1. **[1 punto]** Usa las igualdades notables para desarrollar y simplificar las siguientes expresiones:

   a) $\left(\frac{1}{3}x-\frac{9}{2}\right)^2$; b) $\left(2x^2+\frac{1}{2}x\right)^2$

2. **[1,5 puntos]** Factorizar el polinomio $x^5-13x^3+12x^2$. Indica cuáles son sus raíces.

3. **[1 punto]** Hallar el valor de k para que al dividir el polinomio $4x^4-6x^3+8x^2+kx+1$ entre $x-\frac{1}{2}$, el resto sea igual a 4.

4. **[2 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado. Simplifica las soluciones obtenidas

   a) $\frac{1}{2}\left(x^2+1\right)-2\left(1+2x\right)=-\frac{x+5}{4}-7$; b) $\frac{-2x\left(x+1\right)}{5}-\frac{x+1}{2}-\frac{36}{5}=x^2-\frac{8x+12}{2}$

5. **[2,5 puntos]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más adecuado.

   a) $\begin{cases}\frac{2\left(x-3\right)}{3}+x=-\frac{y}{15}\\ \frac{y+1}{2}-2\left(x-1\right)=3\end{cases}$; b) $\begin{cases}2x-y=1\\ -6x+\frac{y}{3}=5\end{cases}$

   Del segundo sistema representa gráficamente cada una de las ecuaciones para observar que el punto de corte de ambas coincide con la solución del sistema.

6. **[1 punto]** Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno?

7. **[1 punto]** Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman x+1 baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote.

www.yoquieroaprobar.es

Soluciones

1. **[1 punto]** Usa las igualdades notables para desarrollar y simplificar las siguientes expresiones:

   a) $\left(\frac{1}{3}x-\frac{9}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-2\cdot\frac{1}{3}x\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{1}{9}x^2-3x+\frac{81}{4}$

   b) $\left(2x^2+\frac{1}{2}x\right)^2=\left(2x^2\right)^2+2\cdot 2x^2\cdot\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{2}x\right)^2=4x^4+2x^3+\frac{1}{4}x^2$

2. **[1,5 puntos]** Factorizar el polinomio $x^5-13x^3+12x^2$. Indica cuáles son sus raíces.
   En primer lugar extraemos factor común: $x^5-13x^3+12x^2=x^2\left(x^3-13x+12\right)$. Ahora aplicamos la regla de Ruffini al polinomio $x^3-13x+12$.

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 0 & -13 & 12 \\
1 & & 1 & 1 & -12 \\
\hline
 & 1 & 1 & -12 & 0 \\
3 & & 3 & 12 & \\
\hline
 & 1 & 4 & 0 & \\
-4 & & -4 & & \\
\hline
 & 1 & 0 & &
\end{array}$$

   Entonces $x^3-13x+12=(x-1)(x-3)(x+4)$. Por tanto $x^5-13x^3+12x^2=x^2(x-1)(x-3)(x+4)$. Las raíces del polinomio son $x=0$ (doble), $x=1$, $x=3$ y $x=-4$.

3. **[1 punto]** Hallar el valor de k para que al dividir el polinomio $4x^4-6x^3+8x^2+kx+1$ entre $x-\frac{1}{2}$, el resto sea igual a 4.

$$\begin{array}{c|cccc|c}
 & 4 & -6 & 8 & k & 1 \\
\frac{1}{2} & & 2 & -2 & 3 & \frac{k+3}{2} \\
\hline
 & 4 & -4 & 6 & k+3 & \boxed{\frac{k+3}{2}+1}
\end{array}$$

   Como el resto ha de ser igual a 4, tenemos que $\frac{k+3}{2}+1=4\Rightarrow k+3+2=8\Rightarrow k=3$.

4. **[2 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado.

   a) $\frac{1}{2}\left(x^2+1\right)-2(1+2x)=-\frac{x+5}{4}-7$; $2\left(x^2+1\right)-8(1+2x)=-(x+5)-28$;
   $2x^2+2-8-16x=-x-5-28$; $2x^2-15x+27=0$. El discriminante es:

   $\Delta=(-15)^2-4\cdot 2\cdot 27=225-216=9$. Por tanto $x=\frac{15\pm 3}{2\cdot 2}=\begin{cases} x_1=\frac{18}{4}\Rightarrow x_1=\frac{9}{2} \\ x_2=\frac{12}{4}\Rightarrow x_2=3 \end{cases}$

www.yoquieroaprobar.es

b) $\frac{-2x(x+1)}{5}-\frac{x+1}{2}-\frac{36}{5}=x^2-\frac{8x+12}{2}$; $-4x(x+1)-5(x+1)-72=10x^2-5(8x+12)$;

$-4x^2-4x-5x-5-72=10x^2-40x-60$; $-14x^2+31x-17=0$. El discriminante es:

$\Delta=31^2-4\cdot(-14)\cdot(-17)=961-952=9$. Por tanto: $x=\frac{-31\pm 3}{2\cdot(-14)}=\begin{cases} x_1=\frac{-28}{-28}\Rightarrow x_1=1 \\ x_2=\frac{-34}{-28}\Rightarrow x_2=\frac{17}{14}\end{cases}$

5. **[2,5 puntos]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más adecuado.

a) $\begin{cases}\frac{2(x-3)}{3}+x=-\frac{y}{15} \\ \frac{y+1}{2}-2(x-1)=3\end{cases}$; $\begin{cases}10(x-3)+15x=-y \\ y+1-4(x-1)=6\end{cases}$; $\begin{cases}10x-30+15x=-y \\ y+1-4x+4=6\end{cases}$; $\begin{cases}25x+y=30 \\ -4x+y=1\end{cases}$. Restando ambas ecuaciones se tiene que $29x=29\Rightarrow x=1$. Sustituyendo en la segunda ecuación: $-4+y=1\Rightarrow y=5$.

b) $\begin{cases}2x-y=1 \\ -6x+\frac{y}{3}=5\end{cases}$; $\begin{cases}2x-y=1 \\ -18x+y=15\end{cases}$;

$\begin{cases}y=2x-1 \\ y=18x+15\end{cases}$ Resolviendo por igualación:

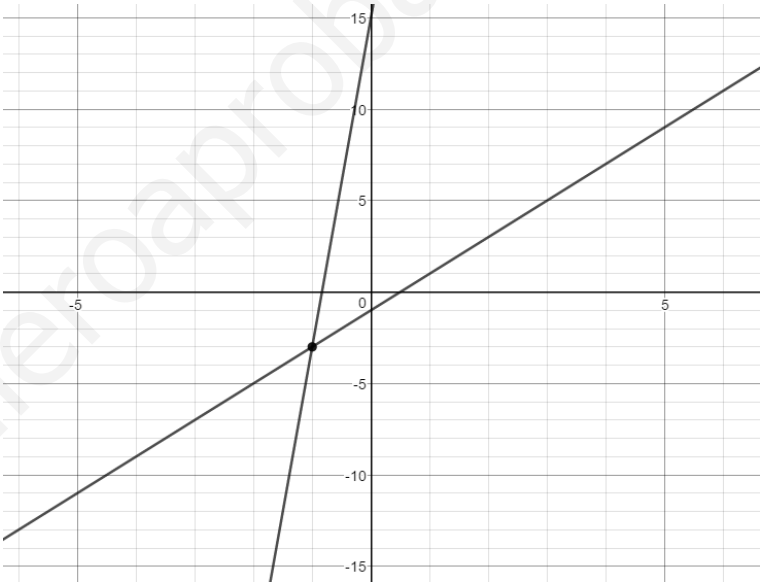
$2x-1=18x+15$; $-16x=16$; $x=-1$.

Sustituyendo en la primera ecuación:

$y=2\cdot(-1)-1\Rightarrow y=-3$

Tablas de valores:

	$y=2x-1$			$y=18x+15$	
x	-1	0		-1	0
y	-3	-1		-3	15



6. **[1 punto]** Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Si llamamos x a la edad de Nuria, la edad de Javier será $x+27$. Según el enunciado podemos plantear la siguiente ecuación: $x+27+8=2(x+8)$. Resolviendo la ecuación: $x+35=2x+16\Rightarrow x=19$.

Por tanto, Javier tiene 46 años y Nuria 19.

7. **[1 punto]** Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman x+1 baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote.

El cuadrado de x baldosas por lado posee x^2 baldosas. El cuadrado de $x+1$ baldosas por lado tiene $(x+1)^2$ baldosas. En el primer caso el lote lo formarán x^2+27 baldosas pues sobran 27, y en el segundo caso el lote estará formado por $(x+1)^2-40$ baldosas pues faltan 40. Esto quiere decir que $x^2+27=(x+1)^2-40$. Resolviendo la ecuación anterior: $x^2+27=x^2+2x+1-40$; $-2x=1-40-27$; $-2x=-66$; $x=33$.

Por tanto el lote está formado por $x^2+27=33^2+27=1116$ baldosas.

www.yoquieroaprobar.es