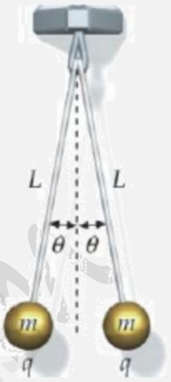
Universidad de Castilla La Mancha – Junio – 2008

Opción A

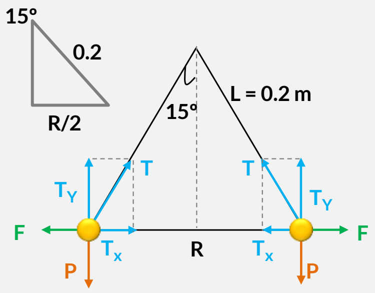


Problema 1.- Dos pequeñas esferas idénticas de masa m=40g y carga q están suspendidas de un punto común mediante dos cuerdas de longitud L=20cm como indica la figura. Si por efecto de la repulsión eléctrica las cuerdas forman un ángulo θ=15° con la vertical, determina:

a) El valor de la tensión de las cuerdas
b) El módulo de la fuerza eléctrica que se ejercen las esferas
c) El valor de la carga q

$k = 9'00 \cdot 10^9 N\, m^2 C^{-2}$, $g_0 = 9'81 m\, s^{-2}$

Para que el sistema esté en equilibrio el sumatorio de las fuerzas horizontales y verticales debe ser nulo, para cada esfera. Al ser la figura simétrica, la tensión en ambos hilos es la misma. Trabajamos con una esfera, en este caso con la que está a la derecha del dibujo. Sus componentes verticales son:



$$\sum \vec{F_y} = 0 \rightarrow P = T_y \rightarrow m\, g = T \cos 15° \rightarrow T = \frac{m\, g}{\cos 15°} = \frac{0.04 \cdot 9.81}{\cos 15°} \rightarrow \boldsymbol{T = 0.406\, N}$$

Sus componentes horizontales:

$$\sum \vec{F_x} = 0 \rightarrow F_e = T_x \rightarrow F_e = T \operatorname{sen} 15° = 0.406 \cdot \operatorname{sen} 15° \rightarrow \boldsymbol{F_e = 0.105\, N}$$

La carga de las esferas la calculamos a partir de la fuerza eléctrica:

$$F_e = k \cdot \frac{q\, q'}{r^2} \rightarrow F_e = k \cdot \frac{q^2}{r^2} \rightarrow q = r \cdot \sqrt{\frac{F_e}{k}}$$

Para calcular la el radio, usamos la trigonometría:

$$\operatorname{sen} 15° = \frac{R/2}{0.2} \rightarrow R = 0.2 \cdot 2 \cdot \operatorname{sen} 15° \rightarrow \boldsymbol{R = 0.103\, m}$$

Por tanto,

$$q = 0.103 \sqrt{\frac{0.105}{9 \cdot 10^9}} \rightarrow \boldsymbol{q = \pm 3.53 \cdot 10^{-7}\, C = \pm 0.353\, \mu C}$$

Las cargas pueden ser positivas o negativas, siempre y cuando ambas esferas tenga la carga del mismo signo, al ser la fuerza de repulsión.

Problema 2.- Un electrón procedente del Sol de 409 eV de energía cinética describe una órbita circular en una zona de la Tierra donde el campo magnético terrestre es perpendicular al plano de la órbita del electrón y tiene un valor de $2 \cdot 10^{-5}$ T. Determina:

a) El módulo de la fuerza magnética ejercida sobre el electrón
b) El radio de la órbita
c) La aceleración del electrón

$e = 1'602 \cdot 10^{-19} C$, $m_e = 9'109 \cdot 10^{-31} kg$, $1eV = 1'602 \cdot 10^{-19} J$

La Fuerza magnética que actúa sobre el electrón viene dada por la Ley de Lorentz:

$$\left|\vec{F_m}\right| = q \cdot v \cdot B \cdot \operatorname{sen} \theta$$

La velocidad la calculamos a partir de su energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 409 \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} Jul}{1eV}}{9.109 \cdot 10^{-31}}} \rightarrow \boldsymbol{v = 1.2 \cdot 10^7\, m/s}$$

Por tanto:

$$\left|\vec{F_m}\right| = 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 1.2 \cdot 10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot \operatorname{sen} 90° \rightarrow \boldsymbol{\left|\vec{F_m}\right| = 3.84 \cdot 10^{-12} N}$$

www.clasesalacarta.com

Para que el electrón describa una trayectoria circular, la fuerza magnética tiene que tener en mismo módulo que la fuerza centrípeta:

$$|\vec{F}_m| = |\vec{F}_C| \rightarrow |\vec{F}_m| = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow R = \frac{m \cdot v^2}{|\vec{F}_m|} = \frac{9.109 \cdot 10^{-31} \cdot (1.2 \cdot 10^7)^2}{3.84 \cdot 10^{-12}} \rightarrow \boldsymbol{R = 3.41 \cdot 10^{-5}\ m}$$

Por último, la aceleración del electrón es igual a:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{a_c} = \frac{(1.2 \cdot 10^7)^2}{3.41 \cdot 10^{-5}} \rightarrow \boldsymbol{a_C = 4.22 \cdot 10^{18}\ {}^{m}/_{s^2}}$$

Cuestión 1.- Una fuente puntual esférica emite sonido uniformemente en todas las direcciones. A una distancia de 10 m el nivel acústico es 80 dB. ¿Cuál es la intensidad sonora en ese punto? ¿Cuál es la potencia del sonido emitida por la fuente? $I_0 = 10^{-12} Wm^{-2}$

La intensidad sonora se relaciona con el nivel de intensidad sonora por medio de la expresión:

$$\beta = 10 \cdot log\frac{I}{I_0} \rightarrow 80 = 10 \cdot log\frac{I}{10^{-12}} \rightarrow 8 = log\frac{I}{10^{-12}} \rightarrow 10^{-8} = \frac{I}{10^{-12}} \rightarrow \boldsymbol{I = 10^{-20}\ {}^{W}/_{m^2}}$$

La intensidad sonora está relacionada con la potencia del sonido por medio de:

$$I = \frac{\mathcal{P}}{S} \rightarrow \mathcal{P} = I \cdot S = I \cdot 4\pi R^2 = 10^{-20} \cdot 4\pi 10^2 \rightarrow \boldsymbol{\mathcal{P} = 1.25 \cdot 10^{-17}\ W}$$

Cuestión 2.-

a) Deduce la expresión de la velocidad de escape desde la superficie de un planeta
b) Determina la velocidad de escape desde la superficie terrestre

$G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ N m^2kg^{-2}, M_{TIERRA}= $5'98 \cdot 10^{24}$ Kg, R_{TIERRA}=6370km

La velocidad de escape de cualquier objeto en relación a un cuerpo celeste, como un planeta de radio R, es la velocidad a la que es necesario lanzar dicho objeto para que no regrese al planeta, es decir, para que escape a la acción del campo gravitatorio de dicho planeta. Para deducir su expresión aplicamos la relación entre el trabajo exterior y la variación de energía que tiene lugar desde que el objeto es lanzado a la velocidad de escape hasta que llega hipotéticamente a una distancia infinita con velocidad nula. Los incrementos de energía y el trabajo exterior son:

$$\Delta E_m = W_{ext} = 0$$

Porque no hay fuerzas externas.

$$\Delta E_m = E_{mF} - E_{m0} = (E_{CF} + E_{PF}) - (E_{C0} + E_{P0}) \rightarrow \Delta E_m = (0+0) - \left[\frac{m\,v^2}{2} + \left(-G\frac{M \cdot m}{R}\right)\right] \rightarrow \Delta E_m = G\frac{M \cdot m}{R} - \frac{m\,v^2}{2} = 0$$

$$\rightarrow \boldsymbol{v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}}$$

La velocidad de escape desde la superficie marciana será:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^6}} \rightarrow \boldsymbol{v = 353.88\ {}^{m}/_{s}}$$

Cuestión 3.-

a) Explica la hipótesis de De Broglie
b) Determina la longitud de onda de la onda asociada a un electrón que se mueve con una velocidad de 5000 km/s

$h=6'626 \cdot 10^{-34}$ J s,$m_e = 9'109 \cdot 10^{-31}$kg)

Louis De Broglie propuso extender la dualidad onda-partícula a toda la materia, desarrollando la teoría matemática que describe las llamada ondas de materia: toda partícula en movimiento lleva asociada una onda, tal que su longitud de onda viene dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\,v}$$

www.clasesalacarta.com

La materia tiene, por tanto, naturaleza dual: puede comportarse como onda o como partícula. El aspecto ondulatorio queda prácticamente anulado cuando consideramos objetos macroscópicos, pero cuando consideramos partículas de tamaño subatómico, la dualidad entre onda y partícula es patente.

$$\lambda = \frac{h}{m\,v} = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{9.109 \cdot 10^{-31} \cdot \frac{5000\ km}{1\ s} \cdot \frac{1000\ m}{1\ km}} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 1.45 \cdot 10^{-10} m = 1.45\ \text{Å}}$$

Cuestión Experimental.- En el laboratorio del instituto se han medido los siguientes ángulos de refracción cuando un haz luminoso incide desde el aire (n_{aire}=1) hacía un superficie de un vidrio cuyo índice de refracción pretendemos determinar. Calcula el índice de refracción de dicho vidrio. ¿Qué ley física has tenido en cuenta para calcular el índice de refracción?

Experiencia	Ángulo de Incidencia	Ángulo de Refracción
1ª	20º	14º
2ª	29º	20º
3ª	40º	26º
4ª	50º	31º

La refracción sigue la Ley de Snell: el producto del seno del ángulo de incidencia por el índice de refracción del medio de donde proviene la luz es igual al producto del seno del ángulo de refracción por el índice de refracción del medio al que va la luz.

$$n_1\ sen\ \hat{\imath} = n_2\ sen\ \hat{r}$$

Para calcular el índice de refracción del vidrio aplicamos la ley de Snell a los datos de la tabla. Por último, el índice de refracción del vidrio será la media aritmética de los distintos índices calculados:

$$n_{vidrio} = n_{aire} \cdot \frac{sen\ \hat{\imath}}{sen\ \hat{r}} \rightarrow \boldsymbol{n_{vidrio} = \frac{sen\ \hat{\imath}}{sen\ \hat{r}}}$$

Experiencia	$\hat{\imath}^o$	$\hat{r}^o$	n_{vidrio}
1ª	20	14	1.414
2ª	29	20	1.417
3ª	40	26	1.466
4ª	50	31	1.487

$$n_{vidrio} = \frac{1.414 + 1.417 + 1.466 + 1.487}{4} \rightarrow \boldsymbol{n_{vidrio} = 1.446}$$

Opción B

Problema 1.- La ecuación de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda, expresada en unidades del S.I. es $y(x,t) = 0'45\ sen\ (12\pi t - 3\pi x)$. Calcula:

a) La longitud de onda, el periodo y la velocidad de propagación de la onda.
b) La velocidad de vibración del punto que ocupa la posición x = 2 m para t = 1 s.
c) La aceleración máxima de dicho punto en su movimiento de vibración.

Comparamos la ecuación dada con la ecuación de una onda armónica:

$$\begin{matrix} y(x,t) = 0'45\ sen(12\pi t - 3\pi x) \\ y(x,t) = A\ sen(\omega t \pm kx + \delta_0) \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} A = 0.45\ m \\ \omega = 12\pi\ {}^{rad}/_{s} \\ -: sentido\ positivo\ OX \\ k = 3\pi\ m^{-1} \\ \delta_0 = 0\ rad \end{cases}$$

La longitud de onda la calculamos a partid del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{3\pi} \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 0.67\ m}$$

La velocidad de propagación a partir del número de onda y la frecuencia angular:

$$k = \frac{\omega}{v} \rightarrow v = \frac{12\pi}{3\pi} \rightarrow \boldsymbol{v = 4\ {}^{m}/_{s}}$$

El periodo está relacionado con la longitud de onda y la velocidad de propagación:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.67}{4} \rightarrow \boldsymbol{T = 0.167\ s}$$

www.clasesalacarta.com

La velocidad de vibración viene dada por la derivada de la posición en función del tiempo:

$$v(x,t) = \frac{dy}{dt} = A\omega\ cos(\omega t - kx + \delta_0)$$

Para x = 2m y t = 1s:

$$v(2,1) = 5.4\pi\ cos(6\pi) \rightarrow \boldsymbol{v = 16.96\ ^{m}/_{s}}$$

La aceleración de vibración viene dada por la derivada de la velocidad en función del tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\ sen\ (\omega t - kx)$$

Esta aceleración será máxima cuando el seno tome el valor de -1:

$$a_{máx} = A\omega^2 = 0.45 \cdot (12\pi)^2 \rightarrow \boldsymbol{a_{máx} = 639.55\ ^{m}/_{s^2}}$$

Problema 2.- Un trozo de chatarra espacial de 50kg de masa que se dirige directo hacia la Tierra, en caída libre, tiene una velocidad de 12m/s a una altura sobre la superficie terrestre de 300km. Calcula:

a) El peso del trozo de chatarra a dicha altura h
b) La energía mecánica del trozo de chatarra a dicha altura
c) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre despreciando la fricción con la atmósfera.

G = 6'67· 10^{-11} N m^2kg^{-2}, M_{TIERRA}= 5'98·10^{24} kg, R_{TIERRA}=6370 km

El peso del trozo de chatarra lo calculamos mediante la expresión de la fuerza peso:

$$P = m \cdot g = m\frac{G \cdot M}{(R+h)^2} = 50 \cdot \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{(6370 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3)^2} \rightarrow \boldsymbol{P = 486.89\ N}$$

Su energía mecánica a esa altura:

$$E_m = E_C + E_P = \frac{1}{2}m\ v^2 - G\frac{M \cdot m}{R+h} = m\left(\frac{v^2}{2} - \frac{G \cdot M}{R+h}\right) = 50\left(\cdot\frac{12^2}{2} - \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3}\right) \rightarrow \boldsymbol{E_M = -2.99 \cdot 10^9\ Jul}$$

Si despreciamos la fricción con la atmósfera, la energía mecánica se conserva, por lo que:

$$E_{m0} = E_{MF} \rightarrow E_{C0} + E_{P0} = E_{CF} + E_{PF} \rightarrow \frac{1}{2}{v_0}^2 - G\frac{M}{R+h} = \frac{1}{2}{v_F}^2 - G\frac{M}{R_T} \rightarrow \frac{(12)^2}{2} - 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{5.98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3 + 300 \cdot 10^3}$$

$$= \frac{1}{2}{v_F}^2 - 6.67 \cdot 10^{-11}\frac{5.98 \cdot 10^{24}}{6370 \cdot 10^3} \rightarrow \boldsymbol{v_F = 766.27\ ^{m}/_{s}}$$

Cuestión 1.-

a) Enuncia el teorema de Gauss
b) Una carga eléctrica puntual de 2 μC se encuentra situada en el centro geométrico de un cubo de 2 m de arista. El medio es el vacío. Calcula el flujo eléctrico a través de la superficie cúbica.

ε_0 = 8'85· 10^{-12} $C^2m^{-2}N^{-1}$, 1μC=10^{-6}C

El teorema de Gauss relaciona el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada con la carga contenida en su interior: "El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es independiente de la forma de la superficie e igual a la carga neta contenida dividida por la permitividad del medio"

$$\phi = \frac{q}{\varepsilon}$$

Podemos considerar la propia superficie del cubo como la superficie gaussiana (es cerrada y está situada en un campo eléctrico). Por lo tanto aplicando el teorema de Gauss:

$$\phi = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{8.85 \cdot 10^{-12}} \rightarrow \boldsymbol{\phi = 2.26 \cdot 10^5\ V \cdot m}$$

Cuestión 2.- Explica el fenómeno de la dispersión de la luz, pon un ejemplo en el que se ponga de manifiesto

La dispersión de la luz es el fenómeno por el cual distintas longitudes de onda se refractan con ángulos distintos al atravesar medios materiales. El ángulo de refracción de un rayo de luz al atravesar un medio material depende de su

www.clasesalacarta.com

longitud de onda. En el fenómeno de la dispersión de la luz las distintas longitudes de onda que componen un rayo tomarán un ángulo de refracción ligeramente distinto.

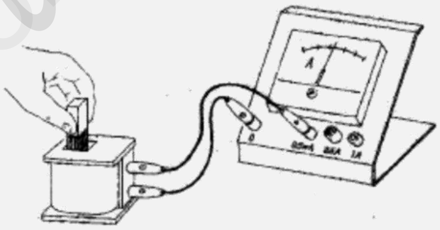
El ejemplo más conocido es el arcoíris, se debe a la refracción luz solar en las gotas de agua, éstas sirven de dispersores de las distintas longitudes de onda de la luz solar a partir de una doble refracción y una reflexión. Dicha reflexión provoca que el color superior sea el violeta en lugar del rojo. Para poder observar el arco iris el Sol debe estar en nuestra espalda.

Cuestión 3.- La función de trabajo del potasio es 2'24 eV. Si se ilumina potasio metálico con luz de longitud de onda 480nm, determina la energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos.
h= 6'626·10^{-34} J s, c=3'00·10^{8}m s^{-1}, 1eV=1'602·10^{-19}J, 1nm=10^{-9}m

El efecto fotoeléctrico es la emisión de electrones por parte de un metal cuando es iluminado por radiación electromagnética de determinada longitud de onda. La ecuación de Einstein para explicar el efecto fotoeléctrico es:

$$E_i = W + E_C \rightarrow h \cdot f = W + E_C \rightarrow E_C = h\frac{c}{\lambda} - W = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{480 \cdot 10^{-9}} - 2.24 \cdot \frac{1.602 \cdot 10^{-19} Jul}{1\ eV} \rightarrow \boldsymbol{E_C}$$
$$= \boldsymbol{5.52 \cdot 10^{-20}\ Jul}$$

Cuestión Experimental.- En el laboratorio del instituto se realiza el montaje experimental de la figura para estudiar el fenómeno de la inducción electromagnética. Responde a las siguientes preguntas y razona tus respuestas:



a) ¿Se induce una corriente eléctrica al mover un imán en el interior de una bobina?
b) ¿Y si lo que se mueve es la bobina, dejando fijo el imán?
c) ¿El sentido de la corriente es siempre el mismo o depende de si el imán se acerca o aleja de la bobina?
d) ¿Cuánto más deprisa se mueve el imán el valor de la corriente inducida es mayor o menor?
e) ¿Qué leyes rigen estos hechos experimentales?

(a) Según la Ley de Faraday "*la fem que da lugar a la corriente eléctrica inducida en un circuito, es igual a la rapidez con que varía el flujo magnético a través de dicho circuito*". Si hay un imán dentro del hueco de la bobina, el campo magnético del imán origina un flujo magnético no nulo que será mayor cuanto más potente sea el imán.

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt}$$

Si el imán se mueve, el flujo magnético será variable con el tiempo con lo que la *fem* no será nula. Por tanto, se generará una corriente eléctrica que será registrada por el amperímetro.

(b) Si lo que se mueve es la bobina, también hay una variación del flujo magnético por lo que también se inducirá una corriente eléctrica.

(c) El sentido de la corriente es distinto, siguiendo el principio de Lenz "*el sentido de la corriente inducida es tal que el campo creado por dicha corriente tiende a oponerse a la creación del flujo magnético que la ha originado*". Es decir:
- Si el imán se acerca, el flujo magnético a través de la espira aumenta y la corriente inducida tendrá sentido antihorario.
- Si el imán se aleja, el flujo magnético a través de la espira disminuye y el sentido de la corriente será el horario.

(d) Cuanto más deprisa se mueva el imán mayor es el valor de la corriente inducida. Según la ley de Faraday antes enunciada.

www.clasesalacarta.com