OPCIÓN A. PROBLEMA 1

Una partícula de masa 10^{-2} kg vibra con movimiento armónico simple de periodo π s a lo largo de un segmento de 20 cm de longitud. Determinar:

a) Su velocidad y su aceleración cuando pasa por el punto medio del segmento.

b) Su velocidad y su aceleración en los extremos.

c) El valor de la fuerza restauradora cuando su elongación es 8 cm.

a) La amplitud de este MAS será A = 10 cm = 0.1 m, mitad del recorrido completo a lo largo del segmento.

La frecuencia angular del movimiento depende de masa y constante elástica $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

La frecuencia angular se calcula conociendo el periodo $T \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ rad/s

Ecuación del MAS: $x = A \text{ sen } \omega t = 0.1 \text{ sen } 2t \quad (x \text{ en m})$

Elegimos fase inicial nula, lo cual implica que en t = 0 la elongación x = 0, y por tanto la partícula se encuentra en ese momento en el origen de coordenadas (mitad del segmento).

Velocidad: $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t = 0.2 \cos 2t \quad (\dot{x} \text{ en m/s})$

Aceleración: $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 \text{ sen } \omega t = -0.4 \text{ sen } 2t \quad (\ddot{x} \text{ en m/s}^2)$

La partícula se encuentra en el punto medio del segmento cuando $\omega t = 0$ y cuando $\omega t = \pi$ (a partir de 2π se repiten posiciones, velocidades y aceleraciones), por lo tanto para la velocidad hay dos posibilidades en el punto medio:

$\omega t = 0 \rightarrow \cos \omega t = 1 \rightarrow \dot{x} = 0.2 \cos 0 = 0.2 \text{ m/s}$ Vel. máxima, sentido positivo

$\omega t = \pi \rightarrow \cos \omega t = -1 \rightarrow \dot{x} = 0.2 \cos \pi = -0.2 \text{ m/s}$ Vel. máxima, sentido negativo

Para la aceleración sólo hay una posibilidad, ya que sen $\omega t = 0$ cuando $\omega t = 0$ y cuando $\omega t = \pi$. Por tanto, cuando el oscilador pasa por el punto medio la aceleración es igual a cero.

b) En los extremos del segmento o bien $\omega t = \frac{\pi}{2}$ o bien $\omega t = \frac{3\pi}{2}$, por tanto la velocidad siempre será cero y para la aceleración hay dos posibilidades:

$\omega t = \frac{\pi}{2} \rightarrow \text{sen } \omega t = 1 \rightarrow \dot{x} = -0.4 \text{ sen } \frac{\pi}{2} = -0.4 \text{ m/s}^2$ Ac. máxima, sentido negativo

$\omega t = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \text{sen } \omega t = -1 \rightarrow \dot{x} = -0.4 \text{ sen } \frac{3\pi}{2} = 0.4 \text{ m/s}^2$ Ac. máxima, sentido negativo

c) El valor de la fuerza restauradora cuando su elongación es 8 cm.

El movimiento armónico simple (MAS) se caracteriza por una fuerza proporcional a la elongación (distancia a la posición de equilibrio) que tiene signo contrario al desplazamiento: por eso se denomina fuerza restauradora $F = -k\,x$, donde k es la constante de proporcionalidad.

Cálculo de la constante $k \rightarrow k = m\,\omega^2 = \cdot 10^{-2} \cdot 2^2 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2} = 4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}}$

$$F = -kx = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 0.08 = 3.2 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

Opción A - PROBLEMA 2

Una esfera conductora de 1 cm de radio tiene una carga de +6 nanoculombios (nC). A 100 metros de distancia hay otra esfera conductora de radio 2 cm cuyo potencial es +1800 V.

a) Calcular el potencial de la primera esfera y la carga de la segunda.

b) Calcular el potencial y el campo eléctrico en el punto medio de la distancia entre las dos esferas. Indicar mediante un diagrama el sentido del campo.

c) Si las dos esferas se conectan mediante un conductor ideal que no almacena carga y que permite el libre paso de cargas de una a otra, ¿cuál es la carga final de cada esfera?

Constante de la ley de Coulomb: $k = 9 \cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}; 1 nC = 10^{-9} C.

a) Potencial de la primera esfera R_1 = 1 cm

$$V_1 = k\frac{q_1}{R_1} = 9 \cdot 10^9 \frac{6 \cdot 10^{-9}}{10^{-2}} = 5400 \text{ V}$$

Carga de la segunda esfera R_2 = 2 cm

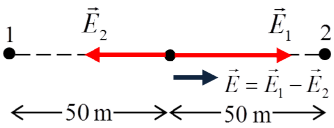
$$q_2 = \frac{V_2 R_2}{k} = \frac{1800 \cdot 0.02}{9 \cdot 10^9} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C} = 4 \text{ nC}$$

b) Vistas desde el exterior, las dos esferas se comportan como cargas puntuales.
Potencial en el punto medio = suma de potenciales de ambas esferas en r = 50 m.

$$V_m = k\left(\frac{q_1}{r} + \frac{q_2}{r}\right) = 9 \cdot 10^9 \frac{(6+4) \cdot 10^{-9}}{50} = 1.8 \text{ V}$$

Campo eléctrico: (véase dirección y sentido en el esquema).

$$E = E_1 - E_2 = k\left(\frac{q_1}{r^2} - \frac{q_2}{r^2}\right) = 0.0216 - 0.0144 = 0.0072 \ \frac{\text{V}}{\text{m}}$$



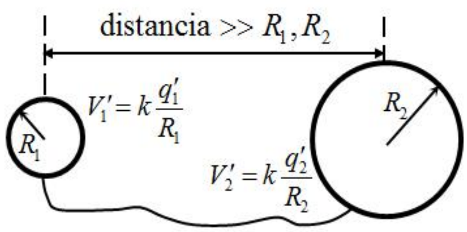
c) Si las dos esferas se ponen en contacto a través de un conductor ideal, pasarán cargas de una a otra hasta que las dos queden a un mismo potencial (equilibrio electrostático). Al mismo tiempo la carga total, cuyo valor es $Q = q_1 + q_2$ = 6+4 = 10 nC, tiene que conservarse.

Tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas:

$$q_1' + q_2' = 10 \text{ nC} \qquad \text{y} \qquad V_1' = V_2' = k\frac{q_1'}{R_1} = k\frac{q_2'}{R_2}$$

Resolviendo $q_1' + \frac{R_2}{R_1} q_1' = 10 \text{ nC} \rightarrow q_1' = \frac{10}{3}$ nC

$\rightarrow q_2' = \frac{20}{3}$ nC $\rightarrow V_1' = V_2' = 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-8}/3}{10^{-2}} = 3000$ V



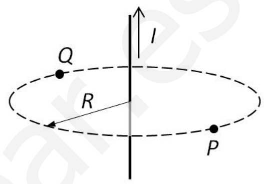
OPCIÓN A. CUESTIONES

3.- Un planeta gigante tiene dos pequeños satélites que describen órbitas circulares de 2·10^5 km y 1.6·10^6 km de radio, respectivamente. El satélite más cercano tarda 2 días en completar una órbita. Calcular el periodo orbital del satélite más lejano, justificando la respuesta.

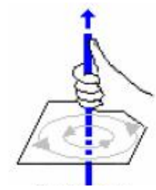
Aplicamos la 3ª ley de Kepler a los satélites 1 (cercano) y 2 (lejano):

$$\frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2} \;\rightarrow\; T_2^2 = \frac{R_2^3}{R_1^3}T_1^2 \;\rightarrow\; T_2 = T_1\sqrt{\frac{R_2^3}{R_1^3}} = 2\sqrt{\frac{(1.6\cdot 10^6)^3}{(2\cdot 10^5)^3}} = 2\cdot 22.6 = 45.2 \text{ días}$$

4.- Un conductor rectilíneo muy largo conduce una corriente *I* en el sentido indicado en la figura. (a) Indicar mediante un esquema cuál es la dirección y el sentido del campo magnético en los puntos *P* y *Q*, justificando la respuesta.
(b) Se sabe que el módulo del campo magnético en *P* y en *Q* es igual a 4·10^{-3} T cuando *R* = 10 cm ¿Cuál sería el módulo del campo magnético si *R* fuese igual a 50 cm?



(a) La dirección del campo magnético en *P* y en *Q* es tangente a la circunferencia que aparece punteada en la figura del enunciado, y el sentido, visto desde arriba (la perspectiva ofrecida en la figura) es antihorario de acuerdo con la regla de la mano derecha (véase ilustración de la misma al margen).



(b) El módulo del campo magnético a una distancia *R* de un conductor rectilíneo muy largo que transporta la corriente *I* es igual a $B = \frac{\mu_0\, I}{2\pi R}$. Es decir, el campo magnético es inversamente proporcional a la distancia (*R* aparece en el denominador). Luego el módulo del campo magnético a 10 cm de distancia debe ser 5 veces mayor que a 50 cm de distancia. Por tanto el campo magnético que nos piden será $B_{50\text{ cm}} = \frac{4\cdot 10^{-3}}{5} = 8\cdot 10^{-4}$ T

5.- Un microscopio electrónico emplea electrones acelerados mediante una diferencia de potencial de 2500 voltios. ¿Cuál es la longitud de onda de estos electrones?

Constante de Planck 6.63·10^{-34} J·s; masa del electrón 9.1·10^{-31} kg; carga del electrón -1.6·10^{-19} C.

La longitud de onda de los electrones viene dada por la relación de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{m\, v}$

La velocidad de los electrones puede determinarse pues sabemos que son acelerados por una diferencia de potencial de 2500 V, por lo que su energía cinética *K* valdrá

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = 2500 \text{ eV} = 2500 \text{ V} \cdot 1.6\cdot 10^{-19} \text{ C} = 4\cdot 10^{-16} \text{ J}$$

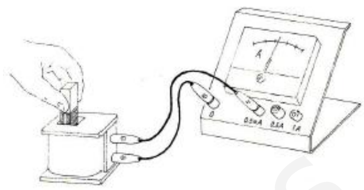
Calculamos la velocidad: $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot 4\cdot 10^{-16}}{9.1\cdot 10^{-31}}} = 2.96\cdot 10^7$ m/s

Longitud de onda de De Broglie: $\lambda = \frac{h}{m\, v} = \frac{6.63\cdot 10^{-34}}{9.1\cdot 10^{-31}\cdot 2.96\cdot 10^{7}} = 2.46\cdot 10^{-11}$ m

OPCIÓN A. CUESTIONES

CUESTIÓN EXPERIMENTAL

6.- Una bobina formada por un estrecho arrollamiento de espiras de cable conductor se conecta a un amperímetro cuyo cero está en el centro de la escala (ver figura). Un estudiante toma un imán y alternativamente lo introduce y lo retira del hueco central de la bobina. Al hacerlo, observa que la aguja del amperímetro se mueve alternativamente a la derecha y a la izquierda del centro de la escala. Explicar razonadamente este fenómeno.



Cuando el imán se mueve dentro del hueco, el flujo magnético a través de la bobina cambia. Esto produce una variación del flujo magnético con el tiempo, y de acuerdo con la ley de Faraday $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$, la variación de flujo con el tiempo $\frac{d\Phi}{dt}$ induce la fuerza electromotriz ε en la bobina. Como la bobina está hecha de cable conductor, dicha fuerza electromotriz es capaz de mover las cargas del material y aparece una corriente eléctrica a través del circuito formado por bobina, cables de conexión y amperímetro. Esta corriente es registrada por el amperímetro.

El hecho de que la aguja del amperímetro se mueva alternativamente hacia un lado y otro es consecuencia de que el flujo magnético se incrementa o disminuye según estemos acercando o retirando el imán del hueco, y cada una de estas posibilidades está asociada con un sentido de movimiento de las cargas o su opuesto, lo cual origina una corriente en un sentido o su contrario y esto corresponde al movimiento de la aguja hacia la derecha o hacia la izquierda.

En cambio, si dejásemos el imán inmóvil dentro del hueco, el flujo magnético sería constante, aunque distinto de cero; sin embargo, no habría variación de flujo y por tanto la fuerza electromotriz inducida sería cero y el amperímetro no registraría el paso de ninguna corriente.

OPCION B. PROBLEMA 1.

Un pequeño meteorito de masa 10 kg es atraído por un planeta de masa 10^{24} kg y radio 5000 km. Considerando que cuando el meteorito se encontraba a gran distancia su velocidad inicial era despreciable, se pide:

a) La fuerza de atracción entre planeta y meteorito cuando la distancia al planeta es 10^6 km.

b) La velocidad del meteorito cuando se encuentra a 1000 km por encima de la superficie.

c) La energía cinética del meteorito en el momento del impacto contra la superficie.

Constante de gravitación *G* = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

a) Ley de gravitación universal $F = G\frac{Mm}{r_0^2} = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{10^{24} \cdot 10}{10^{18}} = 6.67 \cdot 10^{-4}$ N
donde $r_0 = 10^6$ km $= 10^9$ m.

b) Cuando el meteorito está muy alejado (en el infinito), la energía total *E* del sistema planeta+meteorito es igual a cero. A medida que el meteorito se acerca, su velocidad crece (energía cinética positiva *K*) y la energía potencial *U* disminuye (se hace cada vez más negativa), de modo que la energía total sigue siendo cero.

Energía total cuando el meteorito está a 1000 km $E = U + K = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$

donde *r* es la distancia al centro del planeta $r = R + 1000 = 6000$ km $= 6 \cdot 10^6$ m

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{24}}{6 \cdot 10^6}} = 4715 \text{ m/s}$$

c) Cuando el meteorito impacta contra la superficie $R = 5000$ km $= 5 \cdot 10^6$ m, y como la energía total sigue siendo cero tenemos:

$E = U_{sup} + K_{sup} = -\frac{GMm}{R} + K_{sup} = 0 \qquad K_{sup} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{24} \cdot 10}{5 \cdot 10^6} = 1.33 \cdot 10^8$ J

OPCIÓN B. PROBLEMA 2.

Un electrón parte del reposo y es acelerado mediante una diferencia de potencial de 200 V. Posteriormente penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 10^{-3} T con la velocidad adquirida. Determinar:

a) La energía cinética del electrón. Expresar el resultado en eV y en julios.
b) El periodo y radio de la órbita del electrón dentro del campo magnético.
c) Si en lugar de emplear un electrón este experimento se realizase con un protón entrando en el campo magnético <u>con la misma velocidad</u> con la que entra el electrón, ¿cuál sería el periodo y el radio de la órbita del protón? (la masa del protón es 1836 veces mayor que la del electrón, y su carga es la misma en valor absoluto pero de signo contrario).

Masa del electrón = $9.1\cdot10^{-31}$ kg; carga del electrón= $-1.60\cdot10^{-19}$ C.

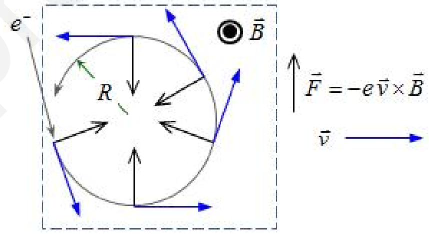
a) El valor absoluto de la carga del electrón es $e = 1.60\cdot10^{-19}$ C. La energía cinética K adquirida por el electrón es igual al trabajo W hecho sobre él cuando es acelerado (en sentido opuesto a las líneas de campo eléctrico) a través de una d.d.p. de 200 V $\rightarrow K = 200$ eV

En julios: $K = W = e\cdot\Delta V = 1.60\cdot10^{-19}\cdot200 = 3.20\cdot10^{-17}$ J

La velocidad adquirida será $v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot3.20\cdot10^{-17}}{9.1\cdot10^{-31}}} = 8.39\cdot10^{6}$ m/s

b) Dentro del campo ***B*** la fuerza magnética es

$$\vec{F} = -e\,\vec{v}\times\vec{B}$$



y actúa curvando la trayectoria del modo indicado en la figura (puesto que el electrón tiene carga negativa, la fuerza magnética es de sentido opuesto al del producto vectorial $\vec{v}\times\vec{B}$). La órbita se recorre, vista desde arriba, en el sentido contrario a las agujas del reloj.

La fuerza magnética es perpendicular a ***v***, y por tanto es una fuerza centrípeta que no varía el módulo de la velocidad.

Igualando módulos de fuerza magnética y fuerza centrípeta: $e\cdot v\cdot B\cdot sen90^{\circ} = m\frac{v^2}{R}$

$$R = \frac{m\cdot v}{e\cdot B} = \frac{9.1\cdot10^{-31}\cdot8.39\cdot10^{6}}{1.6\cdot10^{-19}\cdot10^{-3}} = 4.77\cdot10^{-2}\text{ m}$$

El electrón recorre con velocidad de módulo constante ($8.39\cdot10^{6}$ m/s) su órbita de longitud $2\pi R$, por tanto el tiempo invertido en una vuelta completa (periodo) es igual a:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\cdot4.77\cdot10^{-2}}{8.39\cdot10^{6}} = 3.57\cdot10^{-8}\text{ s}$$

c) Si en lugar de emplear un electrón en este experimento fuese un protón el que entrase en el campo magnético con la misma velocidad, en primer lugar el sentido de giro de la órbita sería contrario al del apartado b), puesto que la carga del protón es positiva y la fuerza magnética sobre él tendrá sentido opuesto. En cuanto al radio de la órbita, sería 1836 veces mayor, pues el radio es proporcional a la masa:

$$R_p = \frac{m_p\cdot v}{e\cdot B} = \frac{1836m\cdot v}{e\cdot B} = 1836R = 87.6\text{ m}$$

Igualmente el periodo sería 1836 veces mayor, porque el periodo es proporcional al radio:

$$T_p = \frac{2\pi R_p}{v} = \frac{2\pi(1836R)}{v} = 6.56\cdot10^{-5}\text{ s}$$

OPCIÓN B. CUESTIONES

3.- ¿Es posible que dos líneas del campo eléctrico se corten? ¿Es posible que dos superficies equipotenciales se corten? Explicar razonadamente.

El vector campo eléctrico es un vector tangente a la línea de campo que pasa por cada punto. Si dos líneas de campo distintas se cortasen en un mismo punto, habría en él dos tangentes distintas; ello querría decir que en ese punto el campo eléctrico tiene ***dos*** valores distintos (en dirección, módulo y sentido), lo cual es absurdo. Por lo tanto, no es posible que dos líneas de campo se corten en ningún punto.

Respecto a las superficies equipotenciales: Si dos superficies equipotenciales diferentes se cortasen entre sí, tendrían puntos comunes, en cada uno de los cuales habría dos potenciales distintos. Como además el campo eléctrico es perpendicular a la superficie equipotencial en cada punto del espacio, si dichas superficies tuviesen puntos comunes, habría dos campos eléctricos distintos en cada uno de esos puntos comunes, con lo cual estaríamos otra vez en el caso discutido en el párrafo anterior. Por tanto, dos superficies equipotenciales no pueden cortarse.

4.- Si comparamos dos isótopos radiactivos, cuyas constantes de desintegración son λ_1 y λ_2, siendo $\lambda_1 > \lambda_2$, ¿cuál de ellos se desintegra más rápidamente? Contestar razonadamente.

Si se tiene inicialmente un número N_0 de núcleos radiactivos, el número remanente al cabo de un tiempo t está dado por $N = N_0 e^{-\lambda t}$. Cuando mayor sea λ, más pequeño será el factor $e^{-\lambda t}$ para un valor fijo de t, lo cual implica que al cabo de ese tiempo quedarán menos núcleos de los isótopos que tengan valores grandes de la constante λ. Por tanto si hay que comparar entre λ_1 y λ_2 , siendo $\lambda_1 > \lambda_2$, concluimos que el isótopo de constante λ_1 se desintegra más rápidamente.

OPCIÓN B. CUESTIONES.

5.- Una lámpara de sodio emite luz amarilla cuya longitud de onda en el vacío es 589·10^{-9} m. La luz se transmite por una fibra óptica de cuarzo cuyo índice de refracción es *n* = 1,4580. ¿Cuál es la longitud de onda y la velocidad de propagación a través de la fibra óptica? Velocidad de la luz en el vacío c = 3·10^{8} m/s.

Sabiendo la longitud de onda en el vacío, calculamos la frecuencia *f* de la luz de sodio

$\lambda_0\, f = c \rightarrow f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3\cdot 10^8}{589\cdot 10^{-9}} = 5.09 \cdot 10^{14}$ Hz

Cuando la luz cambia de un medio a otro, su frecuencia permanece constante. Su longitud de onda y su velocidad cambian y verifican la relación $\lambda\, f = v$

El índice de refracción *n* de un material se define como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío, *c*, y la velocidad de la luz en el material, *v*: $n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0\, f}{\lambda\, f} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$

Longitud de onda de la luz de sodio en el material $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{589\cdot 10^{-9}}{1.4580} = 404 \cdot 10^{-9}$ m

Velocidad de propagación en el material $v = \lambda\, f = 404 \cdot 10^{-9} \cdot 5.09 \cdot 10^{14} = 2.06 \cdot 10^{8}$ m/s

CUESTIÓN EXPERIMENTAL

6.- En el laboratorio de Física se quiere determinar la constante elástica de un muelle, y para hacerlo se toman las masas *m* indicadas en la tabla y se cuelgan del muelle, midiendo el tiempo invertido en <u>5 oscilaciones</u> (tiempos *t* de la segunda columna de la tabla). Explicar de qué forma deben tratarse los datos y calcular cuál es la constante elástica del muelle estudiado.

m **(g)**	***t*** **(s)**
90	5,4
120	6,2
150	7,1
180	7,8

El periodo *T* de un muelle en función de su constante elástica *k* viene dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$,

donde *m* es la masa que se ha colgado del resorte. Por lo tanto podemos determinar *k* si calculamos los periodos *T* dividiendo los tiempos *t* por el número de oscilaciones (5), despejamos *k* mediante $k = 4\pi\frac{m}{T^2}$ y hacemos después la media de los 4 valores de *k* así obtenidos.

m **(g)**	***t*** **(s)**	***m*** **(kg)**	*T* = *t*/5 (s)	*k* (N/m)
90	5,4	0,09	1,08	3,05
120	6,2	0,12	1,24	3,08
150	7,1	0,15	1,42	2,94
180	7,8	0,18	1,56	2,92

Valor medio de la constante elástica *k*:

$$k = \frac{3.05 + 3.08 + 2{,}94 + 2.92}{4} = 3.00 \text{ N/m}$$