99 = \\
 6 \times 99 = \\
 10 \times 99 = \\
 30 \times 99 =
 \end{array}$$

LÓGICA

Completa la siguiente serie de ángulos:

