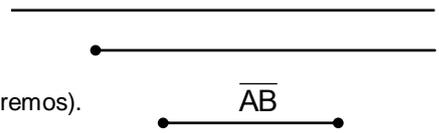


# PROPORCIONALIDAD GEOMÉTRICA

DEF.: Una **recta** es un conjunto infinito de puntos alineados (sobre una línea)

Una **semirrecta** es la mitad de una recta (con inicio y sin fin o al revés).

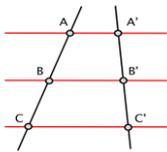
Un **segmento** es una porción de una recta determinado por dos puntos (extremos).



DEF.: Los segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son proporcionales a  $\overline{EF}$  y  $\overline{GH}$  si sus longitudes son proporcionales, es decir:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{GH}} = r \quad r \text{ es la razón de proporcionalidad}$$

## TEOREMA DE TALES

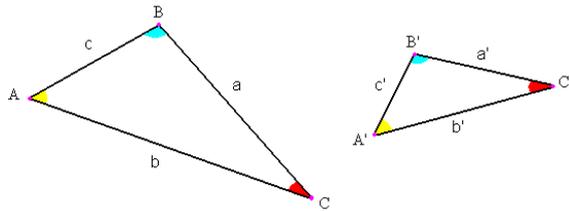


Si dos rectas cualesquiera se cortan por tres rectas paralelas entre sí, los segmentos

obtenidos son proporcionales, es decir,  $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = r$

**Aplicación del teorema de Tales:** dividir un segmento en partes iguales o proporcionales.

DEF.: Dos **triángulos semejantes** si tienen los ángulos correspondientes (homólogos) iguales y los lados correspondientes (homólogos) proporcionales. Es decir:



Los triángulos ABC e A'B'C' son semejantes si:

- los ángulos son iguales:  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}'$  y  $\hat{C} = \hat{C}'$

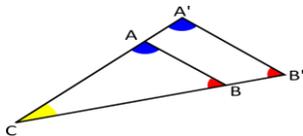
Recuerda:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

- los lados son proporcionales:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} \quad \text{es decir,} \quad \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = r$$

donde  $r$  es la razón de semejanza

## TRIÁNGULOS EN POSICIÓN DE TALES



Dos triángulos están en posición de Tales si tienen un ángulo común y los lados opuestos a este ángulo son paralelos.

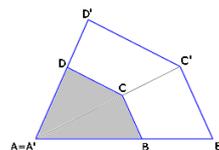
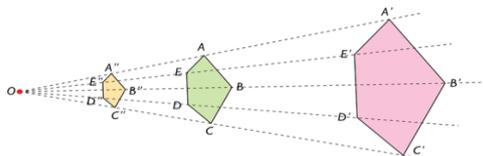
**Dos triángulos en posición de Tales son siempre semejantes.**

## CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Para saber si dos triángulos son semejantes es suficiente con que se cumpla **alguno** de los siguientes criterios:

- si tienen los lados proporcionales,  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  o bien,
- si tienen los ángulos iguales,  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}'$  y  $\hat{C} = \hat{C}'$  o bien,
- si tienen un ángulo igual y los lados que forman el ángulo, son proporcionales  $\hat{A} = \hat{A}'$  y  $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ .

DEF.: Dos **polígonos semejantes** si tienen los ángulos correspondientes iguales y los lados correspondientes proporcionales.  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}'$ ,  $\hat{C} = \hat{C}'$ , ... y  $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dots$



DEF.: La **escala** es la razón de semejanza entre la distancia en una figura representada en un dibujo y la distancia en la figura original real, en el mismo sistema de unidades.

$$\text{escala} = \frac{\text{distancia en la representación}}{\text{distancia en la realidad}} = \frac{1}{a} = 1 : a$$

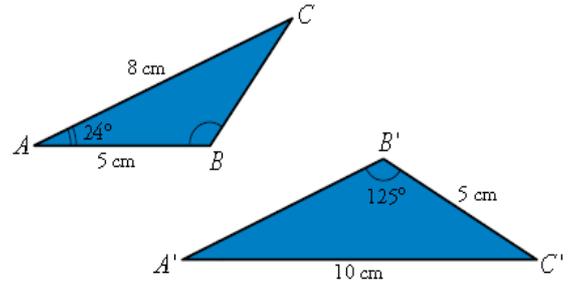
Ej.: Escala numérica: 1:25000

Escala gráfica:

# EJERCICIOS DE SEMEJANZA

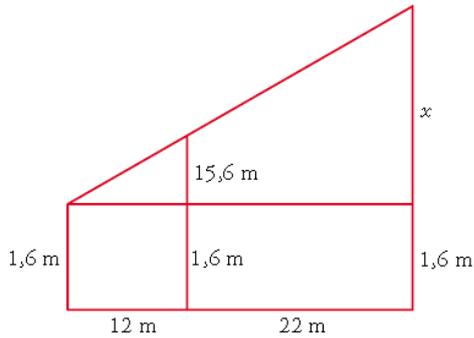
1. Nos aseguran que estos triángulos son semejantes.  
Halla los lados y los ángulos que faltan de cada uno de ellos.

$$A = 24^\circ \quad B' = 125^\circ$$



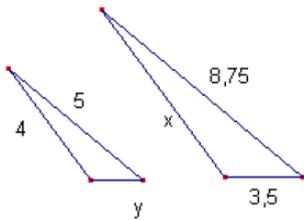
(Solución:  $A' = 24^\circ$   $B = 125^\circ$   $C = C' = 31^\circ$   $a = 4$  cm  $c' = 6.25$  cm)

2. Calcula el valor de x

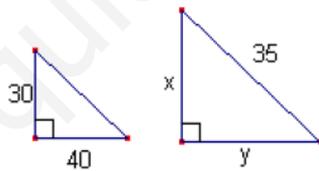


(Solución:  $x = 44,2$  m)

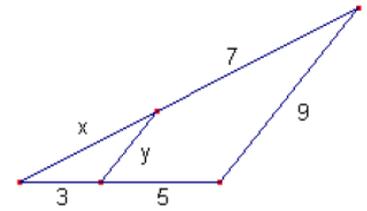
3. Las parejas de triángulos siguientes son semejantes. Determina en cada caso la razón de semejanza y los valores desconocidos:



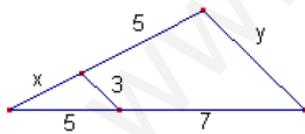
(Solución:  $x = 7$   $y = 2$ )



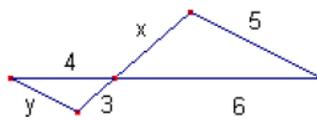
(Solución:  $x = 21$   $y = 28$ )



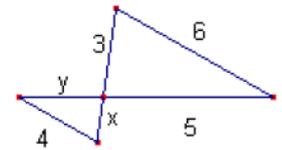
(Solución:  $x = 4,2$   $y = 3,375 \approx 3,38$ )



(Sol.:  $x = 3,571... \approx 3,57$   $y = 7,2$ )

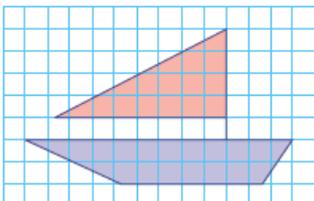


(Sol.:  $x = 4,5$   $y = 3,333... \approx 3,33$ )



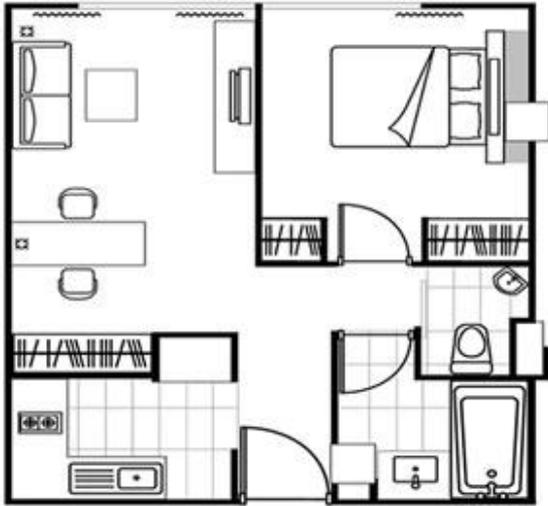
(Sol.:  $x = 2$   $y = 3,333 \approx 3,33$ )

4. Construye un barco semejante al siguiente pero que tenga el doble de tamaño:



# EJERCICIOS DE ESCALAS

1. Calcula las medidas reales del salón-comedor, de la habitación y de la cocina.



Solución:

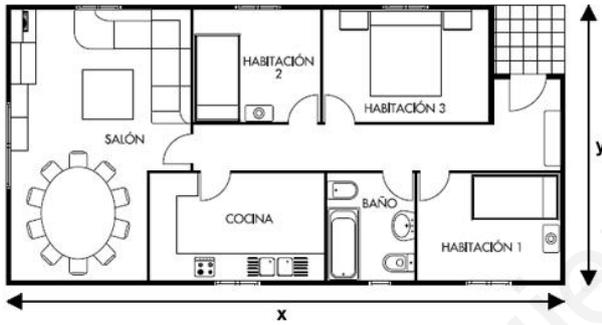
El salón-comedor mide de largo 6,4 m y de ancho aprox. 4,27 m

La habitación mide de largo aprox. 4,67 m y de ancho 4,4 m

La cocina mide de largo aprox. 3,87 m y de ancho aprox. 2,13 m

Escala  
 : 2 m

2. Calcula la medida real de la superficie total de la vivienda.



Solución:

La vivienda mide 14,4 m de largo y 7,20 m de ancho lo que hace una superficie de 103,68 m<sup>2</sup>

Escala 1:200

3. Calcula la distancia real en línea recta entre A Coruña y Barcelona y entre Bilbao y Sevilla.



Solución:

A Coruña dista 950 Km en línea recta de Barcelona y Bilbao de Sevilla aprox. 747, 33 Km