P.A.U. FÍSICA SEPTIEMBRE 2014 MADRID OPCIÓN A

Pregunta 1.- Un satélite describe una órbita circular alrededor de un planeta desconocido con un periodo de 24 h. La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es 3,71 $m.s^{-2}$ y su radio es 3393 km. Determine:

a) El radio de la órbita.

b) La velocidad de escape desde la superficie del planeta.

Solución:

$$g = G.M / r^2 \rightarrow g_o = G.M / R^2 \rightarrow G.M = g_o .R^2 = 3'71 . (3'393.10^6)^2 = 4'27.10^{13} \text{ u.s.i.}$$

$$F_c = F_a \rightarrow m.w^2.r = G.M.m / r^2 \rightarrow w^2.r^3 = G.M \rightarrow (2.\pi / T)^2 .r^3 = G.M \rightarrow$$

$$r^3 = G.M.(T / 2\pi)^2 = 4'27.10^{13} .(24.3600/ 2\pi)^2 = 8'07.10^{21} \rightarrow r = 2.10^7 \text{ m}$$

$$Em(salida) = Em(llegada)$$
$$½ .m v^2 – G.M.m/R = ½ .m 0^2 – G.M.m/\infty$$
$$½ .m v^2 – G.M.m/R = 0 \rightarrow ½ . v^2 = G.M/R \rightarrow v = (2.G.M/R)^{½} = ... = 5.017 \text{ m/s}$$

Pregunta 2.- Una onda armónica transversal viaja por una cuerda con una velocidad de propagación v = 12 $cm.s^{-1}$, una amplitud A = 1 cm y una longitud de onda λ = 6 cm. La onda viaja en el sentido negativo de las X y en t = 0 s el punto de la cuerda de abscisa x = 0 m tiene una elongación y = – 1 cm.

Determine:

a) La frecuencia y el número de onda.

b) La elongación y la velocidad de oscilación del punto de la cuerda en x = 0,24 m y t = 0,15 s.

Solución:

$k = 2.\pi / \lambda = 2.\pi / 0'06 = 104'72$ rad/m

$v_o = w / k \rightarrow w = v_o . k = 0'12 . 104'72 = 12'57 = 4\pi$ rad/s

$w = 2.\pi. F \rightarrow F = w / 2\pi = ... = 2$ Hz

$y = A. sen (w.t + k.x + \Phi) = 0'01 . sen (12'57 t + 104'72 x + \Phi)$

si en t=0 y x=0 , y = – 0'01 $\rightarrow$ $– 0'01 = 0'01 . sen (12'57.0+ 104'72.0 + \Phi) \rightarrow – 1 = sen \Phi \rightarrow \Phi = – \pi /2$

$$y = 0'01 . sen (12'57 t + 104'72 x – \pi /2) \rightarrow v = dy/dx = 0'01. 12.57 . cos (12'57 t + 104'72 x – \pi /2)$$

$$y(x=0,24,t=0,15) = 0'01 . sen (12'57.0'15 + 104'72.0'24 – \pi /2) = 0'0031 \text{ m/s}$$

$$v(x=0,24,t=0,15) = 0'01. 12.57 . cos (12'57.0'15 + 104'72.0'24 – \pi /2) = 0'13 \text{ m/s}$$

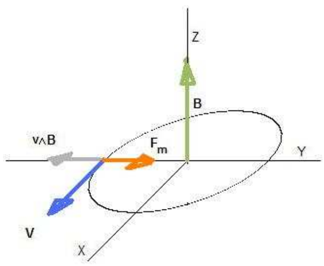
Pregunta 3.- Una carga q = –1 $.10^{-11}$ C de masa m = 5 $.10^{-21}$ kg se mueve en la plano XY con una velocidad v = 300 $m.s^{-1}$ en el seno de un campo magnético ***B*** = 5 **k** μT describiendo una trayectoria circular.

Determine:

a) El radio de giro de la carga y su periodo.

b) El campo eléctrico que habría que aplicar para que la carga describiera una trayectoria rectilínea en el instante en el que su velocidad es paralela al eje *X* y con sentido positivo.

Solución:



La fuerza centrípeta necesaria para describir una curva es la fuerza magnética:

$F_c = F_m \rightarrow m. v^2 / r = q.v.B.sen\theta \rightarrow$

$r = m.v / (q.B.sen 90) = 5.10^{-21}.300/ (1.10^{-11} . 5.10^{-6}) = 0'03$ m

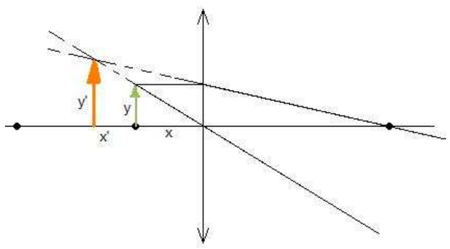
$v = 2.\pi.r / T \rightarrow T = 2.\pi.r / v = 2.\pi.0'03 / 300 = 6'3.10^{-4}$ s

Para que siga una trayectoria rectilínea la fuerza total debe ser nula por lo que la Fuerza eléctrica debe ser igual y opuesta a la Fuerza magnética $\mathbf{F_e} = - \mathbf{F_m}$

F = q . **E** como la carga es negativa la Fuerza eléctrica es opuesta al Campo eléctrico por tanto el campo eléctrico **E** debe tener el mismo sentido que la Fuerza magnética $\mathbf{F_m}$

$$F_e = F_m \rightarrow q . E = q . v . B . sen 90 \rightarrow E = v . B = 300 . 5.10^{-6} = 1'5.10^{-3} \text{ N/C} \rightarrow \mathbf{E} = 1'5.10^{-3} \mathbf{j}$$

Pregunta 4.- Un objeto de 2 cm de altura se coloca 3 cm delante de una lente convergente cuya distancia focal es 12 cm.
a) Dibuje el diagrama de rayos e indique si la imagen es real o virtual.
b) Determine la altura de la imagen.
solución:



La imagen es virtual, derecha y mayor

$1 / x' - 1 / x = 1 / f' \rightarrow 1/x' - 1/(-3) = 1/12 \rightarrow 1/x' = 1/12 - 1/3 = -3/12$

$x' = -12/3 = -4$ cm

$y' / y = x' / x \rightarrow y' = 2 \,.\, 4 / 3 = 8/3 = 2'67$ cm

Pregunta 5.- La función de trabajo del Cesio es 2,20 eV. Determine:
a) La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico en el Cesio.
b) Si sobre una muestra de Cesio incide luz de longitud de onda de 390 nm, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico?
Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}62\times10^{-34}$ J s; *Masa del electrón,* $m_e = 9{,}1\times10^{-31}$ kg;
Valor absoluto carga del electrón, $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C; *Velocidad de la luz en el vacio,* $c = 3\times10^{8}$ m s^{-1}
Solución:

$$E_{foton} = W_o + E_c \rightarrow W_o = E_{foton\ umbral} = h.\ F_{umbral} \rightarrow$$

$$F_{umbral} = W_o / h = 2'20.1'6.10^{-19} / 6'62.10^{-34} = 5'32.10^{14}\ \text{Hz}$$

$$\lambda = c / F = 3.10^{8} / 5'32.10^{14} = 5'64.10^{-7}\ \text{m}$$

$$E_{foton} = h.F = h.c / \lambda = 6'62.10^{-34} \,.\, 3.10^{8} / 390.10^{-9} = 5'09.10^{-19}\ \text{J}$$

$$E_{foton} = W_o + E_c \rightarrow E_c = E_{foton} - W_o = 5'09.10^{-19} - 2'20.1'6.10^{-19} = 1'57.10^{-19}\ \text{J}$$

$$½ .m.v2 = 1'57.10^{-19} \rightarrow v = (2.\ 1'57.10^{-19} / 9'1.10\text{-}31)^{½} = 5'88.10^{5}\ \text{m/s}$$

P.A.U. FÍSICA SEPTIEMBRE 2014 MADRID OPCIÓN B

Pregunta 1.- Un planeta esférico tiene una densidad uniforme r = 1,33 g cm^{-3} y un radio de 71500 km. Determine:
a) El valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.
b) La velocidad de un satélite que orbita alrededor del planeta en una órbita circular con un periodo de 73 horas.
Dato: Constante de gravitación universal, G = 6,67×10^{-11} N m^2 kg^{-2}
Solución:

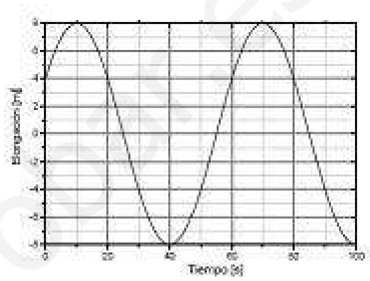
$$d = 1'33\ g/cm3 = 1'33.10^{-3}\ kg\ /(0'01m)^3 = 1330\ kg/m^3$$
$$M = d\ .\ V = 1330.4.\pi.(71'5.10^6)^3/3 = 2'04.10^{27}\ kg$$

$$g_o = G.M/\ R^2 = ... =\ 26'57\ m/s^2$$

$$Fc = Fa \ \rightarrow\ m.w^2.r = G.M.m/r^2 \ \rightarrow\ r = (G.M/w^2)^{\ 1/3} = (G.M.T^2/4\pi^2)^{\ 1/3} =...= 6'2.10^8\ m$$

$$v = 2.\ \pi.r\ /\ T = ... = 14800\ m/s$$

Pregunta 2.- La figura representa la elongación de un oscilador armónico en función del tiempo. Determine:
a) La amplitud y el periodo.
b) La ecuación de la elongación del oscilador en función del tiempo.



Solución:

$y = A.\ sen(w.t + \Phi)$

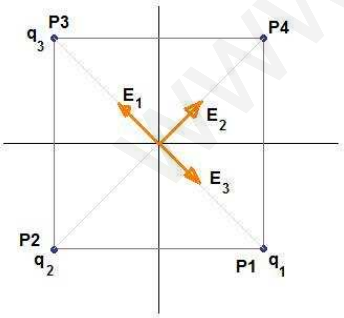
$A = 8 \quad T = 60 \quad \rightarrow \quad w = 2.\pi/T = 2.\pi/60 = \pi/30$

$y = 8\ .\ sen\ (\pi\ .\ t\ /30\ +\Phi) \ \rightarrow\ v = dy/dx = 8.\pi\ /30\ .\ cos\ (\pi\ .\ t\ /30\ +\Phi)$

para t = 0 y = +4 $\rightarrow$ $4 = 8\ .\ sen\ (\pi\ .0\ /30\ +\Phi) \ \rightarrow\ 0'5 = sen\ \Phi$ ecuación con dos soluciones:
$\rightarrow\ \Phi_1 = 30º = 180º/6 = \pi/6\ rad \ \rightarrow\ v = 8.\pi\ /30\ .\ cos\ (\pi\ .\ 0\ /30\ + \pi/6) > 0$
$\rightarrow\ \Phi_2 = 150º = 180 - 30 = \pi - \pi\ /6 = 5\pi/6\ rad \ \rightarrow\ v = 8.\pi\ /30\ .\ cos\ (\pi\ .\ 0\ /30\ + 5\pi/6) < 0$
en la gráfica se observa que la curva es creciente en t=0 , su derivada es positiva por tanto la solución es Φ_1

$$y = 8\ .\ sen\ (\pi\ .\ t\ /30\ + \pi/6)$$

Pregunta 3.- En el plano *XY* se sitúan tres cargas puntuales iguales de 2 μC en los puntos *P1*(1,-1) mm, *P2*(-1,-1) mm y *P3*(-1,1) mm. Determine el valor que debe tener una carga situada en *P4* (1,1) mm para que:
a) El campo eléctrico se anule en el punto (0,0) mm. En esas condiciones, ¿cuál será el potencial eléctrico en dicho punto?
b) El potencial eléctrico se anule en el punto (0,0) mm. En esas condiciones, ¿cuál será el vector de campo eléctrico en dicho punto?
Dato: Constante de Coulomb, K=9×10^9 N m^2C^{-2}



Solución:

Al ser las cargas iguales y las distancias al punto (0,0) iguales , los campos son iguales
$E_1 = E_2 = E_3$
El punto P1 es simétrico al P3 por tanto $\mathbf{E_1} = - \mathbf{E_3}$, estos campos se anulan
Para que el campo en (0,0) sea nulo el campo creado por la carga en P4 debe ser igual y opuesto al $\mathbf{E_2}$
Como los puntos P4 y P2 son simétricos, para que los campos sean iguales las cargas también deben serlo: en P4 hay que colocar una carga de 2 μC

$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 4.V_i = 4.K.Q\ /r = 4.\ 9.10^9.2.10^{-6}\ /\ 1'41.10^{-3} = 5'09.10^7$ volts

b) El potencial creado por las tres cargas es: $V = V_1 + V_2 + V_3 = 3.V_i = 3.K.Q_i\ /r = 3.\ 9.10^9.2.10^{-6}\ /\ 1'41.10^{-3} = 3'82.10^7$
Para que el potencial en (0,0) se anule la carga en P4 debe ser tal que el potencial que cree en ese punto sea **–** $3'82.10^7$
$V = K.Q\ /\ r \ \rightarrow\ Q = V.r\ /\ K = -3'82.10^7\ .\ 1'41.10^{-3}\ /\ 9.10^9 = 6.10^{-6}$ C
o bien : $V = - 3.V_i \ \rightarrow\ K.Q\ /\ r = - 3.K.Q_i\ /r \ \rightarrow\ Q = - 3.\ Q_i = - 3\ .\ 2$ μC $= - 6$ μC

El campo creado por P1 se anula con el de P3
El campo creado por P2 es $E_2 = K.Q/r^2 = ... = 9.10^9$ N/C
El campo creado por P4 es $E_4 = K.Q/r^2 = ... = 27.10^9$ N/C , como la Q<0 tiene el mismo sentido que $\mathbf{E_2}$
El campo total será : $E = E_4 + E_2 = 27.10^9 + 9.10^9 = 36.10^9$ en el sentido de la bisectriz del primer cuadrante
$\rightarrow\ \mathbf{E} = +2'55.10^{10}\ \mathbf{i} + 2'55.10^{10}\ \mathbf{j}$

Pregunta 4.- Un rayo de luz pasa de un medio de índice de refracción 2,1 a otro medio de índice de refracción 1,5.
a) Si el ángulo de incidencia es de 30º, determine el ángulo de refracción.
b) Calcule el ángulo a partir del cual no se produce refracción.
Solución:

a) n_i . sen i = n_r . sen r $\rightarrow$ 2'1 . sen 30 = 1'5 . sen r $\rightarrow$ sen r = 2'1 . 0'5 / 1'5 = 0'7 $\rightarrow$ r = 44'4º

b) Ángulo límite L cuando r = 90º $\rightarrow$ 2'1 . sen L = 1'5 . sen 90 $\rightarrow$ sen L = 1'5 / 2'1 = 0'71 $\rightarrow$ L = 45'6º

Pregunta 5.- Inicialmente se tienen $6{,}27\times10^{24}$ núcleos de un cierto isótopo radiactivo. Transcurridos 10 años el número de núcleos radioactivos se ha reducido a $3{,}58\times10^{24}$. Determine:
a) La vida media del isótopo.
b) El periodo de semidesintegración.
Solución:
a)

$$N = N_o \,.\, e^{-\lambda.t} \rightarrow 3'58.1024 = 6'27.1024 \,.\, e^{-\lambda.10} \rightarrow 0'571 = e^{-\lambda.10} \rightarrow \ln 0'571 = -\lambda.10 \rightarrow$$
$$\lambda = 0'056 \text{ año}^{-1} = 1'78.10^{-9}\ s^{-1}$$

$$\tau \text{ (vida media)} = 1 / \lambda = 1 / 0'056 = 17'86 \text{ años} = 5'6\ .10^{8}\ s$$

b)

$$\text{Para } t = T \quad N = N_o /2 \quad \rightarrow \quad N_o /2 = N_o \,.\, e^{-\lambda.T} \rightarrow \ln 2 = \lambda.T$$

$$T = \ln 2 / \lambda = \ln 2 / 0'056 = 12'4 \text{ años} = 3'9\ .10^{8}\ s$$