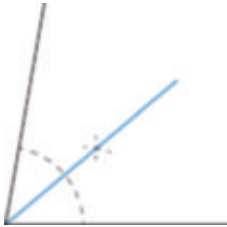


# Cuadriláteros y circunferencia

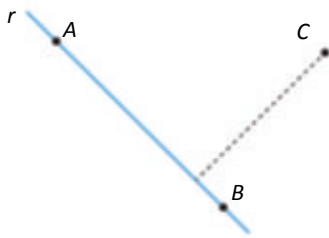
## CLAVES PARA EMPEZAR

1. Dibuja en tu cuaderno un ángulo de  $80^\circ$  y traza su bisectriz.  
¿Qué medida tienen los dos ángulos resultantes?



Cada ángulo mide  $40^\circ$ .

2. Dibuja tres puntos que no estén alineados, traza la recta que pasa por dos de ellos y halla la distancia del punto restante a esa recta.



La distancia de C a la recta  $r$  es de 2,5 cm.

## VIDA COTIDIANA

Las primeras bicicletas empezaron a rodar por nuestras calles y caminos hace varios siglos y no han parado. En la actualidad hay alrededor de 800 millones de bicicletas en el mundo (la mayor parte de ellas en China).

- Teniendo en cuenta la forma que tiene la bicicleta de la ilustración, ¿por qué motivo crees que hay un triángulo en el cuadro de la bicicleta?

Porque el triángulo es la figura más difícil de deformar, lo que le da robustez a la bicicleta.

### RESUELVE EL RETO

Si unimos dos trapecios rectángulos iguales por uno de sus lados, ¿qué figura se obtiene?

Depende del lado por el que los unamos:



Si se unen por los lados que no son bases, se forma un trapecio isósceles o un rectángulo. Si se unen por alguna de las bases, se forma un polígono de 6 lados.

¿Cuántos lados tiene un polígono regular si su lado mide más que su radio?

En un polígono regular se forman triángulos isósceles con dos radios y el lado. Para que el lado sea mayor que los radios, en el triángulo isósceles el ángulo desigual que forman los dos radios, que es un ángulo central, tiene que ser mayor que los otros dos. Esto ocurre cuando ese ángulo es mayor que  $60^\circ$ . De modo que se cumplirá lo que dice el enunciado para triángulos equiláteros, cuadrados y pentágonos regulares.

Dibuja en tu cuaderno esta figura.



Dibujar la figura usando regla y compás.

### ACTIVIDADES

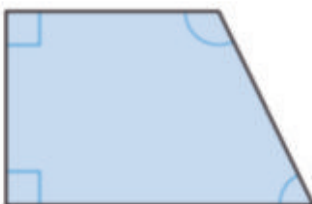
1. Clasifica estos cuadriláteros.



a) Trapezoide.      b) Cuadrado.      c) Trapecio escaleno.

2. ¿Qué cuadrilátero tiene dos ángulos rectos y otros dos de  $64^\circ$  y  $116^\circ$ , respectivamente?

El trapecio rectángulo.



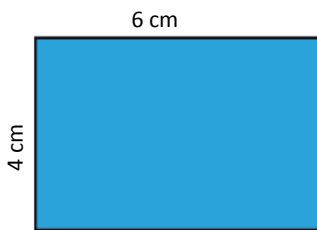
### 3. ¿Puedes dibujar un trapecio cóncavo?

No. Es imposible que en un cuadrilátero con un ángulo cóncavo haya dos lados paralelos.

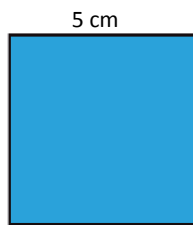
### 4. Construye cada uno de los siguientes paralelogramos.

- Rectángulo de lados 6 y 4 cm.
- Cuadrado de lado 5 cm.
- Rombo de lado 6 cm y ángulo de  $60^\circ$ .

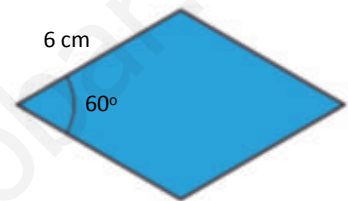
a)



b)



c)



### 5. Construye cada uno de los siguientes paralelogramos.

- Rombo de lado 5 cm y ángulo de  $20^\circ$ .
- Romboide de lados 7 y 5 cm y ángulo de  $60^\circ$ .
- Rectángulo de lados 1 y 5 cm.

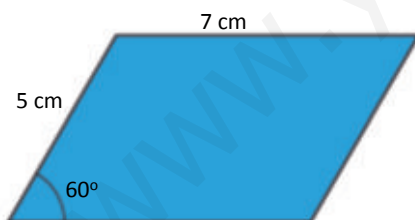
a)



c)



b)



### 6. Calcula la medida de los ángulos del paralelogramo en cada caso:

- Tiene un ángulo de  $50^\circ$ .
- Tiene un ángulo de  $100^\circ$ .
- Tiene un ángulo de  $70^\circ$ .

$$\text{a) } A = C = 50^\circ \quad B = D = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\text{b) } A = C = 100^\circ \quad B = D = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\text{c) } A = C = 70^\circ \quad B = D = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

### 7. ¿Qué paralelogramo tiene un ángulo de 45°?

Rombo o romboide.

### 8. Razona si es verdadero o falso.

- a) Las diagonales de todos los paralelogramos tienen la misma medida.
  - b) Las diagonales de todos los paralelogramos son perpendiculares entre sí.
  - c) Las diagonales de todos los paralelogramos se cortan en sus puntos medios.
- a) Falso. En el caso de los rombos, las diagonales son distintas.  
b) Falso. En los romboides, las diagonales no son perpendiculares.  
c) Verdadero.

### 9. Calcula la medida del ángulo interior de estos polígonos.

- a) Un pentágono regular.
- b) Un heptágono regular.
- c) Un octógono regular.
- d) Un decágono regular.

a) Ángulo interior =  $\frac{180^\circ \cdot (5 - 2)}{5} = 108^\circ$

b) Ángulo interior =  $\frac{180^\circ \cdot (7 - 2)}{7} = 128,57^\circ$

c) Ángulo interior =  $\frac{180^\circ \cdot (8 - 2)}{8} = 135^\circ$

d) Ángulo interior =  $\frac{180^\circ \cdot (10 - 2)}{10} = 144^\circ$

### 10. ¿Qué polígono regular tiene un ángulo interior de 60°? ¿Cuál lo tiene de 150°?

El triángulo equilátero tiene un ángulo interior de 60°.

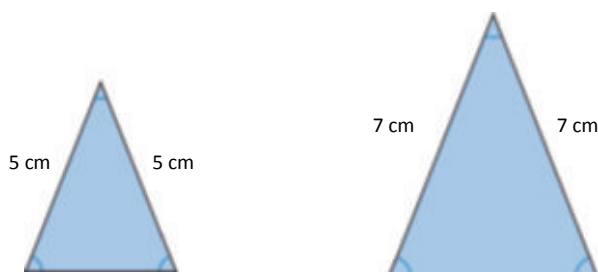
El dodecágono tiene un ángulo interior de 150°.

### 11. ¿Existe algún polígono regular cuyo ángulo interior mida 180°? Razona tu respuesta.

No, no existe, sería una línea recta.

### 12. Dibuja un triángulo cordobés cuyos lados iguales midan 5 cm y otro en el que midan 7 cm.

¿Guardan la razón cordobesa?



En ambos triángulos, los lados guardan esa razón.

13. Dibuja un triángulo cordobés cuyo lado desigual mida 4 cm.



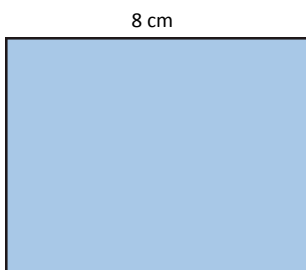
14. ¿Cuánto medirá, aproximadamente, el lado desigual de un triángulo cordobés cuyos lados iguales miden 10 cm?

Medirá aproximadamente  $10 : 1,3 = 7,69$  cm.

15. Los ángulos iguales de un triángulo isósceles miden  $65^\circ$ , ¿es un triángulo cordobés?

El ángulo desigual medirá  $180^\circ - 2 \cdot 65^\circ = 50^\circ$ . No mide  $45^\circ$ , luego no es un triángulo cordobés.

16. Construye un rectángulo cordobés que tenga un lado que mida 8 cm.



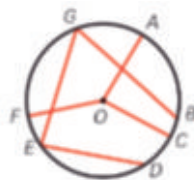
17. En un rectángulo cordobés, su lado mayor mide 10 cm. ¿Cuánto medirá su otro lado?

Su otro lado medirá  $10 : 1,3 = 7,69$  cm.

18. Mide los lados de este rectángulo. ¿Es un rectángulo cordobés?

$3,5 \text{ cm} : 2 \text{ cm} = 1,5$ . La razón entre sus lados no es el número cordobés; no es un rectángulo cordobés.

19. Indica el nombre de los elementos de esta circunferencia.



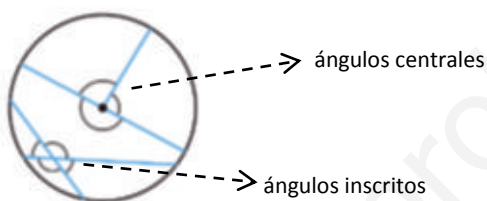
$OA$ ,  $OC$  y  $OF$  son radios.

$BG$ ,  $DE$  y  $EG$  son cuerdas.

20. Dibuja una circunferencia de radio 4,5 cm y traza dos diámetros, dos radios y dos cuerdas.

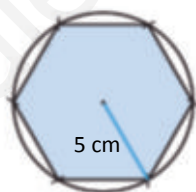


21. De los ángulos que se forman en esta circunferencia, indica cuáles son ángulos centrales y cuáles son inscritos.



22. Construye un hexágono regular cuyo radio mida 5 cm.

Se dibuja una circunferencia de radio 5 cm y sobre ella se hacen marcas con un compás con una apertura de 5 cm. Se unen las marcas.



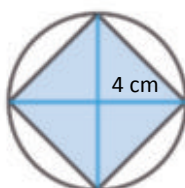
23. Construye un hexágono regular cuyo lado mida 4 cm.

Se dibuja una circunferencia de radio 4 cm y sobre ella se hacen marcas con un compás con una apertura de 4 cm. Se unen las marcas.

El dibujo es análogo al del ejercicio anterior.

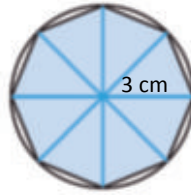
24. Construye un cuadrado cuyas diagonales midan 8 cm.

Se dibuja una circunferencia de 4 cm de radio y se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí. Se unen los extremos de los diámetros.



**25. Construye un octógono regular cuyo radio mida 3 cm.**

Se dibuja una circunferencia de 3 cm de radio y se trazan dos diámetros perpendiculares entre sí y sus bisectrices. Se unen los extremos de los diámetros y las bisectrices.

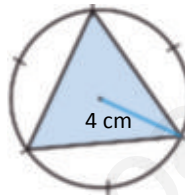


**26. Construye los siguientes triángulos equiláteros.**

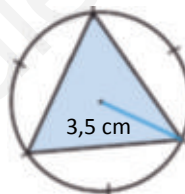
a) Su radio es 4 cm.

b) El diámetro de la circunferencia circunscrita es 7 cm.

a) Se dibuja una circunferencia de radio 4 cm y sobre ella se hacen marcas con un compás con una apertura de 4 cm. Se unen las marcas alternas.



b) Se dibuja una circunferencia de radio 3,5 cm y sobre ella se hacen marcas con un compás con una apertura de 3,5 cm. Se unen las marcas alternas.



**27. Traza un hexágono regular inscrito en una circunferencia. Después, traza los tres diámetros que unen sus vértices opuestos. ¿En cuántos triángulos queda descompuesto el hexágono? Comprueba que todos los triángulos formados son equiláteros.**



El hexágono queda descompuesto en 6 triángulos.

Los triángulos son equiláteros, ya que en un hexágono el lado y el radio son iguales y cada triángulo está formado por un lado y dos radios, con lo que sus tres lados miden igual.

**28. Divide una circunferencia en doce partes iguales:**

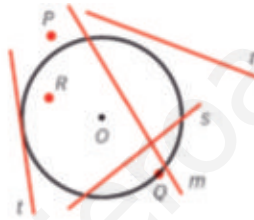
- a) ¿Cuántos grados mide cada arco que se forma?
- b) Une cada dos puntos consecutivos. ¿Qué polígono regular se forma?  
¿Cuánto mide su ángulo central?

Para dividir la circunferencia, se marcan los vértices de un hexágono y se dibujan 3 diámetros uniendo vértices opuestos. Se dibujan las bisectrices de los ángulos formados.

- a)  $360 : 12 = 30^\circ$
- b) Se forma un dodecágono regular. Cada ángulo central mide  $360 : 12 = 30^\circ$ .



**29. Observa el dibujo e indica la posición relativa de los puntos de color rojo y las rectas respecto de la circunferencia.**



- P es un punto exterior.
- R es un punto interior.
- r es una recta exterior.
- Q es un punto de la circunferencia.
- m es una recta secante.
- t es una recta tangente.

**30. El diámetro de una circunferencia es 4,8 cm. Halla la posición relativa de una recta que dista del centro de esta:**

- a)  $d = 2,3 \text{ cm}$
- b)  $d = 2,4 \text{ cm}$
- c)  $d = 3 \text{ cm}$

El radio de la circunferencia es de  $r = 4,8 : 2 = 2,4 \text{ cm}$

- a)  $r > 2,3 \rightarrow$  La recta es secante.
- b)  $r = 2,4 \rightarrow$  La recta es tangente.
- c)  $r < 3 \rightarrow$  La recta es exterior.

**31. ¿Cómo encontrarías el centro de una circunferencia que no lo tiene señalado?**

Dibujamos una recta tangente a la circunferencia en cualquier punto. Trazamos el diámetro de la circunferencia en ese punto, que es perpendicular a la recta tangente. Finalmente, hallamos el punto medio del diámetro trazando su mediatriz. Ese punto es el centro de la circunferencia.

**32. ¿En cuántos sectores circulares de  $45^\circ$  se puede dividir un círculo?**

$360 : 45 = 8 \rightarrow$  Un círculo puede dividirse en 8 sectores circulares de  $45^\circ$ .



33. La rueda de una bicicleta tiene 60 radios. Calcula la amplitud del sector circular formado por:

- a) Dos radios consecutivos.  
b) El primero y el sexto.

a)  $360 : 60 = 6^\circ$

b) Abarcan 5 sectores circulares  $\rightarrow 6 \cdot 5 = 30^\circ$

34. Calcula la amplitud del sector circular que forman las agujas de un reloj a las siguientes horas.

- a) Las cinco.  
b) Las cinco y media.  
c) Las nueve y cuarto.

Minutero

60 min  $\rightarrow 360^\circ$

1 min  $\rightarrow x$

$x = 6^\circ$ . La aguja del minutero recorre  $6^\circ$  cada minuto.

$y = 0,5^\circ$ . La aguja horaria recorre  $0,5^\circ$  cada minuto.

a) Minutero:  $0^\circ$

Horaria:  $5 \cdot 60 \cdot 0,5 = 150^\circ$

Ángulo:  $150^\circ$

Horaria

12  $\cdot$  60 min  $\rightarrow 360^\circ$

1 min  $\rightarrow y$

b) Minutero:  $30 \cdot 6 = 180^\circ$

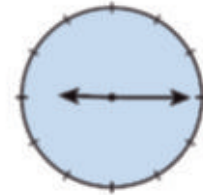
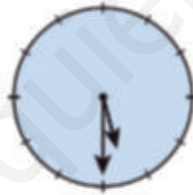
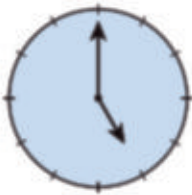
Horaria:  $(5 \cdot 60 + 30) \cdot 0,5 = 165^\circ$

Ángulo:  $180 - 165 = 15^\circ$

c) Minutero:  $15 \cdot 6 = 90^\circ$

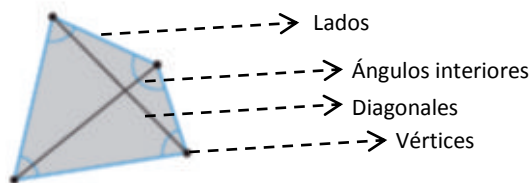
Horaria:  $(9 \cdot 60 + 15) \cdot 0,5 = 277,5$

Ángulo:  $277,5 - 90 = 187,5^\circ$



## ACTIVIDADES FINALES

35. Copia en tu cuaderno este cuadrilátero y señala sus lados, sus diagonales, sus vértices y sus ángulos interiores.



36. Clasifica los siguientes cuadriláteros en función del paralelismo de sus lados.



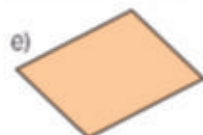
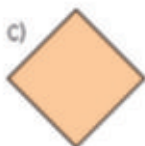
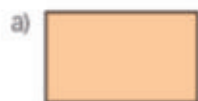
a) Trapecio rectángulo.

c) Trapezoide rectángulo convexo.

b) Trapezoide convexo.

d) Romboide.

37. Clasifica estos cuadriláteros en función de sus ángulos y del paralelismo de sus lados.



a) Rectángulo.

d) Trapecio rectángulo.

b) Trapecio isósceles.

e) Romboide.

c) Cuadrado.

38. Determina si los siguientes enunciados corresponden a un cuadrado, un rectángulo o un rombo.

a) Sus diagonales son perpendiculares, de distinta medida y se cortan en sus puntos medios.

b) Sus diagonales son iguales, son perpendiculares y se cortan en sus puntos medios.

c) Sus diagonales se cortan en un punto medio.

d) Sus diagonales tienen la misma medida, no son perpendiculares y se cortan en sus puntos medios.

a) Rombo.

c) Romboide.

b) Cuadrado.

d) Rectángulo.

39. Indica si las afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Si un paralelogramo tiene un ángulo recto, todos sus ángulos son rectos.

b) Si un cuadrilátero tiene un ángulo recto, tendrá al menos otro ángulo recto.

c) Si un cuadrilátero tiene dos diagonales iguales, es un paralelogramo.

d) Hay cuadriláteros que no son paralelogramos y que tienen las diagonales iguales.

e) Un cuadrilátero que no sea paralelogramo puede tener dos ángulos rectos.

f) Un cuadrilátero que no sea paralelogramo puede tener tres ángulos rectos.

a) Verdadero.

b) Falso. Un trapezoide puede tener un ángulo recto y todos los demás distintos.

c) Falso. Los trapecios isósceles tienen sus dos diagonales iguales y no son paralelogramos.

d) Verdadero. Los trapezios isósceles.

e) Verdadero. El trapecio rectángulo.

f) Falso. Si un cuadrilátero tiene 3 ángulos rectos, el cuarto también lo tiene que ser. Es decir, debería ser un cuadrado o un rectángulo, que son paralelogramos.

**40. ¿En qué cuadriláteros las diagonales se cortan en sus puntos medios?**

En los paralelogramos.

**41. ¿En qué cuadriláteros, no paralelogramos, las diagonales son iguales?**

Trapezios isósceles.

**42. Razona si es verdadero o falso.**

- a) Un cuadrado es, al mismo tiempo, un rombo.
- b) Las diagonales de un rombo son iguales.
- c) Los ángulos opuestos de un romboide son iguales.
- d) Las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio.
- e) Un rectángulo se puede dividir en dos cuadrados.
- f) Un rombo está compuesto por dos triángulos isósceles.

a) Verdadero, porque tiene las características de los rombos: lados iguales y ángulos iguales dos a dos.

b) Falso.

c) Verdadero.

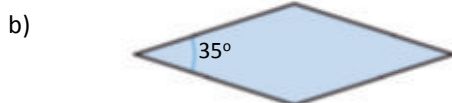
d) Verdadero.

e) Falso. Esto solo ocurre si el lado mayor mide el doble que el lado menor.

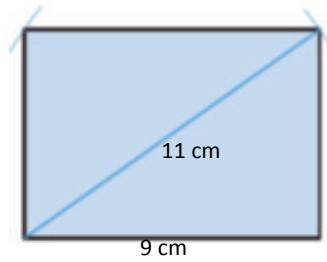
f) Verdadero. Cualquiera de sus diagonales divide al rombo en dos triángulos isósceles.

**43. Dibuja estos paralelogramos.**

- a) Un romboide con un ángulo de  $30^\circ$ .
- b) Un rombo con un ángulo de  $35^\circ$ .
- c) Un rectángulo de base 9 cm y diagonal 11 cm.



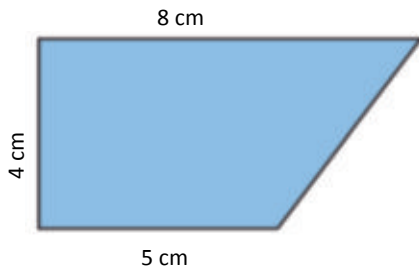
- c) Se dibuja la base y se trazan líneas perpendiculares a cada extremo de la base. Con un compás apoyado en cada uno de los extremos, dibujamos un radio de 9 cm que corte a las líneas perpendiculares trazadas. Unimos esos cortes.



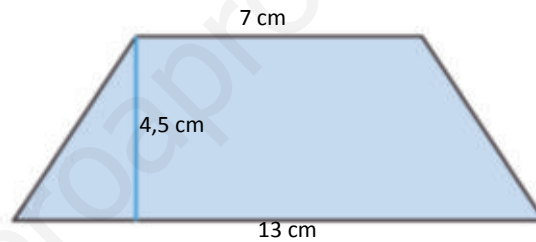
**44. Dibuja los siguientes trapecios.**

- a) Trapecio rectángulo de bases 5 y 8 cm, y altura 4 cm.  
 b) Trapecio isósceles de bases 7 y 13 cm, y altura 4,5 cm.

a)



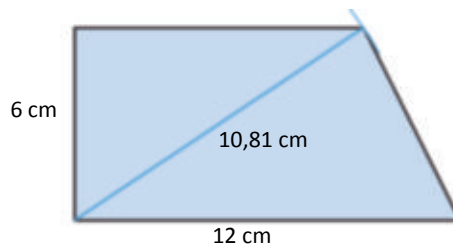
b)



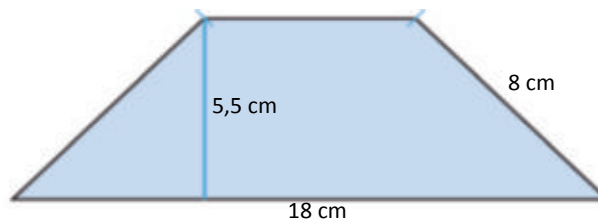
**45. Construye estos trapecios.**

- a) Trapecio rectángulo de base mayor 12 cm, altura 6 cm y diagonal menor 10,81 cm.  
 b) Trapecio isósceles de base mayor 18 cm, altura 5,5 cm y lado oblicuo 8 cm.

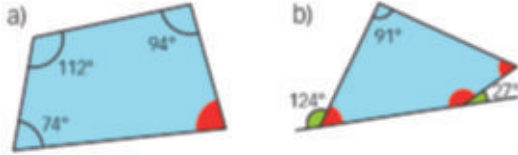
- a) Se traza la base mayor de 12 cm y en uno de los extremos se dibuja un segmento perpendicular a ella con medida de 6 cm. En ese mismo extremo se coloca el compás con una apertura de 10,81 cm y se dibuja un arco. Del extremo del segmento vertical, se traza una línea paralela a la base mayor hasta que corte el arco. Ese punto se une con el otro extremo de la base mayor.



- b) Se traza la base mayor. Se dibuja una recta paralela a ella y separada 5,5 cm. En los extremos de la base se coloca el compás con una apertura de 8 cm y se trazan dos arcos que corten a la recta paralela. Se unen esos puntos con los extremos de la base.



46. Calcula el valor de los ángulos desconocidos.



a) En un cuadrilátero la suma de los ángulos debe ser  $360^\circ$ .

$$360^\circ - (112^\circ + 74^\circ + 94^\circ) = 80^\circ$$

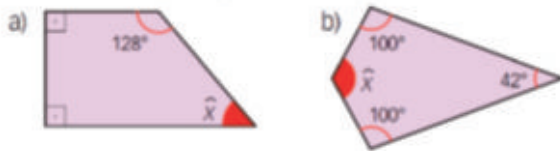
b) Nombramos los ángulos de izquierda a derecha:  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

$$A = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - 27^\circ = 153^\circ$$

$$C = 360^\circ - (91^\circ + 56^\circ + 153^\circ) = 60^\circ$$

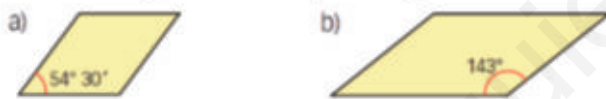
47. Calcula el ángulo que falta en cada uno de los cuadriláteros.



a)  $X = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$

b)  $X = 360^\circ - (100^\circ + 100^\circ + 42^\circ) = 118^\circ$

48. Halla los ángulos de cada paralelogramo.



a) Si  $\hat{B}$  es el ángulo opuesto al ángulo conocido, entonces  $\hat{B} = 54^\circ 30'$ . Como los ángulos son iguales dos a dos,  
 $A = C = 180^\circ - 54^\circ 30' = 125^\circ 30'$ .

b) Si  $A$  es el ángulo opuesto al ángulo conocido, entonces  $A = 143^\circ$ . Como los ángulos son iguales dos a dos,  
 $\hat{B} = C = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$ .

49. Uno de los ángulos de un rombo mide  $38^\circ$ . ¿Cuánto mide el resto de los ángulos?

$$A = C = 38^\circ$$

$$\hat{B} = D = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$$

50. En un romboide un ángulo mide  $115^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros tres?

$$A = 115^\circ$$

$$\hat{B} = C = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

51. Un ángulo de un trapecio rectángulo mide  $126^\circ$ . ¿Cuánto miden los demás ángulos?

$$\hat{B} = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

$$A = C = 90^\circ$$

52. Los dos ángulos iguales de un trapezio isósceles miden  $42^\circ$ . ¿Cuánto miden el resto de ángulos?

Por ser trapezio isósceles, los dos ángulos restantes también son iguales. Además, la suma de todos los ángulos es  $360^\circ$ . Por tanto:

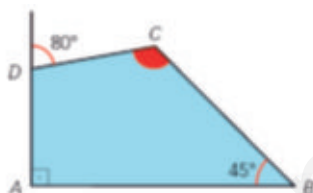
$$A = \hat{B} = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$$

53. En un trapezio isósceles, un ángulo mide  $53^\circ$ . ¿Cuánto miden los otros tres ángulos?

Por ser trapezio isósceles, los ángulos son iguales dos a dos. Además, la suma de todos los ángulos es  $360^\circ$ . Por tanto, si  $C$  es el ángulo opuesto al ángulo conocido:

$$C = 53^\circ \quad A = \hat{B} = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$$

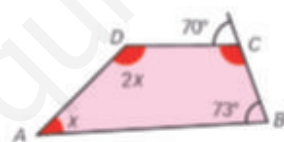
54. Calcula el valor del ángulo  $\hat{C}$  marcado en el cuadrilátero dibujado a la derecha.



$$D = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$C = 360^\circ - (100^\circ + 90^\circ + 45^\circ) = 125^\circ$$

55. Calcula el valor de los ángulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{C}$  y  $\hat{D}$ .



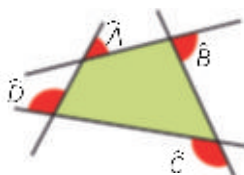
$$C = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$A + D = 360^\circ - (73^\circ + 110^\circ) = 177^\circ \rightarrow x + 2x = 177 \rightarrow 3x = 177 \rightarrow x = 177 : 3 = 59$$

$$A = 59^\circ$$

$$D = 2 \cdot 59^\circ = 118^\circ$$

56. ¿Cuánto vale la suma de los ángulos exteriores indicados en la figura?

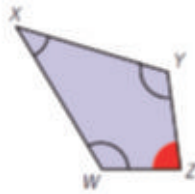


$$(180^\circ - A) + (180^\circ - B) + (180^\circ - C) + (180^\circ - D) = 360^\circ$$

$$4 \cdot 180^\circ - 360^\circ = A - B - C + D \rightarrow A - B - C + D = 360^\circ$$

57. Halla el valor de  $\hat{Z}$  sabiendo que:

- $\hat{X}$  es complementario de  $55^\circ$ .
- $\hat{Y}$  es suplementario de  $58^\circ$ .
- $\hat{W}$  es el triple de  $\hat{X}$ .



$$X = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

$$Y = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

$$W = 3 \cdot X = 3 \cdot 35^\circ = 115^\circ$$

$$Z = 360^\circ - (X + Y + W) = 360^\circ - (35^\circ + 122^\circ + 115^\circ) = 88^\circ$$

58. En un dodecágono regular, averigua:

- Lo que mide el ángulo central correspondiente a dos radios consecutivos.
- La suma de todos los ángulos interiores.
- La medida de cada uno de los ángulos interiores.

a)  $360^\circ : 12 = 30^\circ$

b)  $360^\circ$

c) Ángulo interior =  $\frac{180^\circ \cdot (12 - 2)}{12} = 150^\circ$

59. Calcula la suma de los ángulos interiores de estos polígonos.

- Pentágono regular.
- Hexágono regular.
- Octógono regular.
- Eneágono regular.

a) La suma de los ángulos interiores =  $5 \cdot \frac{180^\circ \cdot (5 - 2)}{5} = 180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$

b) La suma de los ángulos interiores =  $6 \cdot \frac{180^\circ \cdot (6 - 2)}{6} = 180^\circ \cdot 4 = 720^\circ$

c) La suma de los ángulos interiores =  $8 \cdot \frac{180^\circ \cdot (8 - 2)}{8} = 180^\circ \cdot 6 = 1080^\circ$

d) La suma de los ángulos interiores =  $9 \cdot \frac{180^\circ \cdot (9 - 2)}{9} = 180^\circ \cdot 7 = 1260^\circ$

60. Halla el valor del ángulo central de:

- Un icoságono regular.
- Un pentadecágono regular.

a) Un icoságono tiene 20 lados  $\rightarrow$  Ángulo central =  $360^\circ : 20 = 18^\circ$

b) Un pentadecágono tiene 15 lados  $\rightarrow$  Ángulo central =  $360^\circ : 15 = 24^\circ$

61. Calcula el número de lados de un polígono regular cuya medida del ángulo central es:

- $36^\circ$
- $30^\circ$
- $40^\circ$
- $27^\circ 41' 32,3''$

a)  $360^\circ : 36^\circ = 10 \rightarrow$  10 lados (decágono).

b)  $360^\circ : 30^\circ = 12 \rightarrow$  12 lados (dodecágono).

c)  $360^\circ : 40^\circ = 9 \rightarrow$  9 lados (eneágono).

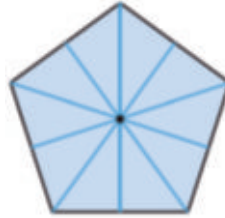
d)  $360^\circ : (27^\circ 41' 32,3'') = 1296000'' : 99692,3'' = 13 \rightarrow$  13 lados (tridecágono).

62. Esta figura se ha obtenido trazando las diagonales de un hexágono regular. Construye en tu cuaderno una figura igual, dibujando un hexágono regular inscrito en una circunferencia de 6 cm de radio.

Compruebe que las figuras obtenidas por los alumnos son iguales a la ofrecida en el libro.

63. ¿Cómo calcularías el centro de un pentágono regular?

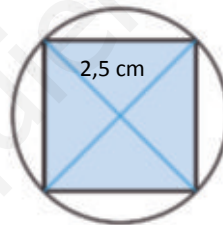
El centro es el punto de corte de los segmentos que unen cada vértice del pentágono con la mitad del lado opuesto.



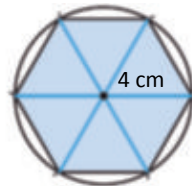
64. Dibuja estos polígonos regulares, trazando una circunferencia y dividiéndola en partes iguales.

- a) Un cuadrado cuyas diagonales midan 5 cm.
- b) Un hexágono de lado 4 cm.
- c) Un octógono cuya diagonal mida 8 cm.

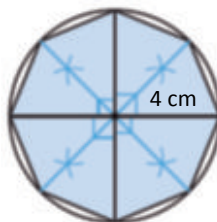
a) Se dibuja una circunferencia de radio 2,5 cm y se trazan dos diámetros paralelos entre sí dividiendo la circunferencia en 4 partes iguales. Se unen los extremos de los diámetros para obtener el cuadrado.



b) Se dibuja una circunferencia de radio 4 cm con un compás. Apoyando el compás en la circunferencia con la misma apertura, se hace una marca en la circunferencia; apoyándolo en esa marca, se traza otra... y así hasta tener las 6 marcas. Se une cada marca con la opuesta (son diámetros), quedando la circunferencia dividida en 6 partes iguales por 3 diámetros. Se unen las marcas consecutivamente para obtener el hexágono.



c) Se dibuja una circunferencia de 4 cm de radio. Se dibujan dos diámetros perpendiculares y se trazan sus bisectrices, quedando la circunferencia dividida en 8 partes iguales. Se unen los extremos de los diámetros para formar el octógono.

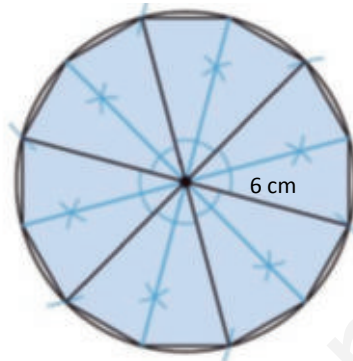




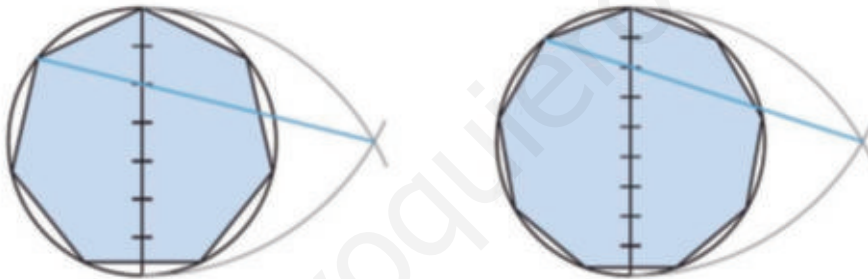
65. Construye un dodecágono regular dividiendo una circunferencia de 12 cm de diámetro en doce partes iguales.

Se dibuja una circunferencia de radio 6 cm con un compás. Apoyando el compás en la circunferencia con la misma apertura, se hace una marca en la circunferencia; apoyándolo en esa marca, se traza otra... y así hasta tener 6 marcas. Se une cada marca con la opuesta (son diámetros), quedando la circunferencia dividida en 6 partes iguales por 3 diámetros. Se hallan las bisectrices de los ángulos formados por dos diámetros, quedando la circunferencia dividida en 12 partes iguales.

Se unen los extremos de los diámetros para obtener el dodecágono.



67. Dibuja en tu cuaderno un heptágono y un eneágono regular.



68. Identifica en esta figura.

- Los radios.
- Los diámetros.
- Las cuerdas.

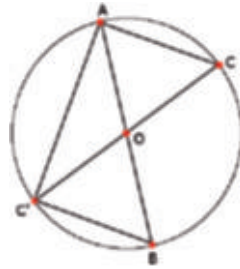


- $OA, OB, OC, OD$  y  $OE$ .
- $AC$  y  $BD$ .
- $CB$  y  $DE$ .

69. Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio. Señala su centro,  $O$ . Elige tres puntos de la circunferencia  $A, B$  y  $C$  de forma que  $AB$  sea un diámetro y  $AC$ , una cuerda. Traza un diámetro de la circunferencia desde  $C$  y llama  $C'$  al punto de corte con la circunferencia. Une  $C'$  con  $A$  y  $B$ . ¿Cuántas cuerdas y arcos obtienes?

Se obtienen 3 cuerdas:  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AC'}$ ,  $\overline{BC'}$

Se obtienen 4 arcos:  $AC$ ,  $CB$ ,  $BC'$ ,  $C'A$



70. Si el radio de una circunferencia mide 3 cm, responde razonadamente.

a) ¿Cuánto mide el diámetro?

b) ¿Entre qué valores se sitúan las medidas de las cuerdas?

a) El doble, 6 cm.

b) De 0 cm (los dos extremos de la cuerda coinciden) a 6 cm (la cuerda coincide con el diámetro).

71. Indica los ángulos centrales y los ángulos inscritos en la figura.



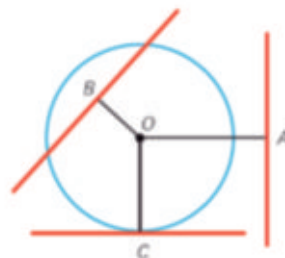
Ángulos centrales:



Ángulos inscritos:



72. En la siguiente circunferencia se han trazado una recta exterior, una recta secante y una tangente. También se han dibujado los segmentos perpendiculares a las rectas indicadas desde el centro, O, de la circunferencia.



Compara los segmentos  $OA$ ,  $OB$  y  $OC$  con el radio,  $r$ , y escribe el signo  $<$ ,  $>$  o  $=$ , según corresponda.

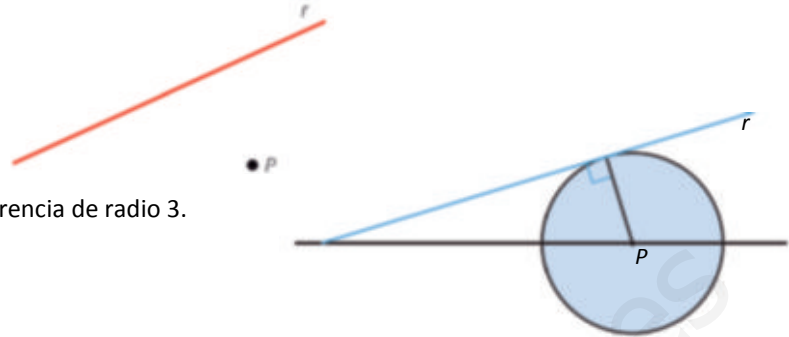
a)  $\overline{OA} \square r$     b)  $\overline{OB} \square r$     c)  $\overline{OC} \square r$

a)  $>$

b)  $<$

c)  $=$

73. Si la distancia del punto  $P$  a la recta  $r$  es de 3 cm, ¿cómo podrías trazar una circunferencia de centro  $P$  que fuese tangente a la recta  $r$ ? ¿Cuál sería el valor del radio?



Con centro en  $P$  se traza una circunferencia de radio 3.

El radio que pasa por  $P$  y corta a  $r$  es perpendicular a la recta  $r$ .

74. Dibuja dos circunferencias:

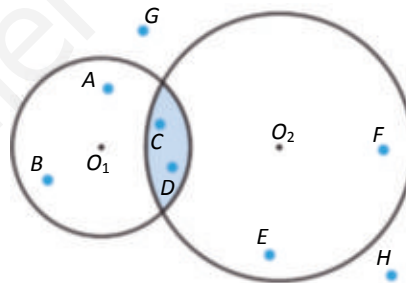
- Una circunferencia  $C_1$  de radio 4 cm y centro  $O_1$ .
- Y otra,  $C_2$ , de radio 6 cm y centro  $O_2$ .

Hazlo de forma que la distancia entre los centros de las dos circunferencias sea de 8 cm.

- a) Señala dos puntos interiores respecto a  $C_1$  y a la vez exteriores respecto a  $C_2$ .
- b) Señala dos puntos interiores respecto a  $C_1$  y a la vez interiores respecto a  $C_2$ .
- c) Señala los puntos que pertenezcan a ambas circunferencias.
- d) Señala dos puntos interiores respecto a  $C_2$  y a la vez exteriores respecto a  $C_1$ .
- e) Señala dos puntos exteriores respecto a  $C_1$  y a la vez exteriores respecto a  $C_2$ .

- a) A, B
- b) C, D
- c) C,

- d) E, F
- e) G, H

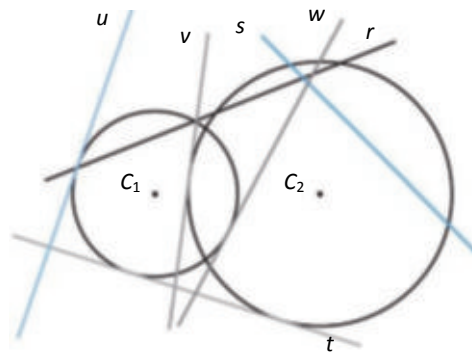


75. Dibuja dos circunferencias:

- Una circunferencia  $C_1$  de radio 5 cm y centro  $O_1$ .
- Y otra,  $C_2$ , de radio 8 cm y centro  $O_2$ .

Hazlo de forma que la distancia entre los centros de las dos circunferencias sea de 10 cm.

- a) Traza una recta secante a  $C_1$  que también lo sea a  $C_2$ .
- b) Traza una recta secante a  $C_2$  que no lo sea a  $C_1$ .
- c) Traza una recta tangente a  $C_1$  y a  $C_2$ .
- d) Traza una recta tangente a  $C_1$  que no sea tangente a  $C_2$ .
- e) Traza una recta que sea secante a  $C_1$  y tangente a  $C_2$ .
- f) Traza una recta tangente a  $C_1$  y secante a  $C_2$ .



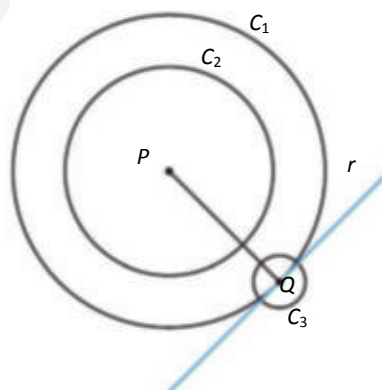
- |        |        |
|--------|--------|
| a) $r$ | d) $u$ |
| b) $s$ | e) $v$ |
| c) $t$ | f) $w$ |

76. Marca en tu cuaderno un punto  $P$  y traza una recta  $r$  que esté a 6 cm de  $P$ . Señala en  $r$  el punto  $Q$  tal que  $PQ$  sea perpendicular a  $r$ . Sitúa los siguientes elementos en el mismo dibujo:

- Una circunferencia  $C_1$  de radio 6 cm y centro en  $P$ .
- Una circunferencia  $C_2$  de radio 4 cm y centro en  $P$ .
- Una circunferencia  $C_3$  de radio 1 cm y centro en  $Q$ .

- a) ¿Cuál es la posición relativa de  $C_1$  y  $C_2$ ?
- b) ¿Y la posición relativa de  $r$  y  $C_2$ ?
- c) Determina la posición relativa de  $C_1$  y  $r$ .
- d) ¿Cuál es la posición relativa de  $C_3$  y  $r$ ?

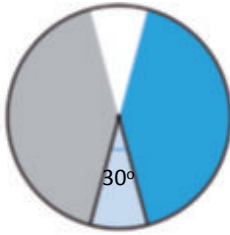
- |                                |                                     |
|--------------------------------|-------------------------------------|
| a) $C_2$ es interior a $C_1$ . | c) $r$ es tangente a $C_1$ en $Q$ . |
| b) $r$ es exterior a $C_2$ .   | d) $r$ es secante a $C_3$ .         |



77. Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y traza en ella las siguientes figuras.

- a) Dos semicírculos que tengan en común un sector de  $30^\circ$  de amplitud.
- b) Dos sectores consecutivos de distinta amplitud cuya unión sea un semicírculo.
- c) Cuatro sectores de  $40^\circ$  alternando con otros cuatro de  $50^\circ$ .

a)



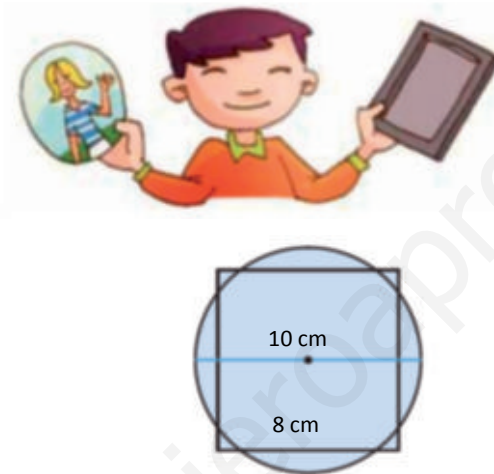
b)



c)



78. Tengo una fotografía circular, de radio 5 cm, que quiero enmarcar en un marco cuadrado, de 8 cm de lado. ¿Quedará tapada alguna zona de la fotografía?



El marco tiene unas dimensiones de 8 cm de ancho por 8 cm de alto. Como la foto tiene un diámetro de 10 cm, quedarían tapadas las áreas de la foto delimitadas por los lados del marco (cuerdas) y los arcos de la circunferencia delimitados por los puntos de corte del cuadrado del marco.

79. La llanta de las ruedas de un coche tiene un diseño en el que aparecen seis radios distribuidos regularmente. Calcula la amplitud entre dos radios consecutivos.

$$360^\circ : 6 = 60^\circ \text{ de amplitud}$$

Los radios dividen la rueda en 6 sectores de  $60^\circ$  cada uno.

80. En la noria que hay instalada en un parque de atracciones, la amplitud entre cada una de las cabinas es de  $18^\circ$ . Calcula el número de cabinas que tiene la noria.

$$360^\circ : 18 = 20 \text{ cabinas}$$

81. La finca de Andrés tiene forma de paralelogramo, pero, en los planos, sus dimensiones no aparecen con números, sino que han utilizado estas expresiones. Calcula las medidas de cada lado.



En los romboides los lados opuestos son iguales.

$$5y - 10 = 3y + 20 \rightarrow 5y - 3y = 10 + 20 \rightarrow 2y = 30 \rightarrow y = 30 : 2 \rightarrow y = 15$$

$$5x - 3 = 4x + 6 \rightarrow 5x - 4x = 3 + 6 \rightarrow x = 9$$

Las bases miden 65 cm ( $5 \cdot 15 - 10 = 65$ ). Y los lados oblicuos, 42 cm ( $5 \cdot 9 - 3 = 42$ ).

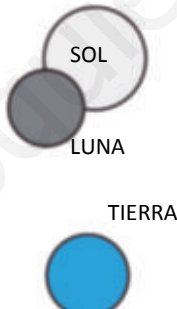
82. Un eclipse de Sol se produce cuando la Luna se interpone entre el Sol y la Tierra. Haz un esquema donde se detallen las posiciones relativas que pueden tener los tres astros en un eclipse de Sol.



La Luna es exterior al Sol:



La Luna es secante con el Sol:



La Luna es interior al Sol:



83. Copia en tu cuaderno la figura siguiente y dibuja una circunferencia que sea tangente a las dos. Explica cómo lo haces.

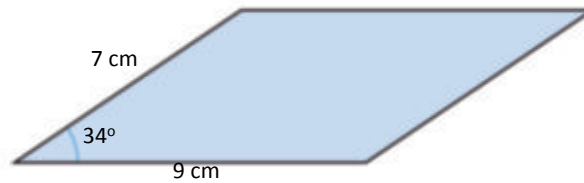
Elegimos una distancia cualquiera,  $r$ . Trazamos, con centro en  $C_1$ , y radio  $r_1 + r$ , un arco, a un lado de la línea que une los centros de las dos circunferencias. Trazamos otro arco con centro en  $C_2$ , y radio  $r_2 + r$ . El punto de corte de los dos arcos será el centro de la circunferencia buscada y su radio será  $r$ .

84. Traza la circunferencia a la que pertenece cada uno de los siguientes arcos. Para ello señala tres puntos de cada arco.

En ambos casos el proceso a seguir es el mismo. Se eligen tres puntos cualesquiera del arco. Se trazan los segmentos que unen el primer punto con el segundo y el segundo punto con el tercero. Después, se obtienen las mediatrices de ambos segmentos. El punto de corte de ambas es el centro de la circunferencia y el radio la distancia a uno cualquiera de los tres puntos.

## DEBES SABER HACER

1. Dibuja un romboide con un ángulo de  $34^\circ$  y dos segmentos de longitudes 7 y 9 cm.



2. Un ángulo de un rombo mide  $40^\circ$ . Calcula el valor del resto de ángulos del rombo.

El ángulo opuesto mide también  $40^\circ$ . Los otros dos ángulos miden cada uno  $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ .

3. En un cuadrilátero ABCD se sabe que  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $\hat{B} = 80^\circ$  y  $\hat{C} = 70^\circ$ . Calcula lo que mide el ángulo  $\hat{D}$ .  
¿Qué clase de cuadrilátero es?

$\hat{D} = 360^\circ - 90^\circ - 80^\circ - 70^\circ = 120^\circ$ . Es un trapecoide.

4. Calcula la medida de los ángulos interiores de un octógono regular.

$180^\circ \cdot 6 = 1080^\circ$ ;  $1080^\circ : 8 = 135$ . Cada ángulo interior mide  $135^\circ$ .

5. Dibuja una circunferencia de radio 4 cm y señala:

- Un radio.
- Un diámetro.
- Una cuerda.



6. Dibuja una circunferencia de 5 cm de radio y traza en ella las siguientes figuras.

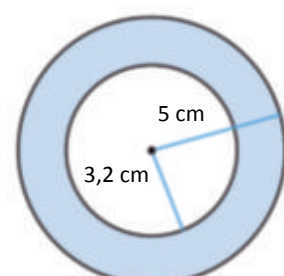
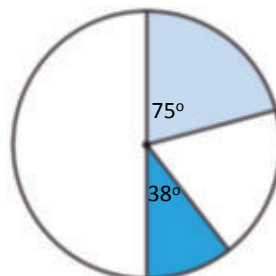
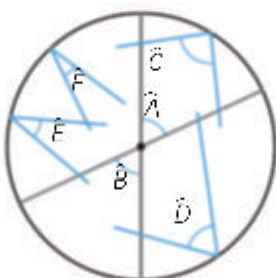
- Dos ángulos centrales de  $65^\circ$  opuestos por el vértice.
- Ángulos inscritos tomando cuatro puntos de la circunferencia.
- Un sector de  $75^\circ$  y otro de  $38^\circ$  de amplitud y no consecutivos.
- Una corona cuya circunferencia menor tenga 3,2 cm de radio.

a) A y B

b) C, D, E y F

c)

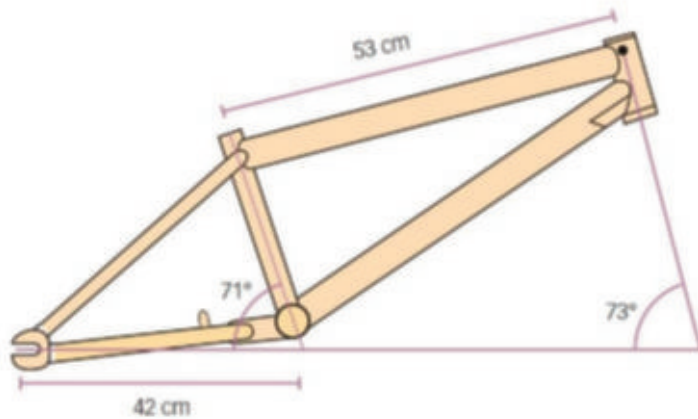
d)



**COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana**

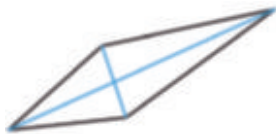
85. Desde la aparición de las primeras bicicletas, la evolución de este medio de transporte no ha cesado, tanto en los materiales utilizados como en su diseño.

Estos son los planos reales del diseño de una bicicleta actual.



- a) ¿Cómo se podría reforzar el cuadrilátero que forma parte del cuadro? Realiza un dibujo para indicarlo.
- b) Uno de los diseños más actuales es el cuadro formado por dos triángulos isósceles que forman un cuadrilátero. En estos casos se suele hacer todo el cuadro del mismo material, añadiendo al diseño las dos diagonales para reforzarlo. Si en el diseño que muestra las figuras, las diagonales miden 24 y 88 centímetros, ¿qué longitud total tienen todas las varillas que forman el cuadro añadiendo sus diagonales?

a) Añadiendo la diagonal mayor.



- b)  $2 \cdot 53 \text{ cm} + 2 \cdot 42 \text{ cm} + 24 \text{ cm} + 88 \text{ cm} = 302 \text{ cm}$   
 La longitud total de las varillas es de 302 cm.



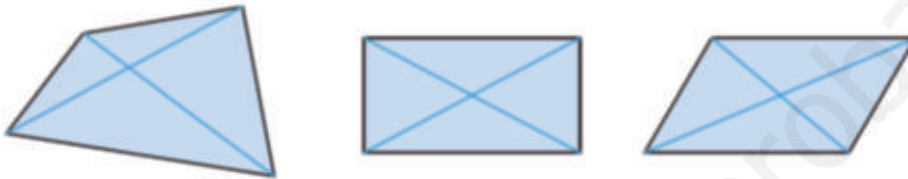
## FORMAS DE PENSAR. RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

86. Considera dos segmentos  $AB$  y  $CD$ . Dibújalos en diferentes posiciones (paralelos, secantes, perpendiculares), y combina estas situaciones variando a su vez sus longitudes: primero iguales y después distintas. Une los extremos en cada una de las situaciones e indica qué tipo de cuadrilátero obtienes.

Paralelos: se obtienen trapezios. Si miden lo mismo, se obtienen paralelogramos.



Secantes: se obtienen trapezoides. Si miden lo mismo y se cortan en sus puntos medios, se obtienen rectángulos o romboides.



Perpendiculares: se obtienen trapezoides. Si se cortan en sus puntos medios, se obtienen rombos o cuadrados en el caso que midan lo mismo.



87. Responde razonadamente y dibuja los polígonos a los que se hace referencia.

- a) ¿Cuántos rombos se pueden construir con un ángulo de  $20^\circ$ ?  
 b) ¿Y si añadimos la condición de que el lado del rombo mida 6 cm?

a) Infinitos, porque el lado podría ser de cualquier medida.



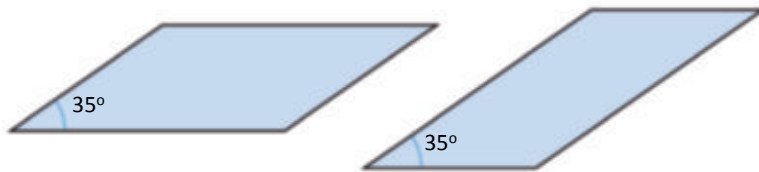
b) Un único rombo.



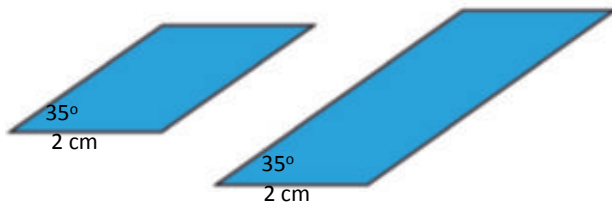
88. Responde razonadamente y dibuja los polígonos a los que se hace referencia.

- a) ¿Cuántos romboides se pueden construir con un ángulo de  $35^\circ$ ?  
 b) ¿Y con un ángulo de  $35^\circ$  y un segmento de 2 cm?  
 c) ¿Y con un ángulo de  $35^\circ$  y dos segmentos de 2 y 5 cm?

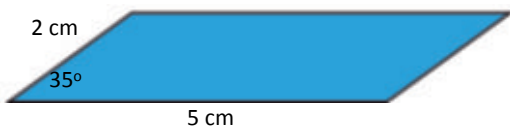
a) Infinitos, porque los lados podrían ser de cualquier medida.



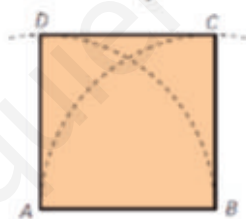
b) Infinitos, porque el otro segmento podría ser de cualquier medida.



c) Uno solo.



89. Explica paso a paso cómo se ha construido el cuadrado de la derecha. ¿Qué datos eran necesarios como mínimo para construirlo?



Se han trazado desde cada extremo del segmento  $AB$  un arco con radio la longitud de dicho segmento. Luego se han trazado segmentos perpendiculares a cada extremo de  $AB$  hasta cortar con esos arcos y se han unido los puntos.

Es necesaria la medida del segmento  $AB$ , el lado del cuadrado.

## PRUEBAS PISA

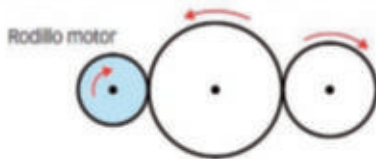
90. Una constructora ha diseñado una urbanización en forma de pentágono regular de 20 m de lado y 15 m de radio. En el diseño han situado cada vivienda en el punto medio del lado del pentágono regular, tal y como muestra el plano. Quieren construir una valla para dotar a cada casa de un terreno triangular. ¿Cuántos metros de valla necesitan para toda la urbanización?



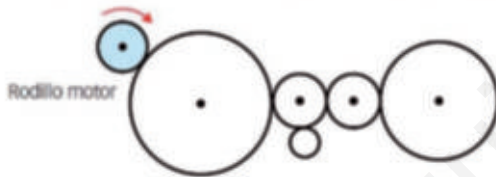
$$5 \cdot 15 \text{ m} + 5 \cdot 20 \text{ m} = 175 \text{ m}$$

Necesitarán 175 m de valla.

91. Existen muchas máquinas basadas en sistemas de rodillos que giran de una forma concreta. Habitualmente uno de los rodillos es el que está conectado al motor y hace girar a los demás.



- a) ¿Qué posición relativa deben tener los rodillos dos a dos para que el sistema funcione?  
b) A continuación tienes el sistema de rodillos de una nueva máquina. ¿Qué rodillo o rodillos girarán en el mismo sentido que el rodillo motor, y cuáles girarán en sentido opuesto?



(Adaptación PISA 2003)

- a) Deben ser tangentes entre sí.

b)

