**PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS**

**MADRID SEPTIEMBRE 2006**

**FÍSICA**

**Cuestión 1.-**

a) **Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v. Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.**
b) **Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre?**

***Datos: Masa de la Tierra*** $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ ***kg*** ***Radio de/a Tierra*** $R_T = 6370$ ***km***
***Constante de Gravitación*** $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ ***J/ Nm² kg-²***

Por se el campo gravitatorio conservativo, la energía mecánica es constante: $E_m = E_c + E_p = \text{constante}$

$$[\ ½\, m.v^2 – G.M.m/r\ ]_A = [\ ½\, m.v^2 – G.M.m/r\ ]_B$$

tomando A el suelo: $r = R_T$ y B el punto más alto: $r = 2.R_T$ ,, $v = 0$

$$½\, m.v_A{}^2 – G.M.m/R_T = ½\, m.0^2 – G.M.m/(2R_T) \rightarrow ½\, v_A{}^2 = G.M/R_T – G.M/(2R_T)$$

$$\rightarrow v_A{}^2 = 2.\ G.M/R_T – G.M/R_T = G.M/R_T \rightarrow v_A = (G.M/R_T)^{1/2} = 7913 \text{ m/s}$$

La velocidad de escape, alcanzar el infinito, es $V_e = (2.G.M/R_T)^{1/2} = 11191$ m/s

Si se duplica la velocidad de salida, 15826 m/s, escapa del campo gravitatorio

**Cuestión 2.-**

**Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento Y su aceleración máxima es de 48 *mls²*• Calcule: a) la frecuencia y el periodo del movimiento; b) la velocidad máxima de la partícula.**

Si en cada vaiven recorre 16 cm, significa que 16 = 4.A, la amplitud del MAS es 4 cm = 0’04 m

Las ecuaciones del MAS son:

$$x = A\ .\ \text{sen}\ (w.t – \Phi)$$

$$v = A.w.\ \cos\ (w.t – \Phi)$$

$$a = – A.w^2.\ \text{sen}\ (w.t – \Phi) = – w^2\ .x$$

La aceleración máxima se alcanza en los extremos: $48 = w^2\ .\ 0’04 \rightarrow w = 34’64$ rad/s

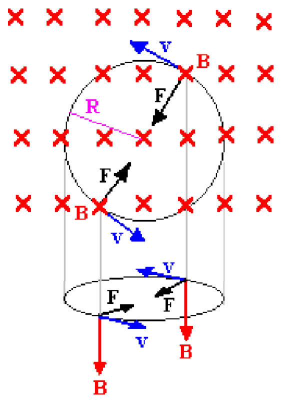
$$w = 2.\pi / T \rightarrow T = 2.\pi / w = 0’18 \text{ seg} \rightarrow F = 1 / T = 5’5 \text{ Hz}$$

La velocidad máxima es $V_{max} = A\ .\ w = 1’39$ m/s

**Cuestión 3.-**

**Un protón que se mueve con una velocidad *V* entra en una región en la que existe un campo magnético *B* uniforme. Explique cómo es la trayectoria que seguirá el protón:**

a) **Si la velocidad del protón V es paralela a B.**
b) **Si la velocidad del protón *V* es perpendicular a B.**



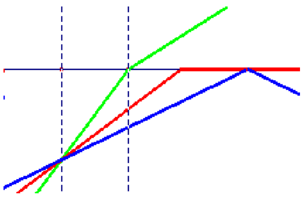

La fuerza que actúa sobre una carga que se mueve en un campo magnético viene dada por la expresión **F** = q. ( **V ^ B**) , siendo perpendicular a V y a B

Si la Velocidad es paralela a B, forman un ángulo de 0º por lo que el valor de la fuerza también es cero: F = q . V . B . sen 0 = 0, la carga no se ve afectada y sigue con trayectoria rectilínea.

Si la velocidad es perpendicular a B, forman un ángulo de 90º por lo que existe una fuerza perpendicular a V y a B, de valor: F = q . V .B . sen 90 = q.V.B

En cualquier punto de la trayectoria la fuerza es perpendicular a la velocidad por lo que la carga no varía su velocidad, sólo se desvía, siguiendo una trayectoria circular.

**Cuestión 4.-**
**Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1,33) Y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40° con la vertical.**
**a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?**
**b ) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?**
**Efectúe esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados.**



La ley de la refracción es : $n_i$ . sen i = $n_r$ . sen r

En este caso la luz pasa del agua, $n_i$ = 1’33 , i = 40º , al aire, $n_r$ =1

1’33 . sen 40 = 1 . sen r → sen r = 0'855 → r = 58’75º

Se define ángulo límite al ángulo de incidencia que tiene un ángulo de salida de 90º,; a partir de este ángulo la luz se refleja, no sale.

1’33 . sen $i_L$ = 1 . sen 90 → sen $i_L$ = 0’7519 → $i_L$ = 48’75º

**Cuestión 5.-**
**La ley de desintegración de una sustancia radiactiva es N = $N_o$ . $e^{-0'003.t}$ , donde N representa el número de núcleos presentes en la muestra en el instante t. Si t está expresado en días, determinar:**

a) **El periodo de semidesintegración (o semivida) de la sustancia $T_{1/2}$**
b) **La fracción de núcleos radiactivos sin desintegrar en el instante t = 5 $T_{1/2}$**

La semivida T de una muestra radiactiva es el tiempo necesario para que el número de átomos radiactivos se reduzca a la mitad, es decir :

si t = T → N = $N_o$ /2 → $N_o$ /2 = $N_o$ . $e^{-0'003.T}$ → 1 /2 = $e^{-0'003.T}$ → ln 2 = 0’003 . T

T = ln2 / 0’003 = 231 días

Si transcurre un tiempo igual a 5 veces la semivida, el número de átomos radiactivos que quedan en la muestra será:

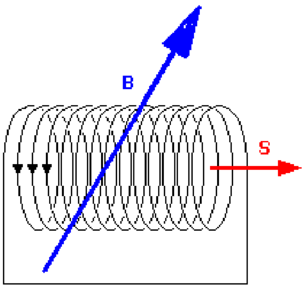
N = $N_o$ . $e^{-0'003\,.\,5.T}$ = $N_o$ .( $e^{-0'003\,.\,T}$ )$^5$ = $N_o$ . ( ½ )$^5$ = $N_o$ / 32 → N / $N_o$ = 1 / 32

Por cada 32 átomos radiactivos iniciales ahora sólo queda uno

**REPERTORIO A. Problema** 1.-

**Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30° con el eje de una bobina de 200 vueltas y radio 5 cm. Si el campo magnético aumenta a razón de 60 *T/s*, permaneciendo constante la dirección, determine:**

a) **La variación del flujo magnético a través de la bobina por unidad de tiempo.**
b) **La fuerza electromotriz inducida en la bobina.**
c) **La intensidad de la corriente inducida, si la resistencia de la bobina es 150 n.**
d) **¿Cuál sería la fuerza electromotriz inducida en la bobina, si en las condiciones del enunciado el campo magnético *disminuyera* a razón de 60 *T/s* en lugar de aumentar?**




El flujo magnético es: $\Phi = \mathbf{B}\ .\mathbf{S} = B.S.\cos\theta$

Siendo $B = B_o + 60 \cdot t$ „ $S = N \cdot \pi \cdot R^2$

$\Phi = B.S.\cos\theta = (B_o + 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30$

$d\,\Phi / dt = 60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30 = 60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0'05^2 . \cos 30 = 81'6$ volts

$V = -\,d\,\Phi / dt = = -\,81'6$ voltios

$I = V / R = 81'6 / 150 = 0'54$ Amperios, y el sentido el de la figura.

Si en vez de aumentar, disminuyera, $B = B_o - 60 \cdot t$ , la f.e.m. inducida sería $+\,81'6$ voltios

$\Phi = B.S.\cos\theta = (B_o - 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30$

$d\,\Phi / dt = -\,60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30 = -\,60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0'05^2 . \cos 30 = -\,81'6$ volts

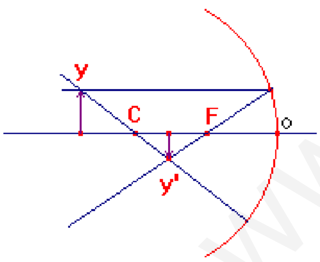
$V = -\,d\,\Phi / dt = = +\,81'6$ voltios

**REPERTORIO A. Problema** 2.-

**Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.**
**a) ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?**
**b) ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?**
**Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.**

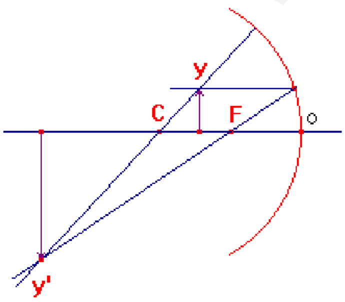
Las ecuaciones de un espejo esférico son:

$1 / x' + 1 / x = 1 / f$ „ $f = R / 2$ „ $A = y' / y = -\,x / x'$




Si el objeto está entre el infinito y el centro de curvatura la imagen es siempre real, menor e invertida.

Si el objeto está entre el centro de curvatura y el foco, la imagen es real, mayor e invertida:




$1 / x' + 1 / x = 1 / (-20)$ „ $-\,2 = y' / y = -\,x' / x$

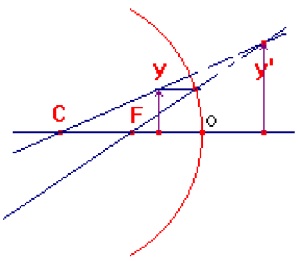
resolviendo el sistema anterior:

$x' = 2.x \rightarrow 1 / 2x + 1 / x = 1 / (-20) \rightarrow 3 / 2x = -\,1 / 20$

$\rightarrow x = -\,30$ cm $\rightarrow x' = -\,60$ cm

Si el objeto se sitúa entre el foco y el polo, la imagen es virtual, mayor y derecha :

$1 / x' + 1 / x = 1 / (-20)$ „ $2 = y' / y = -\,x' / x$




resolviendo el sistema anterior:

$x' = -\,2.x \rightarrow -\,1 / 2x + 1 / x = 1 / (-20) \rightarrow 1 / 2x = -\,1 / 20$

$\rightarrow x = -\,10$ cm $\rightarrow x' = +\,20$ cm

**REPERTORIO B. Problema 1.-**

**Una onda armónica transversal se desplaza en la dirección del eje X en sentido positivo y tiene una amplitud de 2 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Determine:**

a) **La velocidad de propagación de la onda.**
b) **La fase inicial, sabiendo que para x = 0 y t = 0 la elongación es y = 2 cm.**
c) **La expresión matemática que representa la onda.**
d) **La distancia mínima de separación entre dos partículas del eje X que oscilan desfasadas π / 3 rad.**

La función de onda es $y = A \cdot \text{sen}(w.t - k.x + \Phi)$, siendo

A = Amplitud = 0’02 m ,, w = pulsación , $w = 2.\pi / T = 2.\pi . F = 2.\pi . 8 = 16.\pi$ rad/s

k = número de onda , $k = 2.\pi / \lambda = 2.\pi / 0'04 = 50.\pi$ rad/m

$\Phi$ = fase inicial , para t = 0 y x = 0 y = 0’02 $\rightarrow 0'02 = 0'02 . \text{sen}(\Phi) \rightarrow \text{sen}\,\Phi = 1 \rightarrow \Phi = \pi/2$

La función de onda es $y = 0'02 \cdot \text{sen}(16.\pi .t - 50.\pi .x + \pi/2)$

La velocidad de la onda es $v = \lambda / T = \lambda . F = 0'04 . 8 = 0'32$ m/s

Si en el mismo instante dos partículas tienen un desfase de π / 3 rad , estarán separadas como mínimo:

$\Phi_1 - \Phi_2 = \pi / 3 \rightarrow (16.\pi .t - 50.\pi .x_1 + \pi/2) - (16.\pi .t - 50.\pi .x_2 + \pi/2) = \pi / 3$

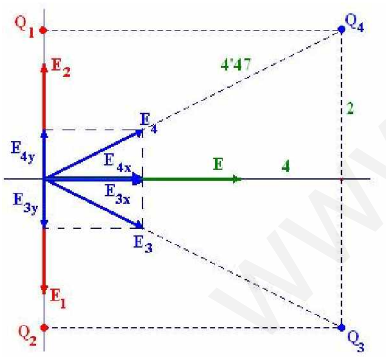
$\rightarrow -50.\pi .x_1 + 50.\pi .x_2 = \pi / 3 \rightarrow 50.\pi . (x_2 - x_1) = \pi / 3 \rightarrow x_2 - x_1 = 1 / 150 = 0'0067$ m

**REPERTORIO B. Problema 2.-**

**Dos cargas eléctricas positivas e iguales de valor $3 \times 10^{-6}$ C están situadas en los puntos A (0,2) Y B (0,-2) del plano XY. Otras dos cargas iguales Q están localizadas en los puntos C (4,2) Y D (4,-2). Sabiendo que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es $E = 4 . 10^3\ i$ N/C, siendo *i* el vector unitario en el sentido positivo del eje X, y que todas las coordenadas están expresadas en metros, determine:**

a) **El valor numérico y el signo de las cargas Q.**
b) **El potencial eléctrico en el origen de coordenadas debido a esta configuración de cargas.**

***Datos: Constante de la ley de Coulomb $K = 9xIO^9$ u.s.i.***




La intensidad del campo eléctrico viene dada por la expresión: $E = k . Q / r^2$

El campo total E será la suma vectorial de los campos creados por cada carga. $\mathbf{E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4}$

En el origen de coordenadas, la distancia a $Q_1$ y a $Q_2$ es la misma, r = 2.

Como $Q_1 = Q_2 = 3\cdot10^{-6} \rightarrow E_1 = E_2$ pero de sentidos opuestos $\rightarrow \mathbf{E_1 + E_2 = 0}$

En el origen de coordenadas el campo total sólo se debe a $Q_3$ y a $Q_4$ $\rightarrow \mathbf{E = E_3 + E_4}$

Y como está dirigido en el sentido positivo del eje X, las cargas deben ser negativas.

Al ser la distancia del origen a $Q_3$ y a $Q_4$ la misma, $r = (2^2 + 4^2)^{1/2} = 4'47$

$\rightarrow E_3 = E_4 = 9.10^9 . Q / 4'47^2 = 4'5.10^8 . Q \rightarrow E_{3y} = E_{4y}$ y opuestas, $E_{3x} = E_{4x}$ del mismo sentido

$E_{3x} = E_{4x} = E_3 . \cos\theta = 4'5.10^8 . Q . 4 / 4'47 = 4'03.10^8 . Q$

$\rightarrow \mathbf{E = E_{3x} + E_{4x} = 2. E_{3x}} \rightarrow 4.10^3 = 2 \cdot 4'03.10^8 . Q \rightarrow Q = 4.10^3 / 2 \cdot 4'03.10^8 = 4'97 . 10^{-6} \rightarrow Q_3 = Q_4 = \mathbf{-}\ 4'97 . 10^{-6}$ culombios

El potencial viene dado por la expresión $V = k . Q / r$

El potencial total será la suma escalar: $V = k . Q_1 / r_1 + k . Q_2 / r_2 + k . Q_3 / r_3 + k . Q_4 / r_4$

$V = 9.10^9 . 3.10^{-6} / 2 + 9.10^9 . 3.10^{-6} / 2 + 9.10^9 . (-4'97).10^{-6} / 4'47 + 9.10^9 . (-4'97).10^{-6} / 4'47 = 6987$ volts