UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LAS ENSEÑANZAS
UNIVERSITARIAS OFICIALES DE GRADO

Curso **2022-23**

MATERIA: FÍSICA

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda a cinco preguntas cualesquiera a elegir entre las diez que se proponen.
CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).
TIEMPO: 90 minutos.

Pregunta A.1.- El satélite *UPM-Sat2* se lanzó el día 3 de septiembre de 2020 a una órbita circular alrededor de la Tierra con un período de 5710 s. Sabiendo que el satélite tiene una masa de 50 kg, calcule:

a) La altura a la que orbita y la energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra.

b) La velocidad y la aceleración centrípeta en su órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; *Masa de la Tierra,* $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg; *Radio de la Tierra,* $R_T = 6{,}37\cdot10^{6}$ m.

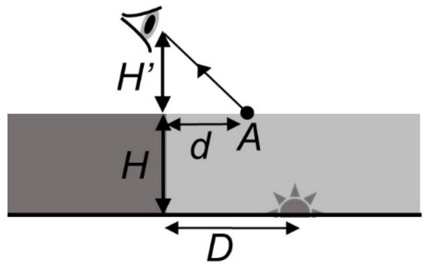
Pregunta A.2.- Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje *x* viaja una onda armónica transversal con velocidad de propagación $\vec{v} = -400\,\vec{i}$ m s^{-1}. La onda produce en la cuerda una aceleración máxima de $2\cdot10^4$ m s^{-2}. En un instante cualquiera, los puntos con elongación nula se repiten cada 0,4 m a lo largo del eje *x*.

a) Determine la frecuencia y la amplitud de la onda.
b) Si en el instante inicial y en el origen de coordenadas la elongación es +1 mm y la velocidad es positiva, calcule la elongación en x = 1,2 m para t = 2 s.

Pregunta A.3.- Una carga situada en un punto del plano *xy* da lugar a un potencial de 54 V y a un campo eléctrico $\vec{E} = -180\,\vec{j}$ V m^{-1} en el origen de coordenadas.

a) Determine el valor de la carga y su posición.
b) Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de −270 nJ. Determine el valor de la segunda carga.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot10^{9}$ N m^2 C^{-2}.



Pregunta A.4.- Un observador está situado al borde de un estanque de profundidad H = 2 m. Su visual está a una altura H' = 1,6 m sobre la superficie del agua. En el fondo del estanque hay un foco puntual de luz. El observador lo ve cuando mira hacia el punto A de la superficie a una distancia d = 1,2 m del borde (véase la figura). Calcule:

a) El índice de refracción del agua del estanque si la longitud de onda de la luz del foco vale 375 nm en ella y 500 nm en el aire.
b) La distancia D del foco a la pared del estanque.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}*; Índice de refracción del aire,* $n = 1$.

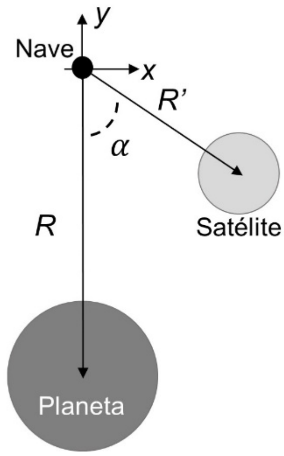
Pregunta A.5.- En un laboratorio de preparación de radiofármacos se rompe accidentalmente una ampolla de una solución que contenía ^{18}F con una actividad de 18,5 MBq.

a) Calcule la masa de ^{18}F derramada.

b) Determine el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq.

Datos: Vida media del ^{18}F, τ = *109,7* minutos*; Masa molar del* ^{18}F, M_F = *18* g mol^{-1}*; Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Pregunta B.1.- En su aproximación al planeta Fomalhaut II, el astronauta Rocannon avista Fomalhautillo, satélite natural de Fomalhaut II, según un ángulo $\alpha = 53{,}13^{\circ}$ con respecto de la radial hacia el planeta (eje *y*). La fuerza total que estos dos cuerpos ejercen sobre Rocannon y su nave, cuya masa conjunta asciende a 8000 kg, vale en ese momento $\vec{F} = \left(9{,}5\,\vec{i} - 66{,}4\,\vec{j}\right)$ N.



a) ¿A qué distancia *R'* se encuentra Rocannon del satélite?
b) ¿A qué distancia *R* se encuentra Rocannon del planeta?

Datos: Masa del planeta, $M = 4\cdot10^{23}$ kg; Masa del satélite, $M' = 2\cdot10^{20}$ kg; Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

Pregunta B.2.- Dos focos sonoros puntuales F_1 y F_2 se encuentran respectivamente situados en los puntos (−6, 0) m y (6, 0) m del plano *xy*. Se sabe que en el punto (2, 0) m la intensidad debida a cada foco vale lo mismo, y que en el punto (0, 2) m el nivel de intensidad sonora es de 80 dB. Determine:

a) El cociente entre la potencia del foco F_1 y la del foco F_2.
b) La potencia del foco F_1 y la intensidad que se registraría en el punto (0, 8) m si solamente se recibiesen ondas del foco F_1.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

Pregunta B.3.- Dos hilos rectilíneos indefinidos, paralelos al eje *y*, están respectivamente situados en *x* = − 0,1 m y *x* = 0,1 m. El primero de ellos conduce una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje *y*. Si un electrón viaja en línea recta con velocidad $\vec{v} = 2\cdot10^{6}\,\vec{j}$ m s^{-1} a lo largo de *x* = 0,4 m sin desviarse, calcule:

a) La intensidad de corriente en el segundo hilo, especificando su sentido.
b) La fuerza que experimentaría un electrón que pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2\cdot10^{6}\,\vec{j}$ m s^{-1}.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C.

Pregunta B.4.- Un objeto situado 30 cm a la izquierda de una lente produce una imagen con un aumento lateral de −2.

a) Obtenga la potencia de la lente.
b) ¿A qué distancia de la lente debe colocarse el objeto para que el aumento pase a ser +2? Efectúe el trazado de rayos correspondiente a esta nueva situación.

Pregunta B.5.- Una placa metálica es irradiada con luz de 400 nm de longitud de onda. La máxima corriente eléctrica que llega a obtenerse con ello, debido al efecto fotoeléctrico, es de 15 nA.

a) Si el potencial de frenado que anula la corriente anterior es de 1 V, obtenga el trabajo de extracción del metal.
b) Asumiendo que cada fotón incidente genera un fotoelectrón, calcule la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN Y CALIFICACIÓN

FÍSICA

* Las preguntas deben contestarse razonadamente, valorando en su resolución una adecuada estructuración y el rigor en su desarrollo.
* Se valorará positivamente la inclusión de pasos detallados, así como la realización de diagramas, dibujos y esquemas.
* En la corrección de las preguntas se tendrá en cuenta el proceso seguido en la resolución de las mismas, valorándose positivamente la identificación de los principios y leyes físicas involucradas.
* Se valorará la destreza en la obtención de resultados numéricos y el uso correcto de las unidades en el Sistema Internacional.
* Cada pregunta, debidamente justificada y razonada con la solución correcta, se calificará con un máximo de 2 puntos.
* En las preguntas que consten de varios apartados, la calificación máxima será la misma para cada uno de ellos (desglosada en múltiplos de 0,25 puntos).

SOLUCIONES -FÍSICA

(Documento de trabajo orientativo)

Pregunta A.1.- El satélite *UPM-Sat2* se lanzó el día 3 de septiembre de 2020 a una órbita circular alrededor de la Tierra con un período de 5710 s. Sabiendo que el satélite tiene una masa de 50 kg, calcule:

a) La altura a la que orbita y la energía que hubo que transmitirle para ponerlo en órbita desde la superficie de la Tierra.

b) La velocidad y la aceleración centrípeta en su órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; Masa de la Tierra, $M_T = 5{,}97\cdot10^{24}$ kg; Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37\cdot10^{6}$ m.

Solución:

a) Para hallar el radio de la órbita, igualamos la fuerza de atracción gravitatoria a la fuerza normal:

$$\frac{GM_T m_s}{r_{orbita}^2} = m_s \frac{4\pi^2 r_{orbita}^2}{T^2 r_{orbita}} \Rightarrow r_{orbita}^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \Rightarrow r_{orbita} = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}}$$

Sustituyendo los datos, tenemos:

$$r_{orbita} = 6{,}90\cdot10^6\,\text{m}$$

Como queremos la altura sobre la superficie, *h*, la obtenemos por diferencia con el radio de la Tierra:

$$h = r_{orbita} - R_T = 5{,}32\cdot10^5\,\text{m}$$

La energía que hay que suministrar al satélite para que esté en la órbita actual es la diferencia de energía entre la energía mecánica que tiene en la órbita y la que tiene en la superficie de la Tierra. La energía en la superficie de la Tierra es únicamente energía potencial:

$$E_{\sup} = -\frac{GM_T m}{R_T} = -6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{5{,}97\cdot10^{24}\;50}{6{,}37\cdot10^{6}} = -3{,}13\cdot10^{9}\ \text{J}$$

La energía en la órbita será la suma de la energía cinética y de la potencial. Para calcular la velocidad del satélite en la órbita aplicamos la 2ª Ley de Newton que utilizaremos posteriormente para calcular el periodo. Una vez calculadas las energías sumaremos ambas expresiones.

$$F_n = m\frac{v^2}{r_{orb}} = \frac{GM_T m}{r_{orb}^2} \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{r_{orb}}} = 7595{,}4\ \text{m s}^{-1}$$

$$E_{orbita} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{r_{orb}} = \frac{1}{2}m\frac{GM_T}{r_{orb}} - \frac{GM_T m}{r_{orb}} = -\frac{1}{2}\frac{GM_T m}{r_{orb}} =$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\;5{,}97\cdot10^{24}\;50}{6{,}90\cdot10^{6}} = -1{,}44\cdot10^{9}\ \text{J}$$

Una vez obtenidas ambas energías, calculamos la diferencia entre ambas para calcular la energía que se le ha tenido que suministrar.

$$\Delta E = E_{orbita} - E_{\sup} = -1{,}44\cdot10^{9} - (-3{,}13\cdot10^{9}) = 1{,}68\cdot10^{9}\ \text{J}$$

b) Para hallar la velocidad en la órbita, utilizamos el período y el radio de la órbita:

$$v=\frac{2\pi r_{orbita}}{T}=7,59\cdot 10^{3}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Y la aceleración centrípeta la hallamos con la velocidad y el radio de la órbita:

$$a_c=\frac{v^2}{r_{orbita}}=8,35\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

Pregunta A.2.- Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje *x* viaja una onda armónica transversal con velocidad de propagación $\vec{v}=-400\,\vec{i}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. La onda produce en la cuerda una aceleración máxima de $2\cdot10^4$ m s^{-2}. En un instante cualquiera, los puntos con elongación nula se repiten cada 0,4 m a lo largo del eje *x*.

a) Determine la frecuencia y la amplitud de la onda.
b) Si en el instante inicial y en el origen de coordenadas la elongación es +1 mm y la velocidad es positiva, calcule la elongación en *x* = 1,2 m para *t* = 2 s.

Solución:

a) Dos puntos de elongación nula consecutivos están separados por media longitud de onda, de modo que la longitud de onda tiene un valor de 0,8 m. Con ella y la velocidad de propagación podemos determinar la frecuencia:

$$f=\frac{v}{\lambda}=\frac{400}{0,8}=500\ \mathrm{Hz}$$

La aceleración máxima para una onda armónica puede escribirse en función de la amplitud y de la frecuencia en los siguientes términos:

$$a_{máx}=\omega^2 A=4\pi^2 f^2 A$$

De aquí, podemos despejar la amplitud y llegar a:

$$A=\frac{a_{máx}}{4\pi^2 f^2}=\frac{20\cdot10^3}{4\pi^2 500^2}=2,0\cdot10^{-3}\mathrm{m}$$

b) La expresión de la elongación para la onda armónica que se propaga en el sentido negativo del eje *x* viene dada por:

$$y(x,t)=A\cos\left(\omega t+kx+\phi_0\right)=A\cos\left(2\pi ft+\frac{2\pi}{\lambda}x+\phi_0\right)$$

Y la velocidad vendrá dada por:

$$v(x,t)=-A\omega\,\mathrm{sen}\left(\omega t+kx+\phi_0\right)=-A\omega\,\mathrm{sen}\left(2\pi ft+\frac{2\pi}{\lambda}x+\phi_0\right)$$

Para el instante inicial y el origen de coordenadas, tenemos:

$$y(0,0)=A\cos\left(\phi_0\right)=1\ \mathrm{mm}$$
$$v(0,0)=-A\omega\,\mathrm{sen}\left(\phi_0\right)>0$$

De manera que, despejando de la primera ecuación, tenemos:

$$\cos\phi_0=\frac{1}{2}\Rightarrow\phi_0=\pm\frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad}$$

Como la velocidad es positiva, tenemos:

$$\mathrm{sen}\,\phi_0<0\Rightarrow\phi_0=-\frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad}$$

Por tanto, el valor de la elongación para el instante t = 2 s en x = 1,2 m es:

$$y(1,2\ \text{m}, 2\ \text{s}) = A\cos\left(2\pi\cdot 10^3 + 2\pi\frac{1,2}{0,8} - \frac{\pi}{3}\right) = A\cos\left(2\pi\cdot 10^3 + 3\pi - \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= A\cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -A\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -1\ \text{mm}$$

También podríamos hacerlo utilizando los valores de la frecuencia y de la longitud de onda:

$$y(1,2\ \text{m}, 2\ \text{s}) = A\cos\left(2\pi\cdot 10^3 + 2\pi\frac{1,2}{0,8} + \phi_0\right) = A\cos\left(2\pi\cdot 10^3 + 3\pi + \phi_0\right) =$$

$$= A\cos\left(\phi_0 + \pi\right) = -A\cos\left(\phi_0\right) = -1\ \text{mm}$$

Esta conclusión podría haberse anticipado y justificado observando que, siendo el período y la longitud de onda:

$$T = \frac{1}{f} = 2\ \text{ms}\ ;\ \lambda = \frac{v}{f} = 0,8\ \text{m},$$

se tiene que el punto x = 1,2 m dista del origen de coordenadas una longitud de onda y media, con lo que en cualquier instante la elongación en él estará desfasada π radianes con respecto a la del origen. Puesto que el intervalo de tiempo transcurrido es un múltiplo del período, la elongación en ese momento será de + 1 mm en el origen de coordenadas, y de −1 mm en x = 1,2 m.

De haber trabajado con la función seno, se hubiese llegado a esta otra expresión, con el mismo resultado:

$$y(1,2\ \text{m}, 2\ \text{s}) = 2,0\,\text{sen}\left(2\pi\cdot 10^3 + 2\pi\frac{1,2}{0,8} + \frac{\pi}{6}\right)\text{mm} = -1,00\ \text{mm}$$

Pregunta A.3.- Una carga situada en un punto del plano *xy* da lugar a un potencial de 54 V y a un campo eléctrico $\vec{E} = -180\ \vec{j}\ \text{V m}^{-1}$ en el origen de coordenadas.

a) Determine el valor de la carga y su posición.
b) Se trae una segunda carga desde el infinito hasta el origen de coordenadas, proceso en el que la fuerza ejercida por la primera carga realiza un trabajo de −270 nJ. Determine el valor de la segunda carga.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}.

Solución:

a) Utilizando los datos de potencial y campo dados, podemos escribir:

$$V = K\frac{q}{d} = 54\ \text{V}$$

$$\left|\vec{E}\right| = K\frac{q}{d^2} = 180\ \text{Vm}^{-1}$$

Dividiendo ambas expresiones podemos obtener la distancia, y con ella la carga:

$$\frac{d^2}{d} = \frac{54}{180} \rightarrow d = 0,3\ \text{m}$$

$$q = \frac{54\cdot 0,3}{9\cdot 10^9} = 1,8\cdot 10^{-9}\ \text{C}$$

Con la dirección y el sentido del campo, concluimos que la carga debe encontrarse en el semieje y positivo y se sitúa, por tanto, en:

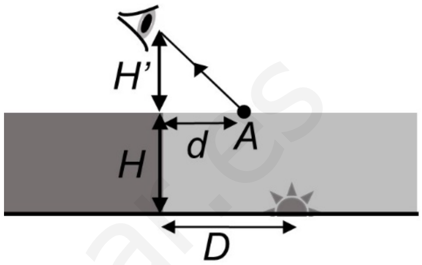
$$\vec{r} = 0{,}3\vec{j} \text{ m},$$

o, en otra notación, en el punto (0, 0,3) m del plano *xy*.

b) El trabajo efectuado por el campo eléctrico de la primera carga para traer la segunda carga, *q'*, hasta el origen de coordenadas se obtiene cambiando el signo al producto de esta segunda carga por el cambio de potencial que experimenta, desde el valor nulo en su posición original hasta los 54 V que alcanza al ubicarse en el origen de coordenadas; así, tenemos que:

$$W = -q'\Delta V \rightarrow q' = -\frac{W}{\Delta V} = -\frac{-270 \cdot 10^{-9}}{54} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

Pregunta A.4.- Un observador está situado al borde de un estanque de profundidad *H* = 2 m. Su visual está a una altura *H'* = 1,6 m sobre la superficie del agua. En el fondo del estanque hay un foco puntual de luz. El observador lo ve cuando mira hacia el punto A de la superficie a una distancia *d* = 1,2 m del borde (véase la figura). Calcule:



a) El índice de refracción del agua del estanque si la longitud de onda de la luz del foco vale 375 nm en ella y 500 nm en el aire.
b) La distancia *D* del foco a la pared del estanque.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, c = 3·10^{8} m s^{-1}*; Índice de refracción del aire, n = 1.*

Solución:

a) Puesto que la frecuencia de la luz no varía de un medio a otro, tenemos que:

$$f = \frac{v_{aire}}{\lambda_{aire}} = \frac{v_{agua}}{\lambda_{agua}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_{aire}}{v_{agua}} = \frac{\lambda_{aire}}{\lambda_{agua}}$$

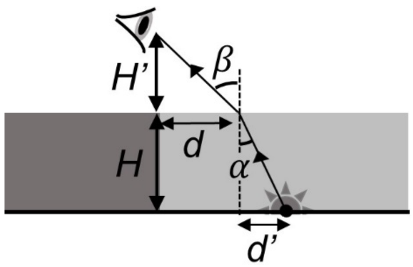
El índice de refracción de cada medio representa la razón entre la velocidad de la luz en el vacío y la del medio:

$$n = \frac{c}{v_{aire}} \; ; \; n_{agua} = \frac{c}{v_{agua}}$$

Con ello y la relación anterior entre velocidades y longitudes de onda, llegamos a:

$$\frac{n}{n_{agua}} = \frac{\lambda_{agua}}{\lambda_{aire}} \quad \rightarrow \quad n_{agua} = \frac{500}{375} = 1{,}33$$

b) La distancia del foco a la pared del estanque, *D*, viene dada por la suma de las distancias *d* y *d'* de la figura, siendo *d* un dato del ejercicio y estando relacionada *d'* con la profundidad *H* y con el ángulo de incidencia α según la expresión:



$$d' = H \tan\alpha$$

El ángulo de incidencia puede determinarse aplicando la ley de Snell:

$$n \text{ sen } \beta = n_{agua} \text{sen } \alpha \rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{n}{n_{agua}} \text{sen } \beta =$$

$$= \frac{n}{n_{agua}} \frac{d}{\sqrt{H'^2 + d^2}} = \frac{1}{1{,}33} \frac{1{,}2}{\sqrt{1{,}6^2 + 1{,}2^2}} = 0{,}45 \rightarrow \alpha = 26{,}74^{\circ}$$

Con ello, tenemos que:

$$D = d + d' = d + H \tan\alpha = 1{,}2 + 2 \tan 26{,}74^{\circ} = 2{,}21 \text{ m}$$

Pregunta A.5.- En un laboratorio de preparación de radiofármacos se rompe accidentalmente una ampolla de una solución que contenía ^{18}F con una actividad de 18,5 MBq.

a) Calcule la masa de ^{18}F derramada.

b) Determine el tiempo que ha de transcurrir hasta que la actividad se reduzca a 37 kBq.

Datos: Vida media del ^{18}F, τ = *109,7* minutos*; Masa molar del* ^{18}F, M_F = *18* g mol^{-1}*; Número de Avogadro,* $N_A = 6,02\cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) La constante de decaimiento valdrá

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{109,7\cdot 60} = 1,52\cdot 10^{-4}\ \text{s}$$

La actividad será

$$A = \frac{dN}{dt} = 1,85\cdot 10^{7}\ \text{Bq}$$

Y el número de átomos derramados

$$A = \lambda\cdot N\ ;\ N = \frac{A}{\lambda} = \frac{1,85\cdot 10^{7}}{1,52\cdot 10^{-4}} = 1,22\cdot 10^{11}\ \text{átomos}$$

La masa de los átomos de F derramados será, por tanto

$$m = 1,22\cdot 10^{11}\frac{18}{6,02\cdot 10^{23}} = 3,65\cdot 10^{-12}\ \text{g}$$

b) El tiempo que tardará en reducirse la actividad a 37 kBq lo obtendremos a partir de la Ley de decaimiento radiactivo

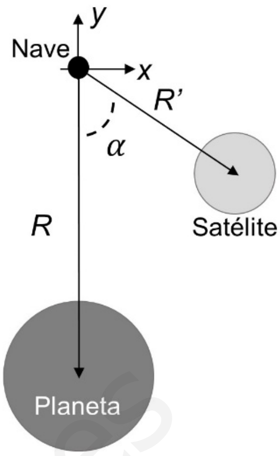
$$A = A_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}\ ;\ 37\cdot 10^{3} = 1,85\cdot 10^{7}\cdot e^{-1,52\cdot 10^{-4}\cdot t}$$

$$\ln\frac{3,7\cdot 10^{4}}{1,85\cdot 10^{7}} = -1,52\cdot 10^{-4}\cdot t\ ;\ t = \frac{\ln\dfrac{3,7\cdot 10^{4}}{1,85\cdot 10^{7}}}{-1,52\cdot 10^{-4}} = 4,09\cdot 10^{4}\ \text{s} = 11,4\ \text{horas}$$

SOLUCIONES

(Documento de trabajo Orientativo)

Pregunta B.1.- En su aproximación al planeta Fomalhaut II, el astronauta Rocannon avista Fomalhautillo, satélite natural de Fomalhaut II, según un ángulo $\alpha = 53{,}13^{\circ}$ con respecto de la radial hacia el planeta (eje *y*). La fuerza total que estos dos cuerpos ejercen sobre Rocannon y su nave, cuya masa conjunta asciende a 8000 kg, vale en ese momento $\vec{F} = \left(9{,}5\,\vec{i} - 66{,}4\,\vec{j}\right)$ N.



a) ¿A qué distancia *R'* se encuentra Rocannon del satélite?
b) ¿A qué distancia *R* se encuentra Rocannon del planeta?

Datos: Masa del planeta, M = 4·10²³ kg; *Masa del satélite, M' = 2·10²⁰* kg; *Constante de Gravitación Universal*, *G = 6,67·10⁻¹¹* N m² kg⁻².

Solución:

a) Puesto que la componente *x* de la fuerza solamente se debe a Fomalhautillo, tenemos:

$$F_x = G\frac{M'm}{R'^2}\ \text{sen}\ \alpha \rightarrow R' = \sqrt{G\frac{M'm}{F_x}\ \text{sen}\ \alpha} = \sqrt{6{,}67\frac{2\cdot 8}{9{,}5}\ 0{,}8\cdot 10^{12}} = 3{,}00\cdot 10^{6}\ \text{m}$$

b) El valor absoluto de la componente *y* de la fuerza es la suma de las contribuciones de Fomalhaut II y Fomalhautillo. Podemos calcular la del primero restando al total la del segundo:

$$F_{y_{FII}} = 66{,}4 - \frac{9{,}5}{\tan 53{,}13^{\circ}} = 59{,}27\ \text{N} = G\frac{Mm}{R^2} \rightarrow R = \sqrt{6{,}67\frac{4\cdot 8}{59{,}27}\cdot 10^{15}} = 6{,}00\cdot 10^{7}\ \text{m}$$

Pregunta B.2.- Dos focos sonoros puntuales F_1 y F_2 se encuentran respectivamente situados en los puntos (−6, 0) m y (6, 0) m del plano *xy*. Se sabe que en el punto (2, 0) m la intensidad debida a cada foco vale lo mismo, y que en el punto (0, 2) m el nivel de intensidad sonora es de 80 dB. Determine:

a) El cociente entre la potencia del foco F_1 y la del foco F_2.
b) La potencia del foco F_1 y la intensidad que se registraría en el punto (0, 8) m si solamente se recibiesen ondas del foco F_1.

Dato: Intensidad umbral, $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻².

Solución:

a) Para estos focos sonoros, al repartirse la energía emitida en un frente de ondas esférico, la intensidad a una cierta distancia puede escribirse como:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2},$$

donde *P* denota la potencia del foco. Conociendo que en el punto (2, 0) m la intensidad debida a cada foco coincide, tendremos que:

$$\frac{P_1}{4\pi r_1^2} = \frac{P_2}{4\pi r_2^2} \rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

Utilizando las ubicaciones de los focos, observamos que las distancias de F_1 y F_2 al punto (2, 0) m valen 8 m y 4 m, respectivamente, y concluimos que:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{8}{4}\right)^2 = 4$$

b) Obtendremos la potencia con que emite el foco F_1 utilizando el dato proporcionado para el nivel de intensidad β en el punto (0, 2) m, al que son equidistantes los dos focos:

$$I(0,2\text{ m}) = I_0 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{8} = 10^{-4}\text{ W m}^{-2} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{P_1 + P_2}{4\pi\left(6^2 + 2^2\right)} = \frac{5P_2}{160\pi} = \frac{P_2}{32\pi} = 10^{-4}\text{ W m}^{-2}$$

De aquí llegamos a:

$$P_2 = 32\pi \cdot 10^{-4}\text{ W} \rightarrow P_1 = 4P_2 = 128\pi \cdot 10^{-4}\text{ W} = 4{,}02 \cdot 10^{-2}\text{ W}$$

La intensidad que se registraría en el punto (0, 8) m si solamente se recibiesen ondas del foco F_1 sería:

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi d^2},$$

donde la distancia *d* es:

$$d = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{ m}$$

Con ella y con la potencia obtenida antes, encontramos:

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi d^2} = \frac{128\pi \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^2} = 3{,}2 \cdot 10^{-5}\text{ W m}^{-2}$$

Pregunta B.3.- Dos hilos rectilíneos indefinidos, paralelos al eje *y*, están respectivamente situados en *x* = − 0,1 m y *x* = 0,1 m. El primero de ellos conduce una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje *y*. Si un electrón viaja en línea recta con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\ \vec{j}\text{ m s}^{-1}$ a lo largo de *x* = 0,4 m sin desviarse, calcule:

a) La intensidad de corriente en el segundo hilo, especificando su sentido.

b) La fuerza que experimentaría un electrón que pasara por el origen de coordenadas con velocidad $\vec{v} = 2 \cdot 10^6\ \vec{j}\text{ m s}^{-1}$.

Datos: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}; *Valor absoluto de la carga del electrón,* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a) Puesto que el electrón que viaja a lo largo de *x* = 0,4 m no se desvía, el campo magnético neto debe anularse en ese recorrido; esto supone, en primer lugar, que la corriente del hilo en *x* = 0,1 m circula en sentido contrario a la del otro hilo (de intensidad I_1); en segundo lugar, su intensidad I_2 debe cumplir que:

$$\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2} \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{r_2}{r_1} I_1 = \frac{3}{5} I_1 = 6\text{ A}$$

El segundo hilo transporta, por tanto, una corriente de intensidad 6 A y sentido de *y* decreciente.

b) Conocida la corriente del segundo hilo, podemos obtener el campo magnético en el origen de coordenadas y la fuerza que sufriría el electrón si se encontrase en él con la velocidad indicada:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi a}\left(I_1 + I_2\right)(-\vec{k}) \rightarrow \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi a}\left(I_1 + I_2\right) e \cdot v \left(\vec{j} \times \vec{k}\right) =$$
$$= \left(\frac{2 \cdot 10^{-7}}{10^{-1}} 16 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{6}\right)\vec{i} = 1{,}024 \cdot 10^{-17}\,\vec{i}\text{ N}$$

Pregunta B.4.- Un objeto situado 30 cm a la izquierda de una lente produce una imagen con un aumento lateral de −2.

a) Obtenga la potencia de la lente.
b) ¿A qué distancia de la lente debe colocarse el objeto para que el aumento pase a ser +2? Efectúe el trazado de rayos correspondiente a esta nueva situación.

Solución:

a) Puesto que el aumento lateral es −2, tenemos que:

$$m_1 = -2 = \frac{s_1'}{s_1} \rightarrow s_1' = -2s_1$$

Introduciendo esta relación en la ecuación de las lentes delgadas, podemos obtener la potencia pedida:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = -\frac{3}{2}\frac{1}{s_1} = -\frac{3}{2}\frac{1}{0,3} = 5 \text{ m}^{-1} = 5 \text{ dioptrías}$$

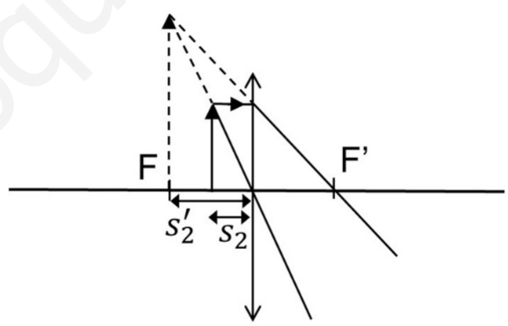
b) Si el aumento ha de ser +2, tendremos que:

$$m_2 = 2 = \frac{s_2'}{s_2} \rightarrow s_2' = 2s_2$$

Recurriendo de nuevo a la ecuación de las lentes delgadas, encontramos la distancia s_2 a la lente a la que debe colocarse el objeto para conseguir el aumento deseado:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s_2'} - \frac{1}{s_2} = -\frac{1}{2}\frac{1}{s_2} \rightarrow s_2 = -\frac{1}{2}f' = -\frac{1}{2P} = -\frac{1}{2 \cdot 5} = -0,1 \text{ m}$$

El objeto debe ubicarse 10 cm a la izquierda de la lente. El trazado de rayos para esta disposición es como sigue:



Pregunta B.5.- Una placa metálica es irradiada con luz de 400 nm de longitud de onda. La máxima corriente eléctrica que llega a obtenerse con ello, debido al efecto fotoeléctrico, es de 15 nA.

a) Si el potencial de frenado que anula la corriente anterior es de 1 V, obtenga el trabajo de extracción del metal.

b) Asumiendo que cada fotón incidente genera un fotoelectrón, calcule la energía que recibe la placa en el transcurso de 1 hora.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6\cdot10^{-19}$ C; Constante de Planck, $h = 6,63\cdot10^{-34}$ J s.

Solución:

a) El potencial de frenado nos informa de la energía cinética máxima de los electrones emitidos, de modo que:

$$W_e = h\frac{c}{\lambda} - eV_{frenado} = 6,63\cdot10^{-34}\,\frac{3\cdot10^{8}}{4\cdot10^{-7}} - 1,6\cdot10^{-19} = 3,37\cdot10^{-19}\ \text{J} = 2,11\ \text{eV}$$

b) La corriente eléctrica obtenida corresponde al número de electrones emitidos en la unidad de tiempo, que a su vez coincide, bajo la hipótesis formulada en el enunciado, con el número de fotones incidentes por unidad de tiempo:

$$N_{fotones} = \frac{I}{e}$$

Multiplicando este número de fotones por la energía correspondiente a cada uno de ellos, obtendremos la energía incidente sobre la lámina en la unidad de tiempo; su producto por el intervalo de una hora nos proporcionará la energía solicitada:

$$E = N_{fotones}h\frac{c}{\lambda}\Delta t = \frac{I}{e}h\frac{c}{\lambda}\Delta t = \frac{15\cdot10^{-9}}{1,6\cdot10^{-19}}\frac{6,63\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^{8}}{4\cdot10^{-7}}\cdot3,6\cdot10^{3} = 1,68\cdot10^{-4}\ \text{J}$$