

P.A.U. Madrid, FÍSICA , Septiembre 2015, Opción A

Pregunta 1.- Una nave espacial aterriza en un planeta desconocido. Tras varias mediciones se observa que el planeta tiene forma esférica, la longitud de su circunferencia ecuatorial mide $2 \cdot 10^5$ km y la aceleración de la gravedad en su superficie vale 3 m s^{-2} .

- ¿Qué masa tiene el planeta?
- Si la nave se coloca en una órbita circular a 30.000 km sobre la superficie del planeta, ¿cuántas horas tardará en dar una vuelta completa al mismo?

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

a) $L = 2\pi \cdot R \rightarrow R = L / (2\pi) = 2 \cdot 10^5 / (2\pi) = 31.831 \text{ km} = 3'18 \cdot 10^7 \text{ m}$
 $g_0 = G.M / R^2 \rightarrow M = g_0 \cdot R^2 / G = 3 \cdot (3'18 \cdot 10^7)^2 / 6'67 \cdot 10^{-11} = 4'55 \cdot 10^{25} \text{ kg}$
 b) radio de la órbita: $r = R + h = 31.831 + 30.000 = 61.831 \text{ km} = 6'18 \cdot 10^7 \text{ m}$
 $F_a = F_c \rightarrow G.M.m / r^2 = m \cdot \omega^2 \cdot r \rightarrow G.M / r^2 = (2\pi / T)^2 \cdot r \rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{r^3 / (G.M)} = \dots = 5'54 \cdot 10^4 \text{ s} = 15'4 \text{ h}$

Pregunta 2.- En un punto situado a igual distancia entre dos fábricas, que emiten como focos puntuales, se percibe un nivel de intensidad sonora de 40 dB proveniente de la primera y de 60 dB de la segunda. Determine:

- El valor del cociente entre las potencias de emisión de ambas fábricas.
- La distancia a la que habría que situarse respecto de la primera fábrica para que su nivel de intensidad sonora fuese de 60 dB. Suponga en este caso que solo existe esta primera fábrica y que el nivel de intensidad sonora de 40 dB se percibe a una distancia de 100 m.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$.

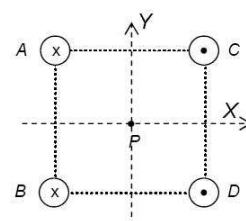
Se supone que el medio de transmisión es homogéneo e isótropo, por lo que los frentes de onda son esferas; en un punto equidistante de los dos focos las superficies de los frentes de onda serán iguales.

$$n(\text{dB}) = 10 \cdot \log(I / I_0) \rightarrow I = I_0 \cdot 10^{n/10} \rightarrow I_A = I_0 \cdot 10^{40/10} = I_0 \cdot 10^4 \quad , \quad I_B = I_0 \cdot 10^{60/10} = I_0 \cdot 10^6$$

$$I = P_0 / S \rightarrow P_0 = I \cdot S \rightarrow P_{0A} / P_{0B} = (I_A \cdot S) / (I_B \cdot S) = I_A / I_B = (I_0 \cdot 10^4) / (I_0 \cdot 10^6) = 10^{-2}$$

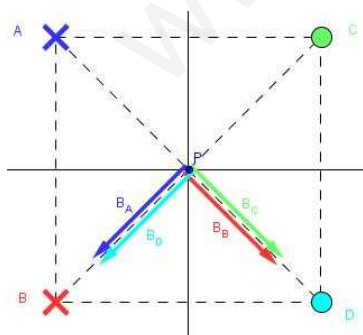
$$P_0 = I \cdot S = C^{te} \rightarrow I \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = C^{te} \rightarrow I \cdot r^2 = C^{te} \rightarrow I_0 \cdot 10^{40/10} \cdot 100^2 = I_0 \cdot 10^{60/10} \cdot r^2 \rightarrow r^2 = 10^2 \rightarrow r = 10 \text{ m}$$

Pregunta 3.- Cuatro conductores muy largos y paralelos transportan intensidades de corriente iguales, de valor 5 A. La disposición de los conductores y sus sentidos de circulación de la corriente vienen indicados en la figura (A y B, con cruces, conducen la corriente hacia dentro del papel mientras que C y D, con puntos, lo hacen hacia fuera). El lado del cuadrado mide 0,2 m. Calcule:



- El vector campo magnético producido por el conductor A en el punto P, situado en el centro del cuadrado.
- El vector campo magnético producido por los cuatro conductores en el centro del cuadrado.

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$.



La redacción deja mucho que desear: No hay cruces, no están nombrados los puntos adecuadamente, no hay cuadrado, sino prisma de sección cuadrada,...

Por estar los hilos en las aristas de un prisma de sección cuadrada y el punto P en su eje y al ser las intensidades iguales, la intensidad del campo magnético creado por cada hilo es la misma, siendo sus sentidos los del dibujo adjunto, apoyados en la diagonal, 45° .

$$B = \mu_0 \cdot I / (2 \cdot \pi \cdot a) \text{ , siendo } a = \sqrt{(0'1^2 + 0'1^2)} = 0'14$$

$$B_A = B_B = B_C = B_D = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 / (2 \cdot \pi \cdot 0'14) = 7'1 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

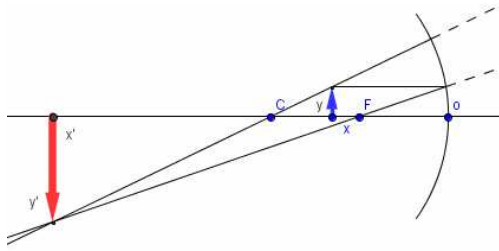
$$\mathbf{B}_A = 7'1 \cdot 10^{-6} \cdot (-\cos 45 \cdot \mathbf{i} - \text{sen } 45 \cdot \mathbf{j}) = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (-\mathbf{i} - \mathbf{j})$$

$$\mathbf{B}_A = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (-\mathbf{i} - \mathbf{j}) \quad , \quad \mathbf{B}_B = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (+\mathbf{i} - \mathbf{j}) \quad , \quad \mathbf{B}_C = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (+\mathbf{i} - \mathbf{j}) \quad , \quad \mathbf{B}_D = 5 \cdot 10^{-6} \cdot (-\mathbf{i} - \mathbf{j})$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_A + \mathbf{B}_B + \mathbf{B}_C + \mathbf{B}_D = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot (-\mathbf{j}) = -2 \cdot 10^{-5} \mathbf{j}$$

Pregunta 4.- Considere un espejo esférico cóncavo con un radio de curvatura de 60 cm. Se coloca un objeto, de 10 cm de altura, 40 cm delante del espejo. Determine:

- La posición de la imagen del objeto e indique si ésta es real o virtual.
- La altura de la imagen e indique si ésta es derecha o invertida.



$$f = r / 2 = 60 / 2 = 30 \text{ cm}$$

$$1/x' + 1/x = 1/f \rightarrow 1/x' + 1/40 = 1/30 \rightarrow x' = -120 \text{ cm}$$

$$y' / y = -x' / x \rightarrow y' = 10 \cdot (-120 / 40) = -30 \text{ cm}$$

La imagen es real, mayor e invertida

Pregunta 5.- El isótopo ^{18}F (ampliamente utilizado en la generación de imágenes médicas) tiene una vida media de 110 minutos. Se administran $10 \mu\text{g}$ a un paciente.

- ¿Cuál será la actividad radiactiva inicial?
- ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que queda sólo un 1% de la cantidad inicial?

Datos: Masa atómica del ^{18}F , $M = 18 \text{ u}$; Número de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

$$n^{\circ} \text{ moles} = 10 \cdot 10^{-6} / 18 = 5,56 \cdot 10^{-7} \text{ moles} \rightarrow N_0 = 5,56 \cdot 10^{-7} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,34 \cdot 10^{17} \text{ átomos iniciales}$$

$$\text{Vida media } \tau = 1 / \lambda \rightarrow \lambda = 1 / \tau = 1 / 110 = 0,0091 \text{ minuto}^{-1}$$

$$\text{Actividad} = \lambda \cdot N \rightarrow A_0 = 0,0091 \cdot 3,34 \cdot 10^{17} = 3 \cdot 10^{15} \text{ átomos / minuto}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow 0,01 \cdot N_0 = N_0 \cdot e^{-0,0091 \cdot t} \rightarrow \ln 0,01 = -0,0091 \cdot t \rightarrow t = \dots = 506 \text{ minutos}$$

P.A.U. Madrid, FÍSICA , Septiembre 2015, Opción B

Pregunta 1.- El radio de uno de los asteroides, de forma esférica, perteneciente a los anillos de Saturno es de 5 km. Suponiendo que la densidad de dicho asteroide es uniforme y de valor $5,5 \text{ g cm}^{-3}$, calcule:

- La aceleración de la gravedad en su superficie.
- La velocidad de escape desde la superficie del asteroide.

Dato: Constante de Gravitación Universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$.

$$M = V \cdot d = 4 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot d / 3 = \dots = 2'88 \cdot 10^{15} \text{ kg}$$

$$g_0 = G \cdot M / R^2 = \dots = 0'0077 \text{ m/s}^2 \quad , , , \quad v_e = \sqrt{2 \cdot G \cdot M / R} = \dots = 8'76 \text{ m/s}$$

Pregunta 2.- Un objeto de masa 0,5 kg, unido a un muelle de constante elástica 8 N m^{-1} , oscila horizontalmente sobre una superficie sin rozamiento con un movimiento armónico simple de amplitud 10 cm.

- Calcule los módulos de la aceleración y de la velocidad cuando el objeto se encuentra a 6 cm de la posición de equilibrio.
- Si el objeto comienza el movimiento desde la posición de equilibrio en sentido positivo, ¿qué tiempo mínimo habrá transcurrido cuando alcance una elongación de 8 cm?

$$w = \sqrt{k/m} = \dots = 4 \text{ rad/s}$$

$$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t + \phi) \rightarrow x = 0'1 \cdot \text{sen}(4 \cdot t + \phi) \rightarrow v = 0'1 \cdot 4 \cdot \cos(4 \cdot t + \phi) \rightarrow a = -0'1 \cdot 4^2 \cdot \text{sen}(4 \cdot t + \phi)$$

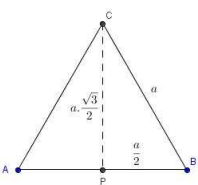
a) si $x = 0'06 \rightarrow \text{sen}(4 \cdot t + \phi) = 0'06 / 0'1 = 0'6 \rightarrow \cos(4 \cdot t + \phi) = \sqrt{1 - 0'6^2} = 0'8 \rightarrow$
 $\rightarrow v = 0'1 \cdot 4 \cdot 0'8 = 0'32 \text{ m/s} \rightarrow a = 0'1 \cdot 4^2 \cdot 0'6 = 0'96 \text{ m/s}^2$ (modulo siempre positivo)

b) cuando $t = 0, x = 0, v > 0 \rightarrow \Phi = 0 \rightarrow x = 0'1 \cdot \text{sen}(4 \cdot t)$
 si $x = 0'08 \rightarrow 0'08 = 0'1 \cdot \text{sen}(4 \cdot t) \rightarrow \text{sen}(4 \cdot t) = 0'08 / 0'1 = 0'8 \rightarrow 4 \cdot t = 0'93 \rightarrow t = 0'23 \text{ s}$

Pregunta 3.- Tres cargas iguales, cada una de $1 \mu\text{C}$, están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de 10 cm de lado. Calcule:

- La energía potencial electrostática de cualquiera de las cargas.
- El potencial eléctrico en el punto medio de cualquier lado.

Dato: Constante de la Ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$.



$$V = K Q / r \quad , , \quad \text{altura del triángulo: } h = 0'1 \cdot \sqrt{3} / 2 = 0'087$$

El potencial en una carga es la suma de los potenciales de las otras cargas en ese punto:

a) $V(A) = V_B + V_C = k \cdot Q_B / r_B + k \cdot Q_C / r_C = 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 0'1 + 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 0'1 = 1'8 \cdot 10^5 \text{ voltios}$
 $E_p = q \cdot V = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 1'8 \cdot 10^5 = 0'18 \text{ J}$

b) $V(P) = V_A + V_B + V_C = k \cdot Q_A / r_A + k \cdot Q_B / r_B + k \cdot Q_C / r_C =$
 $= 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 0'05 + 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 0'05 + 9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} / 0'087 = 4'6 \cdot 10^5 \text{ voltios}$

Pregunta 4.- Un vidrio de índice de refracción $n = 1,5$ tiene depositada encima una capa de aceite cuyo índice de refracción varía con la longitud de onda según $n = 1'3 + 82 / \lambda$ (con λ medida en nm). Al hacer incidir un haz de luz procedente del vidrio sobre la interfase vidrio-aceite, se observa que el ángulo crítico para la reflexión total es de 75° .

- ¿Cuánto vale la longitud de onda de dicha luz?
- ¿Cuál sería el máximo valor de λ para que ocurra la reflexión total si el haz de luz procede del aceite?

$$\text{Ley de la refracción: } n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r \quad , , \quad \text{Ángulo límite: } n_i \cdot \text{sen } i_L = n_r \cdot \text{sen } 90$$

a) $n_i \cdot \text{sen } i_L = n_r \rightarrow 1'5 \cdot \text{sen } 75 = n_r \rightarrow n_r = 1'4489 = 1'3 + 82 / \lambda \rightarrow \lambda = 82 / 0'1489 = 551 \text{ nm}$
 b) el máximo valor de λ daría el mínimo valor de n por lo que el ángulo de incidencia sería máximo 90°
 $n_i \cdot \text{sen } i_L = n_r \rightarrow (1'3 + 82 / \lambda) \cdot \text{sen } 90 = 1'5 \rightarrow \lambda = 82 / 0'2 = 410 \text{ nm}$

Pregunta 5.-

- Un haz de electrones se acelera desde el reposo con una diferencia de potencial de 1000 V. Determine la longitud de onda asociada a los electrones.
- Si una determinada radiación electromagnética, cuya longitud de onda vale $\lambda = 0,04 \text{ nm}$, incide sobre una superficie de platino, cuyo trabajo de extracción equivale a 6,4 eV, ¿qué energía cinética máxima tendrán los electrones extraídos por efecto fotoeléctrico?

Datos: Masa del electrón, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$; Constante de Planck, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$.

a) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = q \cdot V \rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot q \cdot V \rightarrow m \cdot v = \sqrt{2 m \cdot q \cdot V} = \dots = 1'7 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$
 $\lambda = h / p = h / (m \cdot v) = 6'63 \cdot 10^{-34} / 1'7 \cdot 10^{-23} = 3'9 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

b) $c = \lambda \cdot F \rightarrow F = c / \lambda = 3 \cdot 10^8 / 0'04 \cdot 10^{-9} = 7'5 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$
 $W_0 + E_c = h \cdot F \rightarrow E_c = h \cdot F - W_0 = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot 7'5 \cdot 10^{18} - 6'4 \cdot 1'6 \cdot 10^{-19} = 4'9 \cdot 10^{-15} \text{ J}$