1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1-\frac{2x-3}{4}\leq\frac{x}{2}-\frac{4x-1}{6}$$

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$\frac{x^2-2}{2}-\frac{3x-1}{5}+x>2$$

3. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{5}-\dfrac{3}{4}\leq x-\dfrac{3-2x}{10}\\ 2-(4-9x)<6+5x\end{cases}$$

4. **[5 puntos; 1 punto por apartado]** Dados los puntos $A(-4,-1)$, $B(1,4)$, $C(6,-1)$ y las rectas $r\equiv 2x-y-8=0$ y $s\equiv\begin{cases}x=-2-3\lambda\\ y=1+7\lambda\end{cases}$ hallar:

   a) El módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

   b) La pendiente de la recta que pasa por A y por B y el ángulo que forma con el eje X.

   c) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C.

   d) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r.

   e) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C.

5. **[1,5 puntos]** Halla la distancia del punto $P(3,3)$ a la recta $r\equiv x-2y-2=0$.

Soluciones

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1-\frac{2x-3}{4}\le\frac{x}{2}-\frac{4x-1}{6}\Rightarrow 12-3(2x-3)\le 6x-2(4x-1)\Rightarrow 12-6x+9\le 6x-8x+2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6x-6x+8x\le 2-12-9\Rightarrow -4x\le -19\Rightarrow x\ge\frac{-19}{-4}\Rightarrow x\ge\frac{19}{4}.$$

La solución en forma de intervalo es: $x\in\left[\frac{19}{4},+\infty\right)$.

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$\frac{x^2-2}{2}-\frac{3x-1}{5}+x>2\Rightarrow 5\left(x^2-2\right)-2(3x-1)+10x>20\Rightarrow 5x^2-10-6x+2+10x>20\Rightarrow 5x^2+4x-28>0$$

Resolvamos la ecuación de segundo grado para hallar las raíces del polinomio:

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 5\cdot(-28)}}{2\cdot 5}=\frac{-4\pm\sqrt{16+560}}{10}=\frac{-4\pm\sqrt{576}}{10}=\frac{-4\pm 24}{10}=\begin{cases}x_1=\dfrac{-4+24}{10}=2\\ x_2=\dfrac{-4-24}{10}=-\dfrac{28}{10}=-\dfrac{14}{5}\end{cases}$$

De este modo, la inecuación es equivalente a esta otra: $5(x-2)\left(x+\frac{14}{5}\right)>0$. Para resolverla confeccionamos una tabla y estudiamos el signo de la expresión $5(x-2)\left(x+\frac{14}{5}\right)$ en cada intervalo:

$\left(-\infty,-\frac{14}{5}\right)$	$\left(-\frac{14}{5},2\right)$	$(2,+\infty)$
+	**−**	**+**

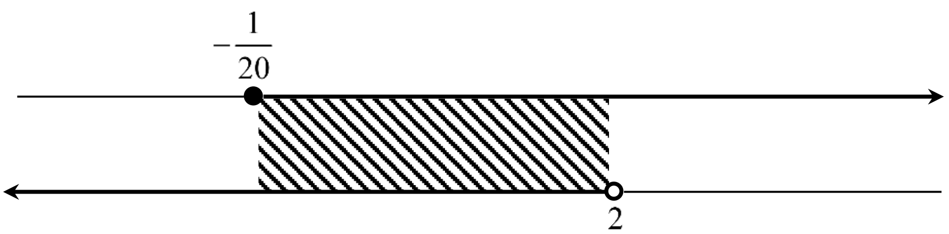
Como lo que nos interesan son las partes positivas, la solución de la inecuación es: $x\in\left(-\infty,-\frac{14}{5}\right)\cup(2,+\infty)$.

3. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases}\dfrac{x+2}{5}-\dfrac{3}{4}\le x-\dfrac{3-2x}{10}\\ 2-(4-9x)<6+5x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4(x+2)-15\le 20x-2(3-2x)\\ 2-(4-9x)<6+5x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x+8-15\le 20x-6+4x\\ 2-4+9x<6+5x\end{cases}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-20x\le 1\\ 4x<8\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{1}{20}\\ x<2\end{cases}$$

. La solución gráfica del sistema de inecuaciones la podemos representar así:



La solución en forma de intervalo es: $x\in\left[-\frac{1}{20},2\right)$.

4. **[5 puntos; 1 punto por apartado]** Dados los puntos $A(-4,-1)$, $B(1,4)$, $C(6,-1)$ y las rectas $r \equiv 2x-y-8=0$ y $s \equiv \begin{cases} x=-2-3\lambda \\ y=1+7\lambda \end{cases}$ hallar:

   a) El módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

   $\overrightarrow{AB}=(1-(-4),4-(-1)) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(5,5)$. Por tanto: $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{25+25}=\sqrt{50}\cong 7,07\,\text{uds}$.

   b) La pendiente de la recta que pasa por A y por B y el ángulo que forma con el eje X.

   El vector director de la recta que pasa por A y por B es precisamente $\overrightarrow{AB}=(5,5)$. Por tanto, la pendiente de la recta que pasa por A y por B es $m=\frac{5}{5} \Rightarrow m=1$. Si llamamos α al ángulo que esta recta forma con el eje X, tenemos que $m=\operatorname{tg}\alpha \Rightarrow 1=\operatorname{tg}\alpha \Rightarrow \alpha=\operatorname{arctg}1 \Rightarrow \alpha=45^{\circ}$.

   c) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C.

   Un vector director de la recta que pasa por los puntos B y C es $\overrightarrow{BC}=(5,-5)$. Por tanto, la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos B y C es $\frac{x-1}{5}=\frac{y-4}{-5}$. Para la ecuación explícita despejamos y:

   $$y-4=\frac{-5(x-1)}{5} \Rightarrow y-4=-x+1 \Rightarrow y=-x+5$$

   d) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r.

   Un vector director de r es $\vec{u}=(-B,A) \Rightarrow \vec{u}=(1,2)$. Por tanto, la recta que se pide es $\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{2}$. Pasándola a forma general: $2x+8=y+1 \Rightarrow 2x-y+7=0$.

   e) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C.

   Un vector director de la recta s es $\vec{u}=(-3,7)$. Un vector perpendicular a $\vec{u}$ es $\vec{v}=(7,3)$. Entonces, la ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C es $\frac{x-6}{7}=\frac{y+1}{3}$

5. **[1,5 puntos]** Halla la distancia del punto $P(3,3)$ a la recta $r \equiv x-2y-2=0$.

   Para hallar la distancia del punto P a la recta r, $d(P,r)$, tenemos que calcular primero la recta s, perpendicular a r, que pasa por $P(-5,-2)$. Esta perpendicular cortará a r en un punto Q. Entonces $d(P,r)=d(P,Q)$.

   Ecuación de s, perpendicular a r, que pasa por P: $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{-2} \Rightarrow -2x+6=y-3 \Rightarrow 2x+y-9=0$.

   Punto Q de corte de r y s: $\begin{cases} x-2y-2=0 \\ 2x+y-9=0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \times 2 \end{vmatrix} \begin{cases} x-2y-2=0 \\ 4x+2y-18=0 \end{cases} \Rightarrow 5x-20=0 \Rightarrow x=4 \Rightarrow y=1 \Rightarrow Q(4,1)$.

   Entonces $d(P,r)=d(P,Q)=\sqrt{(4-3)^2+(1-3)^2}=\sqrt{1^2+(-2)^2}=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}\cong 2,24\,\text{uds}$.