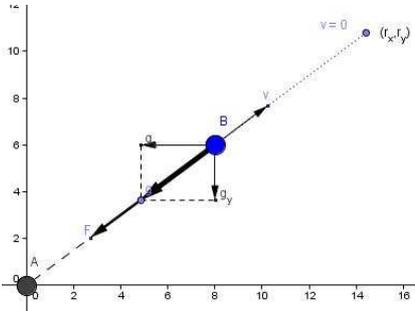


EVAU FÍSICA MADRID JUNIO 2022

Pregunta A.1.- Una partícula de masa 20 kg permanece fija en el origen de coordenadas.

- Calcule el campo gravitatorio generado por la masa en el punto (8, 6) m y la fuerza que experimentará una segunda partícula de masa 3 kg situada en dicho punto.
- Con el objetivo de alejar la segunda partícula, se le transmite una velocidad de $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$ en la dirección de la recta que une ambas partículas. Halle el punto más alejado del origen que alcanzará dicha partícula.

Datos: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.



$$r = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ m}$$

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{20}{10^2} = 1,334 \cdot 10^{-11} \text{ N/kg}$$

$$g_x = g \cdot \frac{8}{10} = 1,07 \cdot 10^{-11} \quad g_y = g \cdot \frac{6}{10} = 0,8 \cdot 10^{-11}$$

$$\vec{g} = -1,07 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 0,8 \cdot 10^{-11} \vec{j}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{g} = 3 \cdot (-1,07 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 0,8 \cdot 10^{-11} \vec{j}) = -3,21 \cdot 10^{-11} \vec{i} - 2,4 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$$

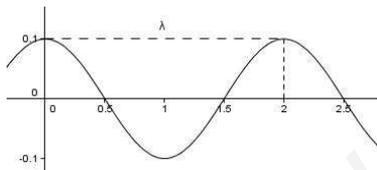
- Por ser el campo conservativo la energía mecánica en la salida será igual a la llegada: $E_c + E_p = \text{constante}$

$$E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} m \cdot 0^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r} \rightarrow \frac{1}{2} (1,2 \cdot 10^{-5})^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{20}{r} = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{20}{r}$$

$$r = 21,7 \text{ m} \rightarrow r_x = r \cdot \frac{8}{10} = 17,4 \quad r_y = r \cdot \frac{6}{10} = 13 \quad r = 17,4i + 13j \quad (17,4,13)$$

Pregunta A.2.- Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje x viaja una onda armónica que desplaza los elementos de la cuerda en la dirección del eje y . Se sabe que los elementos A y B, respectivamente ubicados en $x_A = 0 \text{ m}$ y $x_B = 2 \text{ m}$, oscilan en fase y cortan al eje x cada 4 s. Teniendo en cuenta que no hay entre A y B ningún otro elemento que oscile en fase con ellos:

- Calcule el valor de la velocidad de propagación.
- Escriba la expresión matemática de la onda, si esta viaja en el sentido negativo del eje x y en el instante inicial los elementos A y B presentan desplazamiento igual a +10 cm y velocidad nula.



oscilan en fase y cortan al eje x cada 4 s $\rightarrow T/2 = 4 \rightarrow T = 8 \text{ s} \rightarrow \omega = 2\pi/8 = \pi/4 \text{ rad/s}$
 entre A y B nada oscila en fase con ellos $\rightarrow \lambda = 2 \text{ m} \rightarrow k\omega = 2\pi/2 = \pi \text{ rad/m}$
 instante inicial A y B presentan velocidad nula. $\rightarrow A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

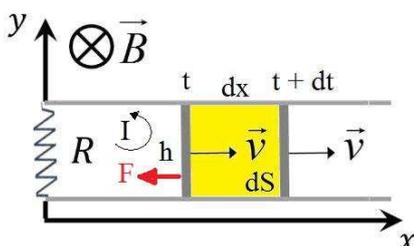
$$a) v = \lambda / T = 2 / 8 = 0,25 \text{ m/s}$$

$$b) y = A \cdot \sin(\omega t + kx - \phi) = 0,1 \cdot \sin(\pi t/4 + \pi x - \phi)$$

$$\text{en } t=0 \text{ y } x=0 \text{ y } = 0,1 \text{ m} \rightarrow 0,1 = 0,1 \cdot \sin(\pi \cdot 0/4 + \pi \cdot 0 - \phi) \rightarrow \phi = -\pi/2 \rightarrow y = 0,1 \cdot \sin(\pi t/4 + \pi x + \pi/2) \text{ m}$$

Pregunta A.3.- La figura representa una varilla metálica de 20 cm de longitud, cuyos extremos deslizan sin rozamiento sobre unos raíles horizontales, paralelos al eje x , metálicos y de resistencia despreciable. La varilla tiene una resistencia despreciable y su velocidad es $\vec{v} = 2 \vec{i}$. Los raíles están conectados por una resistencia de valor $R = 0,5 \Omega$. En la región hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -0,4 \vec{k} \text{ T}$. Calcule:

- La intensidad de la corriente en el circuito formado por la varilla, la resistencia y los tramos de raíl entre ellas.
- La fuerza F que el campo magnético ejerce sobre la varilla.



a) La fuerza electromotriz inducida será:

$$S = x \cdot h \rightarrow dS = h \cdot dx = h \cdot v \cdot dt \rightarrow \Phi = S \cdot B \cdot \cos 180 = -B \cdot S \rightarrow d\Phi = -B \cdot dS$$

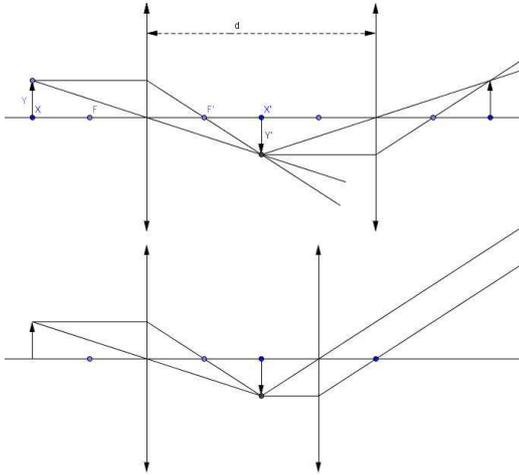
$$E = -d\Phi / dt = +B dS / dt = B \cdot h \cdot v = 0,4 \cdot 0,2 \cdot 2 = 0,16 \text{ volts}$$

$$I = E / R = 0,16 / 0,5 = 0,32 \text{ A} \text{ antihorario para compensar el aumento de flujo}$$

$$b) \vec{F} = I \cdot (\vec{l} \wedge \vec{B}) = 0,32 \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & -0,4 \end{vmatrix} = -0,0256 \vec{i}$$

Pregunta A.4.- Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento igual a -1.

- a) Determine la potencia de las lentes.
 b) ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?



- a) $A = y' / y = x' / x = -1 \rightarrow x' = -x$
 $1 / x' - 1 / x = 1 / f' \rightarrow -1 / x - 1 / x = 1 / f' \rightarrow x = -2 \cdot f'$
 es decir cuando el aumento es -1 el objeto y la imagen están al doble de la distancia focal.
 Si la segunda lente tiene aumento -1 significa que el objeto, imagen de la lente anterior, está a dos distancias focales. Si las lentes son iguales también lo son sus focales. Por tanto las lentes están separadas 4 distancias focales: $d = 4 \cdot f$
 La distancia focal será : $f = d / 4 = 16 / 4 = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m} \rightarrow P = 1 / f = 1 / 0,04 = 25 \text{ dioptrías}$

- b) Para que la imagen final se forme en el infinito el objeto de la última lente debe estar en el foco; la separación de las lentes debe ser: $d = 3 \cdot f = 3 \cdot 4 = 12 \text{ cm}$

→ la segunda lente debe aproximarse a la primera 4 cm, 0,04 m

Pregunta A.5.- Una muestra contiene inicialmente una masa de 30 mg de ^{210}Po . Sabiendo que su período de semidesintegración es de 138,38 días, determine:

- a) La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.
 b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de ^{210}Po de la muestra se reduzca a 5 mg.

Datos: Masa atómica del ^{210}Po , $M_{\text{Po}} = 210 \text{ u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

- a) $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow -\ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \rightarrow \lambda = \ln 2 / T_{1/2} = \ln 2 / 138,38 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ día}^{-1} = 5,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$
 Vida media $\tau = 1 / \lambda = 199,64 \text{ días}$
 Actividad $A = \lambda \cdot N \rightarrow A_0 = \lambda \cdot N_0 = 5,8 \cdot 10^{-8} \cdot 0,030 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} / 210 = 5 \cdot 10^{12} \text{ Bq ó desint / s}$

- b) $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow t = -\ln(m/m_0) / \lambda = -\ln(5/30) / 5 \cdot 10^{-3} = 358,35 \text{ días}$

Pregunta B.1.- Marte posee la décima parte de la masa de la Tierra y la mitad de su diámetro.

- a) Encuentre la relación entre las velocidades de escape de Marte y de la Tierra desde sus respectivas superficies.
 b) Suponga que un objeto se lanza verticalmente desde la superficie terrestre, con una velocidad igual a la velocidad de escape de Marte. Si se desprecia el rozamiento, ¿qué altura máxima alcanzaría el objeto?

Dato: Radio de la Tierra, $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

- a) $v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} \rightarrow \frac{v_M}{v_T} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_M / R_M}{2 \cdot G \cdot M_T / R_T}} = \sqrt{\frac{M_M \cdot R_T}{M_T \cdot R_M}} = \sqrt{\frac{2}{10}} = 0,447$

- b) El campo es conservativo

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \frac{m \cdot M}{R} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot 0^2 - G \frac{m \cdot M}{r} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot v^2 - G \frac{M}{R} = -G \frac{M}{r} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (0,447 \cdot \sqrt{\frac{2GM}{R}})^2 - G \frac{M}{R} = -G \frac{M}{r}$$

$$\frac{0,447^2}{R} - \frac{1}{R} = -\frac{1}{r} \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{R} - \frac{0,2}{R} = \frac{0,8}{R} \rightarrow r = R / 0,8 = 7962 \text{ km} \rightarrow h = r - R = 1592 \text{ km}$$

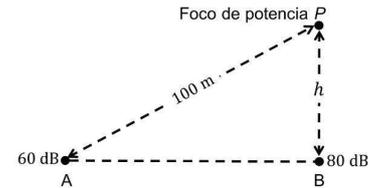
Pregunta B.2.- Un foco sonoro de potencia P se coloca a una altura h sobre el suelo, como ilustra la figura. El nivel de intensidad sonora vale 60 dB en el punto A, a 100 m de distancia del foco, y alcanza 80 dB en el punto B, en el suelo en la vertical del foco.

- a) Calcule P y h .
 b) ¿Cuál sería el nivel de intensidad en el punto B si se agregase sobre él otro foco de igual potencia a una altura de $h/2$?

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

Se suponen ondas esféricas y sin interferencias.

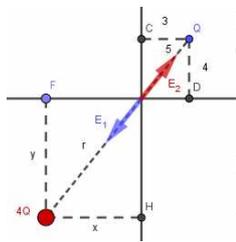
- a) $\beta = 10 \cdot \log(I/I_0) \rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} \rightarrow I_A = 10^{-12} \cdot 10^{60/10} = 10^{-6} \text{ W/m}^2 \rightarrow I_B = 10^{-12} \cdot 10^8 = 10^{-4} \text{ W/m}^2$
 $I = P/S = P_0/(4\pi \cdot r^2) \rightarrow P_0 = I \cdot 4\pi \cdot r^2 \rightarrow P_0 = 10^{-6} \cdot 4\pi \cdot 100^2 = 4\pi \cdot 10^{-2} \text{ W}$
 $P_0 = I \cdot 4\pi \cdot r^2 \rightarrow 4\pi \cdot 10^{-2} = 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot h^2 \rightarrow h = 10 \text{ m}$
 b) $I = I_1 + I_2 = P_0/(4\pi \cdot 10^2) + P_0/(4\pi \cdot 5^2) = 5 \cdot 10^{-4} \rightarrow \beta = 10 \cdot \log(5 \cdot 10^{-4} / 10^{-12}) = 87 \text{ dB}$



Pregunta B.3.- Una carga puntual positiva está situada en el punto (3, 4) m del plano xy . En otro punto del plano se coloca una segunda carga puntual, también positiva y de magnitud el cuádruple de la primera, haciendo que el campo se anule en el origen de coordenadas.

- a) Determine la posición de la segunda carga.
 b) Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1,08 \cdot 10^4 \text{ V}$, encuentre el valor de las cargas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.



Para que el campo creado por la primera carga se anule la segunda carga deberá estar en la recta que une la carga y el punto, pero al otro lado:

$$E_1 = k \cdot \frac{Q}{5^2} \quad , \quad E_2 = k \cdot \frac{4Q}{r^2} \quad , \quad E_1 = E_2 \rightarrow k \cdot \frac{Q}{5^2} = k \cdot \frac{4Q}{r^2} \rightarrow r = 10 \text{ m}$$

las coordenadas del punto serán: $x = -10 \cdot 3/5 = -6$, $y = -10 \cdot 4/5 = -8 \rightarrow (-6, -8)$

$$V = k \cdot Q/5 + k \cdot 4Q/10 \rightarrow 1,08 \cdot 10^4 = k \cdot Q/5 + 2 \cdot k \cdot Q/5 \rightarrow Q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

Pregunta B.4.- Una lámina de vidrio se halla sobre un líquido de índice de refracción desconocido. La longitud de onda de la luz en el vidrio se reduce a un 70 % de su valor en el aire. Si se emite luz desde el líquido, los rayos con ángulos de incidencia superiores a 30° en la cara inferior de la lámina no se refractan al aire por su cara superior. Calcule:

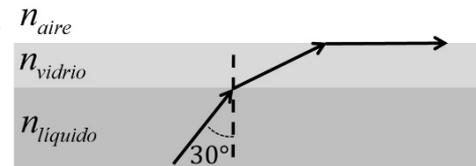
- a) El índice de refracción del vidrio.
 b) El índice de refracción del líquido.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_{\text{aire}} = 1$.

La velocidad de la luz depende del medio en el que se propaga. Según el medio varía la long. de onda, pero no la frecuencia (color).

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda \cdot F} \quad , \quad \frac{n_{\text{vidrio}}}{n_{\text{aire}}} = \frac{c/\lambda_{\text{vidrio}} \cdot F}{c/\lambda_{\text{aire}} \cdot F} = \frac{\lambda_{\text{aire}}}{\lambda_{\text{vidrio}}} = \frac{1}{0,7} \rightarrow n_{\text{vidrio}} = \frac{10}{7}$$

- b) el ángulo límite es: $n_{\text{vid}} \cdot \sin L = 1 \rightarrow \sin L = 0,7 \rightarrow L = 44,4^\circ$, que es el ángulo con que se refracta al pasar del líquido al vidrio: $n_{\text{liq}} \cdot \sin i = n_{\text{vid}} \cdot \sin r \rightarrow n_{\text{liq}} \cdot \sin 30 = n_{\text{vid}} \cdot \sin L = 1 \rightarrow n_{\text{liquido}} = 2$



Pregunta B.5.- Un electrón relativista ha llegado a adquirir una energía cinética equivalente a la energía de un fotón de $5 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ de longitud de onda en el vacío. Calcule:

- a) La energía cinética del electrón, en eV.
 b) La velocidad del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Masa del electrón en reposo, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

- a) $E_{\text{foton}} = h \cdot F = h \cdot c / \lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 5 \cdot 10^{-12} = 3,978 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 2,48 \cdot 10^5 \text{ eV}$
 $E_{\text{cinetica electron}} = 3,978 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 2,48 \cdot 10^5 \text{ eV}$

- b) Energía cinética relativista: $E_c = \Delta m \cdot c^2 \rightarrow \Delta m = E_c / c^2 = 3,978 \cdot 10^{-14} / (3 \cdot 10^8)^2 = 4,42 \cdot 10^{-31}$

$$\Delta m = m - m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 = \frac{\Delta m}{m_0} = \frac{4,42 \cdot 10^{-31}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 0,486$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 0,453 \rightarrow v^2 = c^2 \cdot 0,547 \rightarrow v = 0,74 \cdot c = 2,22 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$