1. **[2 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado y el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa las soluciones gráficamente y en forma de intervalo.

a) $\frac{x^2}{2}-\frac{3}{4}x<\frac{5}{4}x^2+\frac{x}{2}$; b) $\begin{cases} \frac{x-2}{3}-\frac{3x-1}{5}\leq\frac{17}{5} \\ 8-3x\geq 2-x \end{cases}$

2. **[3 puntos]** Dados los puntos $A(-4,-2)$, $B(2,-1)$, $C(-1,1)$ y las rectas $r\equiv -3x+y-5=0$ y $s\equiv\begin{cases} x=3-\lambda \\ y=2+2\lambda \end{cases}$, hallar:
   a) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C.
   b) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r.
   c) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C.

3. **[2 puntos]** Halla el dominio y los puntos de corte con los ejes de la siguiente función: $f(x)=\frac{3x^2-2x-8}{x^2-x-6}$

4. **[1 punto]** Decidir si la siguiente función es par o impar: $f(x)=\frac{2x^2}{x^4-1}$. Decir el tipo de simetría que presenta.

5. **[2 puntos]** Dada la función cuadrática $f(x)=-x^2+3x-2$, se pide:
   a) Hallar el vértice.
   b) Hallar los puntos de corte con los ejes.
   c) Confeccionar una tabla de valores con, al menos, 7 puntos.
   d) Representarla gráficamente.

Soluciones

1. **[2 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado y el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa las soluciones gráficamente y en forma de intervalo.

   a) $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{3}{4}x<\dfrac{5}{4}x^2+\dfrac{x}{2}\Rightarrow 2x^2-3x<5x^2+2x\Rightarrow -3x^2-5x<0\Rightarrow 3x^2+5x>0$

   Como $3x^2+5x=x(3x+5)$, es fácil deducir que las raíces del polinomio $3x^2+5x$ son $x=-\dfrac{5}{3}$ y $x=0$.

   Además, la inecuación es equivalente a $x(3x+5)>0$. Elaboremos unta tabla para deducir las soluciones:

$(-\infty,-5/3)$	$(-5/3,0)$	$(0,+\infty)$
+	**−**	**+**

   Por tanto, la solución viene dada por: $x\in(-\infty,-5/3)\cup(0,+\infty)$.

   b) $\begin{cases}\dfrac{x-2}{3}-\dfrac{3x-1}{5}\le\dfrac{17}{5}\\ 8-3x\ge 2-x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5(x-2)-3(3x-1)\le 51\\ 8-3x\ge 2-x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5x-10-9x+3\le 51\\ 8-3x\ge 2-x\end{cases}\Rightarrow$

   $\Rightarrow\begin{cases}5x-9x\le 51+10-3\\ -3x+x\ge 2-8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-4x\le 58\\ -2x\ge -6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{58}{-4}\\ x\le\dfrac{-6}{-2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{29}{2}\\ x\le 3\end{cases}$. La solución gráfica del sistema de inecuaciones la podemos representar así:

   La solución del sistema en forma de intervalo es: $x\in\left[-\dfrac{29}{2},3\right]$.

2. **[3 puntos]** Dados los puntos $A(-4,-2)$, $B(2,-1)$, $C(-1,1)$ y las rectas $r\equiv -3x+y-5=0$ y $s\equiv\begin{cases}x=3-\lambda\\ y=2+2\lambda\end{cases}$, hallar:

   a) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C.

   Un vector director de la recta que se pide es el que une los puntos B y C: $\overrightarrow{BC}=(-3,2)$.

   La ecuación continua de la recta es $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+1}{2}$. Multiplicando en cruz y despejando y obtenemos la ecuación explícita de la recta: $2x-4=-3y-3\Rightarrow 3y=-2x+1\Rightarrow y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$.

   b) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r.

   Un vector director de r es $\vec{u}=(-1,-3)$. Por tanto, la ecuación continua de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r es $\dfrac{x+4}{-1}=\dfrac{y+2}{-3}$. Multiplicando en cruz y pasando todo a un miembro obtenemos la ecuación general de la recta: $-3x-12=-y-2\Rightarrow 3x-y+10=0$.

c) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C.

Un vector director de la recta s es $\vec{u}=(-1,2)$. Entonces, un vector perpendicular a la recta s es $\vec{n}=(2,1)$.

Por tanto, la ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C es $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}$.

3. **[2 puntos]** Halla el dominio y los puntos de corte con los ejes de la siguiente función: $f(x)=\dfrac{3x^2-2x-8}{x^2-x-6}$

Para hallar el dominio igualamos el denominador a cero: $x^2-x-6=0 \Rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+24}}{2}=\dfrac{1\pm 5}{2}=\begin{cases}x_1=3\\ x_2=-2\end{cases}$.

Por tanto, $\mathrm{Dom}\, f=\mathbb{R}-\{-2,3\}$.

Para hallar los puntos de corte con el eje X hacemos $y=0$: $\dfrac{3x^2-2x-8}{x^2-x-6}=0 \Rightarrow 3x^2-2x-8=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+96}}{6}=\dfrac{2\pm 10}{6}=\begin{cases}x_1=\dfrac{12}{6}\Rightarrow x_1=2\\ x_2=-\dfrac{8}{6}\Rightarrow x_2=-\dfrac{4}{3}\end{cases}$. Los puntos de corte con el eje X son $(2,0)$ y $\left(-\dfrac{4}{3},0\right)$.

Para hallar el punto de corte con el eje Y hacemos $x=0$. Entonces $y=\dfrac{3\cdot 0^2-2\cdot 0-8}{0^2-0-6}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$. Esto quiere decir que el punto de corte con el eje Y es $\left(0,\dfrac{4}{3}\right)$.

4. **[1 punto]** Decidir si la siguiente función es par o impar: $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^4-1}$. Decir el tipo de simetría que presenta.

$f(-x)=\dfrac{2(-x)^2}{(-x)^4-1}=\dfrac{2x^2}{x^4-1}=f(x)$. Como $f(x)=f(-x)$, la función f es par.

Las funciones pares son simétricas respecto del eje Y.

5. **[2 puntos]** Dada la función cuadrática $f(x)=-x^2+3x-2$, se pide:

a) Hallar el vértice.

$$x=\frac{-b}{2a}\Rightarrow x=\frac{-3}{2\cdot(-1)}=\frac{3}{2}\ ;\ y=-\left(\frac{3}{2}\right)^2+3\cdot\frac{3}{2}-2=-\frac{9}{4}+\frac{9}{2}-2=\frac{-9+18-8}{4}=\frac{1}{4}$$

Por tanto, el vértice es el punto $V\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{4}\right)$.

b) Hallar los puntos de corte con los ejes.

$y=0\Rightarrow -x^2+3x-2=0\Rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8}}{-2}=\dfrac{-3\pm 1}{-2}=\begin{cases}x_1=1\\ x_2=2\end{cases}$. Puntos de cortes eje X: $(1,0)$ y $(2,0)$.

$x=0\Rightarrow y=-0^2+3\cdot 0-2\Rightarrow y=-2$. Punto de corte con el eje Y: $(0,-2)$.

c) Confeccionar una tabla de valores con, al menos, 7 puntos.

	Vértice	Corte eje Y	Corte eje X (1)	Corte eje X (2)			
X	$3/2$	0	1	2	3	4	-1
Y	$1/4$	-2	0	0	-2	-6	-6

d) Representarla gráficamente.