

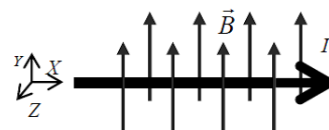


Universidad de Castilla la Mancha – Septiembre 2.010

Opción A

Problema 1.- Un conductor rectilíneo que transporta una corriente $I = 4 \text{ A}$ se somete a un campo magnético $B = 0.25 \text{ T}$ orientado según se indica en la figura.

- ¿A qué fuerza se encuentra sometido el conductor por unidad de longitud? Especifíquese el módulo y la dirección y el sentido de acuerdo con el sistema coordenado de la figura.
- En un segundo experimento se somete al conductor a un campo magnético girado con respecto al de la figura, que forma 30° con el eje Z y 60° con el eje Y. ¿A qué fuerza se encuentra ahora sometido el conductor por unidad de longitud? Especifíquese el módulo y la dirección y el sentido.



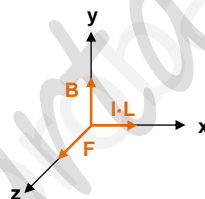
La acción de un campo magnético uniforme sobre un conductor rectilíneo obedece a:

$$F = I \cdot L \times B \cdot \sin \theta \rightarrow F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin 90 \rightarrow \frac{F}{L} = I \cdot B \rightarrow \frac{F}{L} = 4 \cdot 0.25 \rightarrow \frac{F}{L} = 1 \text{ N/m}$$

La dirección y sentido nos lo da el producto vectorial:

$$\left. \begin{array}{l} I \cdot \vec{L} = 4L \cdot \vec{i} \\ \vec{B} = 0.25 \cdot \vec{j} \end{array} \right\} I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4L & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0 \end{vmatrix} = 1 \vec{k}$$

Por tanto, se verá sometido a una fuerza de 1 N por cada unidad de longitud en el sentido positivo del eje z.

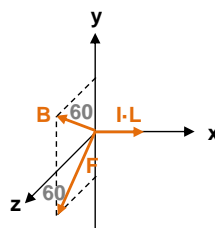


En el caso del campo magnético girado, el módulo de la fuerza por unidad de longitud sigue siendo el mismo, ya que el módulo del campo sigue siendo 0.25 T, la corriente tampoco cambia y el ángulo entre ambos sigue siendo 90° , aunque la orientación del campo ha cambiado en el plano coordenado YZ.

$$F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin 90 \rightarrow \frac{F}{L} = I \cdot B \rightarrow \frac{F}{L} = 4 \cdot 0.25 \rightarrow \frac{F}{L} = 1 \text{ N/m}$$

$$\left. \begin{array}{l} I \cdot \vec{L} = 4L \cdot \vec{i} \\ \vec{B} = 0.25 (\vec{j} \cos 60 + \vec{k} \sin 60) \end{array} \right\} I \cdot \vec{L} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 4L & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 \cos 60 & 0.25 \sin 60 \end{vmatrix} = -\vec{j} \sin 60 + \vec{k} \cos 60 \rightarrow \frac{F}{L} = -\frac{1}{2} \vec{j} + \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{k} \text{ N/m}$$

Por tanto, se verá sometido a una fuerza de 1 N por cada unidad de longitud que forma un ángulo de 60° con el eje y, y otro de 60° con el eje z.



Problema 2.- El planeta Júpiter tiene un radio de 71056 km y varios satélites (Io, Europa, Ganímedes, Calisto y Amaltea). El satélite más próximo al planeta, Io, gira en una órbita circular a una altura de 347944 km sobre la superficie de Júpiter y un periodo de 42 horas y 28 minutos. Calcula:

- Velocidad orbital del satélite Io y la masa de Júpiter.
- Aceleración de la gravedad y el peso de un cuerpo de 80 kg de masa en la superficie del planeta.
- La velocidad de escape de una nave en reposo, desde la superficie del planeta.

Dato: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{42 \cdot 3600 + 28 \cdot 60} \rightarrow \omega = 4.11 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} \rightarrow v = \omega \cdot R = 4.11 \cdot 10^{-5} \cdot (71056 \cdot 10^3 + 347944 \cdot 10^3) \rightarrow v = 17220.4 \text{ m/s}$$

La fuerza de atracción entre la Tierra y el satélite tiene que ser igual a la fuerza centrípeta, para que el satélite no salga despedido de la órbita:

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c| \rightarrow G \frac{m \cdot m_j}{R^2} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow m_j = \frac{v^2 \cdot R}{G} = \frac{17220.4^2 \cdot (71056 \cdot 10^3 + 347944 \cdot 10^3)}{6.67 \cdot 10^{-11}} \rightarrow m_j = 1.86 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

La aceleración de la gravedad:

$$g = G \cdot \frac{m_j}{R^2} = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1.86 \cdot 10^{27}}{(71056 \cdot 10^3)^2} \rightarrow g = 24.6 \text{ m/s}^2 \rightarrow P = m \cdot g = 80 \cdot 24.6 \rightarrow P = 1968.7 \text{ N}$$

La velocidad de escape:

$$v_e = \sqrt{\frac{2 G m}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 1.86 \cdot 10^{27}}{71056 \cdot 10^3}} \rightarrow v_e = 59138 \text{ m/s}$$

Cuestión 1.-

- Enuncia la ley de Coulomb.
- De acuerdo con esta ley, ¿cuánto se debe modificar la distancia entre dos cargas para que la fuerza de interacción entre ellas aumente nueve veces?

La fuerza de interacción entre dos cargas eléctricas es proporcional al valor de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Además, la fuerza electrostática depende del medio en que están inmersas las cargas (la influencia del medio se expresa mediante la constante k que depende de la naturaleza de éste). Según esta ley, la fuerza que la carga 1 ejerce sobre la carga 2 sería:

$$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 q_2}{d^2} \vec{u}_{12}$$

Siendo la fuerza de repulsión si ambas cargas son del mismo signo y de atracción si son de distinto signo.

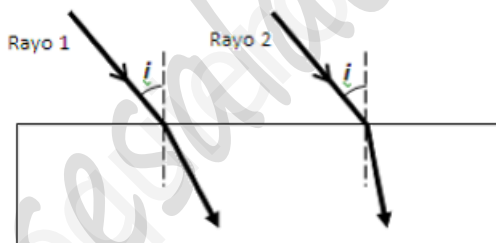
Como la Fuerza es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$F \propto \frac{1}{d^2}$$

Si la fuerza aumenta 9 veces, la distancia tiene que disminuir 3 veces, es decir, reducirse a 1/3.

Cuestión 2.- Dos rayos de luz de diferentes colores inciden desde el aire sobre la superficie de una lámina de vidrio con el mismo ángulo de incidencia i (véase figura). Cuando se refractan dentro del vidrio, siguen los caminos indicados en la figura. Explicar:

- Para cual de los dos rayos el índice de refracción del vidrio es mayor.
- En qué caso la velocidad de la luz dentro del vidrio es mayor.



Aplicando la ley de Snell, a cada rayo de la figura, y observando que $r_2 < r_1$:

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{sen } \hat{i} = n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen } \hat{r} \rightarrow 1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_{\text{vidrio}} \cdot \text{sen } \hat{r} \rightarrow \begin{cases} n_1 = n_{\text{vidrio}} \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}_1} \\ n_2 = n_{\text{vidrio}} \frac{\text{sen } \hat{i}}{\text{sen } \hat{r}_2} \end{cases} \rightarrow \hat{r}_2 < \hat{r}_1 \rightarrow \text{sen } \hat{r}_2 < \text{sen } \hat{r}_1 \rightarrow n_2 > n_1$$

Como el índice de refracción es:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow v = \frac{c}{n}$$

Si el rayo 2 tiene un índice de refracción mayor, significa que tiene una velocidad menor, por tanto: $v_1 > v_2$

Cuestión 3.- Un láser de Helio-Neón produce un rayo de luz roja de 632.8 nm.

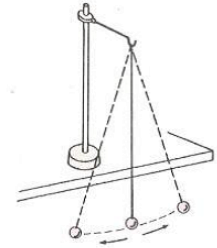
- ¿Cuál es su frecuencia?
 - ¿Qué energía transporta cada uno de sus fotones, expresando el resultado en electrón-voltios?
- Constante de Planck $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{632.8 \cdot 10^{-9}} \rightarrow f = 4.74 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E = h \cdot f = 6.626 \cdot 10^{-34} \cdot 4.74 \cdot 10^{14} \rightarrow E = 3.14 \cdot 10^{-19} \text{ Jul} \cdot \frac{1 \text{ V}}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Jul}} = 1.96 \text{ eV}$$



Cuestión Experimental.- En el laboratorio del instituto medimos el tiempo que tarda un péndulo simple en describir oscilaciones de pequeña amplitud para determinar el valor de la aceleración de la gravedad. Responde a las siguientes cuestiones:



- Si repites la experiencia con otra bola de masa distinta, ¿obtendrías los mismos resultados? ¿Por qué?
- ¿Qué longitud debería tener el hilo para que el periodo fuera el doble del obtenido?
- En la luna, donde la gravedad viene a ser 6 veces menor que en la Tierra ($g_{Tierra}=9,8 \text{ m/s}^2$) ¿Cuál sería el periodo de un péndulo, si en la Tierra su periodo es de 2 segundos?

(a) El periodo del péndulo simple es independiente de la masa, por lo tanto, repetir el experimento con una masa distinta daría igual periodo, y el valor de la aceleración de la gravedad obtenido a partir de éste sería el mismo.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$$

(b) Para obtener un periodo doble:

$$\left. \begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ 2T &= 2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{2T}{T} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L'}{g}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}} \rightarrow 2 = \sqrt{\frac{L'}{L}} \rightarrow L' = 4L$$

(c) El periodo en la Luna:

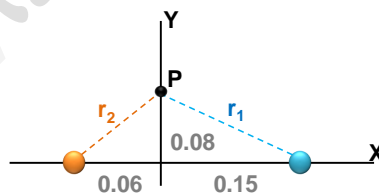
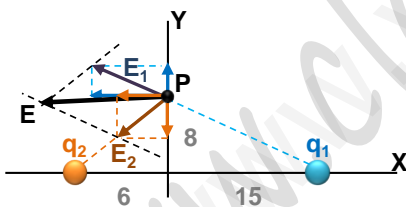
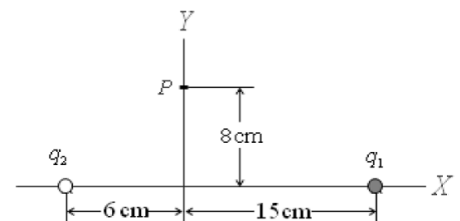
$$\left. \begin{aligned} T_{Luna} &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{Luna}}} \\ T_{Tierra} &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{Tierra}}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{T_{Luna}}{T_{Tierra}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{Luna}}}}{2\pi \sqrt{\frac{L}{g_{Tierra}}}} \rightarrow T_{Luna} = T_{Tierra} \cdot \sqrt{\frac{g_{Tierra}}{g_{Luna}}} \rightarrow T_{Luna} = 2 \cdot \sqrt{\frac{6}{1}} \rightarrow T_{Luna} = 4.89 \text{ s}$$

Opción B

Problema 1.- Un par de cargas $q_1 = +491.3 \text{ nC}$ y $q_2 = -1000 \text{ nC}$ están colocadas a lo largo del eje X según se indica en la figura. Se pide:

- Calcular el campo eléctrico (módulo y componentes) creado por estas dos cargas en el punto P.
- El eje X está dividido en tres tramos: a la izquierda de q_2 , el tramo central y a la derecha de q_1 . Razónese en qué tramo o tramos del eje existe un punto donde el potencial es igual a cero. No se pide calcular su posición.

Datos: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$



$$r_1 = \sqrt{(x_p - x_1)^2 + (y_p - y_1)^2} = \sqrt{(0 - 0.08)^2 + (0.08 - 0)^2} \rightarrow r_1 = 0.17 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{(x_p - x_2)^2 + (y_p - y_2)^2} = \sqrt{(0 - 0.06)^2 + (0.08 - 0)^2} \rightarrow r_2 = 0.1 \text{ m}$$

$$E_1 = K \frac{q_1}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{491.3 \cdot 10^{-9}}{0.17^2} \rightarrow E_1 = 153000 \text{ V/m} \rightarrow \begin{cases} E_{1x} = E_1 \frac{(x_p - x_1)}{r_1} = 153000 \frac{0 - 0.15}{0.17} \rightarrow E_{1x} = -135000 \text{ V/m} \\ E_{1y} = E_1 \frac{(y_p - y_1)}{r_1} = 153000 \frac{0.08 - 0}{0.17} \rightarrow E_{1y} = 72000 \text{ V/m} \end{cases}$$

$$E_2 = K \frac{q_2}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{-1000 \cdot 10^{-9}}{0.1^2} \rightarrow E_2 = -900000 \text{ V/m} \rightarrow \begin{cases} E_{2x} = E_2 \frac{(x_p - x_2)}{r_2} = -900000 \frac{0 - 0.06}{0.1} \rightarrow E_{2x} = 540000 \text{ V/m} \\ E_{2y} = E_2 \frac{(y_p - y_2)}{r_2} = -900000 \frac{0.08 - 0}{0.1} \rightarrow E_{2y} = -72000 \text{ V/m} \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_{1x} + E_{2x} \rightarrow E_x = 405000 \text{ V/m} \\ E_y &= E_{1y} + E_{2y} \rightarrow E_y = -648000 \text{ V/m} \end{aligned} \right\} \rightarrow E_T = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(0 - 0.06)^2 + (0.08 - 0)^2} \rightarrow E_T = 764152.47 \text{ V/m}$$

El potencial creado por una carga puntual es proporcional a la carga e inversamente proporcional a la distancia. En presencia de dos cargas, el potencial en cada punto es la suma algebraica de los potenciales. Esto implica que en el tramo a la

izquierda de q_2 no puede haber ningún punto de potencial nulo, porque todos los puntos del tramo están más cerca de la carga negativa que es la mayor en valor absoluto, por lo que el cociente carga/distancia será siempre mayor para q_2 que para q_1 , y el potencial en todos esos puntos será negativo.

En los tramos entre las dos cargas y a la derecha de q_1 sí existe un punto de potencial nulo en cada uno, pues el cociente carga/distancia puede equilibrarse cuando estemos lo bastante cerca de q_1 y lo bastante lejos de q_2 , así que tendremos potencial cero en aquellos lugares en que **el valor absoluto del potencial debido a q_1 sea igual al valor absoluto del potencial debido a q_2 .**

Problema 2.- Una onda se propaga por una cuerda según la ecuación: $y(x,t) = 0,2 \text{sen}(6\pi t + \pi x + \pi/4)$ en unidades del (S. I.)
Calcula:

- a) La frecuencia, el periodo, la longitud de la onda y la velocidad de propagación.
- b) El estado de vibración (elongación), velocidad y aceleración de una partícula situada en $x=0,2$ m en el instante $t=0,3$ s.
- c) Diferencia de fase entre dos puntos separados 0,3 m.

$$v = \lambda \cdot f = 0,2 \cdot 25 \rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

$$y(x,t) = A \text{sen}(\omega t \pm kx + \delta_0) \rightarrow \begin{cases} A = 0,2 \text{ m} \\ \omega = 6\pi \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} \rightarrow f = 3 \text{ Hz} \\ T = \frac{1}{f} \rightarrow T = \frac{1}{3} \text{ s} \\ k = \pi \text{ m}^{-1} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \\ v = \lambda \cdot f \rightarrow v = 6 \text{ m/s} \end{cases}$$

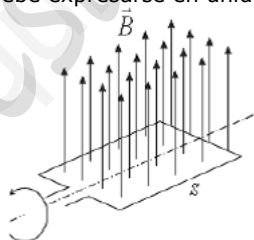
$$y(0,2, 0,3) = 0,2 \text{sen}\left(6\pi \cdot 0,3 + 0,2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = 0,2 \text{sen}\left(\frac{9\pi}{4}\right) \rightarrow y = 0,141 \text{ m} = 14,1 \text{ cm}$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 1,2\pi \cos\left(6\pi t + \pi x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow v(0,2, 0,3) = 1,2\pi \cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) \rightarrow v = 2,66 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -7,2\pi^2 \text{sen}\left(6\pi t + \pi x + \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow a(0,2, 0,3) = -7,2\pi^2 \text{sen}\left(\frac{9\pi}{4}\right) \rightarrow a = -50,24 \text{ m/s}^2$$

$$\Delta\delta = \left| \left(6\pi t_1 + \pi x_1 + \frac{\pi}{4}\right) - \left(6\pi t_2 + \pi x_2 + \frac{\pi}{4}\right) \right| \rightarrow t_1 = t_2 \rightarrow \Delta\delta = |\pi x_1 - \pi x_2| = \pi |x_1 - x_2| \rightarrow \Delta\delta = 0,3\pi \text{ rad}$$

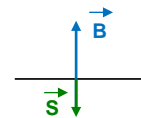
Cuestión 1.- Una espira rectangular de área $S = 50 \text{ cm}^2$ está girando con velocidad angular constante dentro de un campo magnético uniforme de módulo $B = 10^{-3} \text{ T}$. Determinar el flujo magnético cuando la espira está perpendicular al campo magnético y cuando haya girado 45° . El resultado debe expresarse en unidades del sistema internacional.



Si la espira está perpendicular al campo, el vector \vec{S} será o paralelo o antiparalelo a \vec{B} :

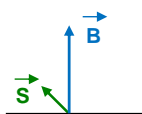


$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cos 0^\circ \rightarrow \phi = 5 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

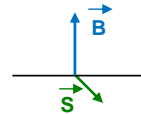


$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cos 180^\circ \rightarrow \phi = -5 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Si la espira ha girado 45° , \vec{B} y \vec{S} forman un ángulo de 45° o de 135° :



$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cos 45^\circ \rightarrow \phi = \frac{10^{-5}}{\sqrt{2}} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$



$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cos 135^\circ \rightarrow \phi = -\frac{10^{-5}}{\sqrt{2}} \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

Cuestión 2.- Se dice que un satélite está en una órbita ecuatorial geostacionaria cuando su periodo orbital es el mismo que el periodo de rotación de la Tierra, porque de este modo el satélite permanece siempre sobre el mismo punto de la superficie. Hoy



en día la órbita geostacionaria está a unos 36000 km por encima del nivel del mar. Pero como la rotación de la Tierra se va ralentizando lentamente con el tiempo, la duración del día hace millones de años era menor que hoy: en la época de los dinosaurios el día duraba unas 21 horas, no 24 como en la actualidad. Si alguien hubiese querido situar en aquel entonces un satélite en órbita geostacionaria, ¿hubiese tenido que colocar el satélite a mayor o menor distancia de la superficie? Explíquese.

La fuerza de atracción entre la Tierra y es satélite tiene que ser igual a la fuerza centrípeta:

$$|\vec{F}_g| = |\vec{F}_c| \rightarrow G \frac{M_T \cdot m_S}{R^2} = m_S \frac{v^2}{R} \rightarrow G \frac{M_T \cdot m_S}{R^2} = m_S \frac{(\omega R)^2}{R} \rightarrow G \frac{M_T \cdot m_S}{R^2} = m_S \omega^2 R \rightarrow R^3 = \frac{G M_T}{\omega^2}$$

Cuando la duración del día era de 21 horas, la velocidad angular de rotación era mayor. Si la velocidad angular se incrementa, el radio de la órbita geostacionaria se reduce. Por lo tanto en la época de los dinosaurios la órbita geostacionaria estaba más cerca del suelo que en la actualidad.

Dicho de otro modo, cuando la velocidad angular era mayor, un satélite geostacionario disponía de menos tiempo para completar una vuelta, y por eso debía recorrer una circunferencia de menor longitud, y por lo tanto de menor radio, para mantenerse siempre sobre el mismo punto de la superficie.

Cuestión 3.-

- Enuncia la hipótesis de De Broglie.
- Calcula la longitud de onda de un electrón de 10 eV de energía cinética

Datos: $h=6.626 \cdot 10^{-34}$ J s, $m_e=9.1 \cdot 10^{-31}$ Kg

Hipótesis.- Las partículas llevan asociada una onda cuya longitud de onda es inversamente proporcional al momento lineal:

$$p = m \cdot v \rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m} \rightarrow p = \sqrt{10 \cdot 1.602 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31}} \rightarrow p = 1.707 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{6.626 \cdot 10^{-34}}{1.707 \cdot 10^{-24}} \rightarrow \lambda = 3.88 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 3.88 \text{ \AA}$$

Cuestión Experimental.- En el laboratorio del instituto se han medido los siguientes ángulos de refracción cuando un haz luminoso incide desde un vidrio hacia el aire ($n_{\text{aire}}=1$) para observar el fenómeno de la reflexión total. De acuerdo con los datos de la práctica responde a las siguientes cuestiones:

- Determina el índice de refracción del vidrio
- ¿A qué llamamos ángulo límite? Determinalo en base a la tabla adjunta.
- Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite, la luz: a) se refleja, b) se refracta, o c) se refleja y se refracta.

Experiencia	Ángulo de incidencia	Ángulo de refracción
1ª	23°	34°
2ª	32°	49°
3ª	39°	64°
4ª	44°	90°

Según la ley de Snell:

$$\omega = \frac{k}{m} \rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{k}{m} \rightarrow \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{k}{m} \rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

Experiencia	i	r	sen i	sen r	$n = \frac{\text{sen } r}{\text{sen } i}$
1ª	23	34	0.3907	0.5592	1.4311
2ª	32	49	0.5299	0.7547	1.4242
3ª	39	64	0.6293	0.8988	1.4282
4ª	44	90	0.6947	1	1.4396

$$n = \frac{1.4311+1.4242+1.4282+1.4396}{4} \rightarrow n = 1.4308$$

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es igual a 90°. El fenómeno asociado es la reflexión total. Viendo la tabla, observamos que el ángulo de incidencia para el cual existe un ángulo de refracción de 90°, es **44°**.

Cuando hay reflexión total la luz se refleja totalmente en la superficie, volviendo al mismo medio. No se refracta. Esto ocurre cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite.