

1. Resuelve las siguientes ecuaciones (pueden ser, una vez reducidas, de primer grado, de segundo grado o bicuadradas).

a) [1 punto] $\frac{3x+7}{24} - \frac{1-4x}{6} = -4 - x - \frac{2x-5}{3}$

b) [1,5 puntos] $\frac{2}{x-1} + \frac{2x-3}{x^2-1} = \frac{7}{3}$

c) [1,5 puntos] $\frac{x^4}{5} - 5x^2 = -\frac{144}{5}$

d) [1,5 puntos] $x = -2 + \sqrt{16+x^2}$

Nota. En esta última ecuación debes comprobar realmente las soluciones y descartar, en su caso, aquella o aquellas que no lo sean, expresando las que realmente sí que sean solución de la ecuación.

2. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones. El primero es lineal y el segundo no lineal.

a) [1,5 puntos]
$$\begin{cases} \frac{2(x+4)}{3} - \frac{y}{2} = \frac{9}{2} \\ x + 2y - \frac{1}{3}(3x-2) = \frac{4}{3} \end{cases}$$

b) [1,5 puntos]
$$\begin{cases} y + \frac{x}{y} = \frac{21}{2} \\ x - \frac{x}{y} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

3. [1,5 puntos] **Problema.** Para resolverlo debes declarar la o las incógnitas y plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones.

Se mezcla avena de 0,4 €/kg y centeno de 0,25 €/kg para hacer pienso para vacas. Si se hacen 5000 kg de pienso a 0,31 €/kg, ¿cuántos kilos de avena y de centeno se han utilizado?

$$\textcircled{1} \text{ a) } \frac{3x+7}{24} - \frac{1-4x}{6} = -4 - x - \frac{2x-5}{3} ;$$

$$\frac{3x+7}{24} - \frac{4-16x}{24} = \frac{-96}{24} - \frac{24x}{24} - \frac{16x-40}{24} ;$$

$$3x+7 - 4 + 16x = -96 - 24x - 16x + 40 ;$$

$$3x + 16x + 24x + 16x = -96 + 40 - 7 + 4 ;$$

$$59x = -59 \Rightarrow x = -\frac{59}{59} \Rightarrow \underline{\underline{x = -1}}$$

$$\text{b) } \frac{2}{x-1} + \frac{2x-3}{x^2-1} = \frac{7}{3} ; \frac{2}{x-1} + \frac{2x-3}{(x+1)(x-1)} = \frac{7}{3} ;$$

$$\frac{6(x+1)}{3(x+1)(x-1)} + \frac{3(2x-3)}{3(x+1)(x-1)} = \frac{7(x+1)(x-1)}{3(x+1)(x-1)} ;$$

$$6x+6 + 6x-9 = 7x^2-7 ; \underline{7x^2-12x-4=0}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144+112}}{14} = \frac{12 \pm \sqrt{256}}{14} = \frac{12 \pm 16}{14} = \begin{cases} x_1 = \frac{28}{14} = 2 \\ x_2 = \frac{-4}{14} = \underline{\underline{-\frac{2}{7}}} \end{cases}$$

$$\text{c) } \frac{x^4}{5} - 5x^2 = -\frac{144}{5} ; x^4 - 25x^2 = -144 ;$$

$$x^4 - 25x^2 + 144 = 0 \quad \text{Cambio de variable: } \underline{x^2 = z}$$

$$\underline{z^2 - 25z + 144 = 0} \quad z = \frac{25 \pm 7}{2} = \begin{cases} z_1 = 16 \\ z_2 = 9 \end{cases}$$

$$* \text{ Si } z = 16 : x^2 = 16 \Rightarrow \underline{\underline{x_1 = 4}} ; \underline{\underline{x_2 = -4}}$$

$$* \text{ Si } z = 9 : x^2 = 9 \Rightarrow \underline{\underline{x_3 = 3}} ; \underline{\underline{x_4 = -3}}$$

$$\text{d) } x = -2 + \sqrt{16+x^2} ; x+2 = \sqrt{16+x^2} ;$$

$$x^2 + 4x + 4 = 16 + x^2 ; 4x + 4 = 16 ; 4x = 12 ;$$

$$x = \frac{12}{4} ; \underline{\underline{x = 3}}$$

* Comprobación:

$$3 = -2 + \sqrt{16+3^2} = -2 + \sqrt{25} = -2 + 5 = 3$$

Como se cumple la igualdad, entonces

x = 3 sí que es solución de la ecuación.

$$\textcircled{2} \text{ a) } \begin{cases} \frac{2(x+4)}{3} - \frac{y}{2} = \frac{9}{2} \\ x+2y - \frac{1}{3}(3x-2) = \frac{4}{3} \end{cases}; \begin{cases} 4x+16-3y=27 \\ 3x+6y-3x+2=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-3y=11 \\ 6y=2 \Rightarrow \boxed{y=\frac{1}{3}} \end{cases}$$

Sustituyendo en la primera: $4x - 3 \cdot \frac{1}{3} = 11$;
 $4x - 1 = 11$; $4x = 12$; $\boxed{x=3}$

$$\text{b) } \begin{cases} y + \frac{x}{y} = \frac{21}{2} \\ x - \frac{x}{y} = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow 2y^2 + 2x = 21y \Rightarrow \boxed{x = \frac{21y - 2y^2}{2}}$$

Sustituyendo en la 2ª:

$$\frac{21y - 2y^2}{2} - \frac{21y - 2y^2}{2y} = \frac{9}{2}; 21y^2 - 2y^3 - 21y + 2y^2 = 9y;$$

$$-2y^3 + 2y^2 + 21y^2 - 30y = 0 \Rightarrow y(-2y^2 + 23y - 30) = 0$$

\swarrow $y=0 \Rightarrow x=0$ (esta solución se descarta pues no podríamos hacer x/y)

$$\swarrow -2y^2 + 23y - 30 = 0 \Rightarrow y = \frac{-23 \pm 17}{-4} \quad \begin{cases} y_1 = \frac{3}{2} \\ y_2 = 10 \end{cases}$$

* Si $y = \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{63/2 - 9/2}{2} = \frac{27}{2}$; $\underline{\underline{x_1 = \frac{27}{2}}}$

* Si $y = 10 \Rightarrow x = \frac{210 - 200}{2} = 5$; $\underline{\underline{x_2 = 5}}$

	Avena 0,4 €/kg	Centeno 0,25 €/kg	Mezcla 0,31 €/kg
Cantidad	x	y	5000
Precio	0,4x	0,25y	1550

$$\begin{cases} x+y=5000 \rightarrow y=5000-x, \text{ sustituyendo en la 2ª} \\ 0,4x+0,25y=1550 \end{cases}$$

$$0,4x + 0,25(5000-x) = 1550;$$

$$0,4x + 1250 - 0,25x = 1550;$$

$$0,15x = 300 \Rightarrow \underline{\underline{x=2000}}$$

Entonces $y = 5000 - 2000$; $\underline{\underline{y=3000}}$

* Por tanto se han utilizado 2000 kg de avena y 3000 kg de centeno.