PAU MADRID SEPTIEMBRE 2004

Cuestión 1.-

La luz solar tarda 8'31 minutos e llegar a la Tierra y 6'01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas de los planetas son circulares, determine el período orbital de Venus y la velocidad de Venus en su órbita.

Datos: Velocidad de la luz = 3· 10^8 m/s   Período orbital de la tierra = 365'25 días

Solución:

La distancia de un planeta al Sol, o radio de la órbita, se obtiene multiplicando la velocidad de la luz por el tiempo que tarda en llegar:

$r = c\ .\ t \qquad r_{Tierra} = 3.10^8\ .\ 8'31.60 = 1'496.10^{11}\ m \qquad r_{Venus} = 3.10^8\ .\ 6'01.60 = 1'082.10^{11}\ m$

Aplicando la tercera ley de Kepler se determina el período orbital de Venus:

$(r^3 / T^2)_{Tierra} = (r^3 / T^2)_{Venus} \qquad (1'496.10^{11})^3 / 365'25^2 = (1'082.10^{11})^3 / T^2 \qquad T_{Venus} = 224'66$ días

La velocidad de Venus será:

$w = 2.\pi / T = 3'2.10^{-7}$ rad/s $v = w.r = 3'2.10^{-7}\ .\ 1'082.10^{11} = 35023$ m/s

Cuestión 2.-

Una partícula oscila con movimiento armónico simple según el eje Y en torno al origen de coordenada, originando una onda transversal que se propaga en el sentido del eje X con una velocidad de 20 m/s, una amplitud de 0'02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determinar:

a) El período y la longitud de onda

b) La expresión matemática de la onda, si en t=0 la partícula situada en el origen de coordenadas está en la posición de máxima elongación positiva.

Solución:

El período es la inversa de la frecuencia: T = 1 / F = 1 / 10 = 0'1 s

La longitud de onda es el espacio recorrido en un período: l = v . T = 20 . 0'1 = 2 m Como:

A = 0'02 m   w = 2.p.F = 2.p.10 = 20.p   k = 2.p / l = 2.p/2 = p   f = desfase

La ecuación de la onda será: y = A . sen (w.t - k.x + f) = 0'02. sen (20.p.t - p.x + f)

Al principio, t = 0, el punto del origen, x = 0, está en la posición de máxima elongación positiva, es decir y = 0'02, por lo que:

0'02 = 0'02. sen (20.p.0 - p.0 + f)   sen f = 1   f = p/2

La ecuación de la onda es: y = 0'02. sen (20.p.t - p.x + p/2) = 0'02. cos (20.p.t - p.x)

Cuestión 3.-

a) Defina el concepto de ángulo límite y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2, si $n_1 > n_2$

b) Sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es 60°, determine la velocidad de la luz en dicho medio.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío = 3· 10^8 m/s

Solución:

a) Ángulo límite es el ángulo de incidencia de una onda que tiene un ángulo de refracción de 90°

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } 90° \qquad i = \text{arc sen } (n_2 / n_1)$$

b) Aplicando el concepto anterior, y suponiendo que el índice de refracción del aire es 1:

$$n_1 \cdot \text{sen } 60° = 1 \cdot \text{sen } 90° \qquad n_1 = 1 / 0'866 = 1'15$$

$$\text{Como } n = c / v \qquad v = c / n = 3.10^8 / 1'15 = 2'6.10^8 \text{ m/s}$$

Cuestión 4.-

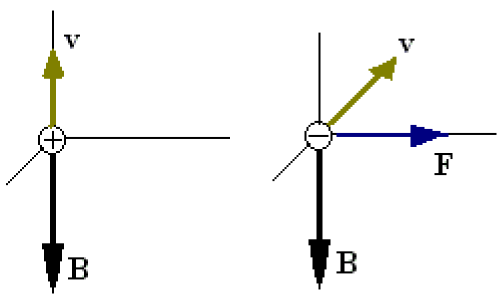
En una región del espacio existe un campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indique mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga, en los siguientes casos:

a) La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z b)

La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X

Solución:

La fuerza viene dada por la expresión: **F** = q . (**v** ^ **B**)



En el primer caso el ángulo que forman B y v es de 180° por lo que el seno es cero, no existe fuerza alguna.

En el segundo caso el ángulo es 90°, siendo el seno 1, la fuerza es máxima; el sentido de **v ^ B** sería en el sentido negativo del eje x, pero al ser la carga negativa la fuerza resulta ser en el sentido positivo del eje x.

Cuestión 5.-

El trabajo de extracción para el sodio es 2'5 eV. Calcule:

a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m/s

b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con esa velocidad

Datos:

$h = 6'63.10^{-34}$ J.s $c = 3.10^8$ m/s $e = 1'6.10^{-19}$ C $m_e = 9'1.10^{-31}$ Kg

Solución:

a) La energ a de un haz luminoso, h· F , se invierte parte en arrancar los electrones o trabajo de extracción, W_e , y el resto en comunicar energ a cinética a los electrones, E_c :

$$h\cdot F = W_e + E_c = W_e + m.v^2/2$$

$$F = (W_e + m.v^2/2)/h = (2'5.1'6.10^{-19} + 0'5.9'1.10^{-31}.10^{14}) / 6'63.10^{-34} = 6'92.10^{16} \text{ Hz}$$

$$l = c/F = 3.10^8 / 6'92.10^{16} = 4'33.10^{-9} \text{ m}$$

b) La longitud de la onda asociada será:

$$l = h / mv = 6'63.10^{-34} / (9'1.10^{-31} . 10^7) = 7'29.10^{-11} \text{ m}$$

Repertorio A. Problema 1.-

Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es 6'2 m/s^2 . Calcule:

a) La densidad media del planeta y la velocidad de escape desde su superficie

b) La energí a que hay que comunicar a un objeto de 50 Kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo con un perí odo de 2 horas.

Dato: G = 6'67.10^{-11} N.m^2 / kg^2

Solución:

La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta es: $g = G.M / R^2$ $\quad M = g.R^2/G$

La densidad media será:

$$d = M / V = (g.R^2/G) / (4.p.R^3/3) = 3.g / (4.p.G.R) = 3.6'2 / (4.p.6'67.10^{-11}.3'2.10^6) = 6'93.10^3 \text{ kg/m}^3$$

La velocidad de escape será:

$$v_{escape} = (2. G.M / R)^{1/2} = (2.g.R)^{1/2} = (2.6'2.3'2.10^6)^{1/2} = 6'3.10^3 \text{ m/s}$$

Para que el objeto de 50 kg orbite con un perí odo de 2 horas debe estar a una distancia:

$$G. M. m / r^2 = m . w^2. r \qquad r = (G.M / w^2)^{1/3} = (G.M.T^2 / 4p^2)^{1/3} = (g.R^2.T^2 / 4.p^2)^{1/3}$$

$$r = [6'2.(3'2.10^6)^2.(2.3600)^2 / 4.p^2]^{1/3} = 4'37.10^6 \text{ m}$$

La energí a total que tiene este objeto en esa órbita será:

$$E = E_c + E_p = - G.M.m / 2r$$

La energí a cinética que hay que suministrarle en el suelo para situarlo en esa órbita será la energí a que tiene que tener en la órbita menos la energí a que ya tiene en el suelo, energí a potencial:

$$(E_c + E_p)_{suelo} = (E_c + E_p)_{órbita} \qquad E_{c\ suelo} - G.M.m / R = - G.M.m / 2r$$

$$E_{c\ suelo} = G.M.m / R - G.M.m / 2r = G.M.m.(1 / R - 1 / 2r) = g.R^2 .m.(1 / R - 1 / 2r)$$

$$E_{c\ suelo} = 6'2 . (3'2.10^6)^2.50.(1 / 3'2.10^6 - 1 / 2.4'37.10^6) = 6'29.10^8 \text{ Julios}$$

Repertorio A. Problema 2.-

Una espira conductora circular de 4 cm de radio y 0'5 ohmmios de resistencia está situada inicialmente en el plano XY y se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme B, perpendicular al plano de la espira y en el sentido positivo del eje Z.

a) Si el campo magnético aumenta a razón de 0'6 T /s, determine la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma.

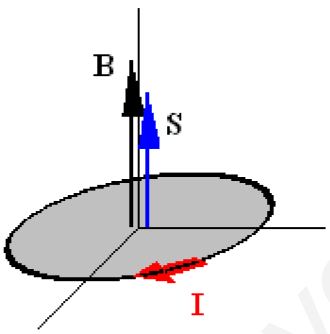
b) Si el campo magnético se estabiliza en un valor constante de 0'8 T,y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de 10p rad/s, determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

Solución:

La f.e.m inducida es proporcional y opuesta a la variación del flujo magnético que atraviesa la espira:

V = - d f /dt   siendo el flujo   f = B.S. cosq

a) En este caso el ángulo que forman el vector campo magnético y el vector superficie es cero, y el campo magnético es de la forma:



$B = B_o + 0'6 . t$

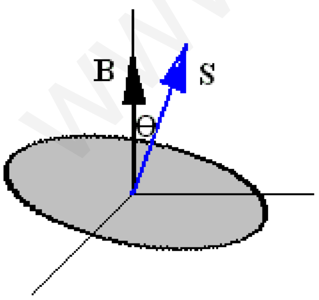
$f = (B_o + 0'6 . t).p.r^2.\cos 0 = p.0'04^2.(B_o + 0'6 .t) = 0'005.B_o + 0'003. t$

V = - d f /dt = - 0'003 voltios

I = V / R = 0'003 / 0'5 = 0'006 Amperios

el signo menos indica que el sentido de la corriente se opone al aumento del flujo.

b) En este caso B es constante y de valor 0'8 T, pero el ángulo entre B y S vaŕi a con el tiempo: q = w.t = 10.p.t



$f = B.p.r^2.\cos wt = 0'8 . p.0'04^2. \cos 10.p.t = 0'004. \cos 10.p.t$ V

= - d f /dt = - (- 0'004.10.p. sen 10.p.t) = 0'126 . sen 10.p.t

siendo su valor máximo 0'126 voltios

Repertorio B. Problema 1.-

Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

a) La posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria

b) La distancia focal de la lente y efectúe la construcción geométrica de la imagen

Solución:

Las ecuaciones de las lentes delgadas son:

$$1 / x' - 1 / x = 1 / f'$$

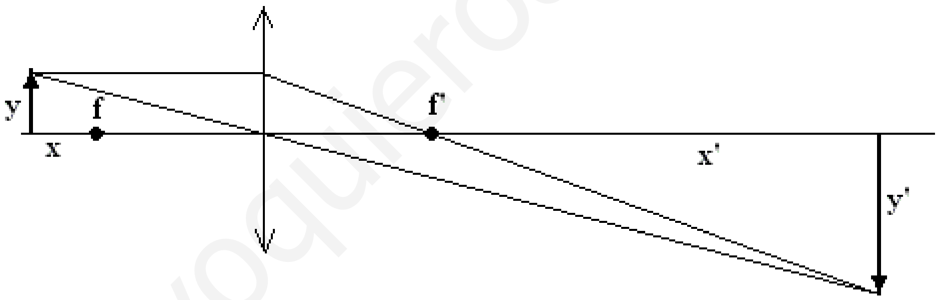
$$A = x' / x$$

Como $y' = -3.y = -6$ cm, el aumento es -3 $\quad -3 = x' / x \quad x' = -3.x$

Teniendo en cuenta el criterio de signos, la suma de la distancia objeto y la distancia imagen debe ser 4 m:

$$x' - x = 4 \qquad -3.x - x = 4 \qquad x = -4 / 4 = -1 \text{ metro} \qquad x' = 3 \text{ m}$$

$$1 / f' = 1 / 3 - 1 / (-1) = 4/3 \qquad f' = 3/4 = 0'75 \text{ metros, lente convergente}$$



Repertorio B. Problema 2.-

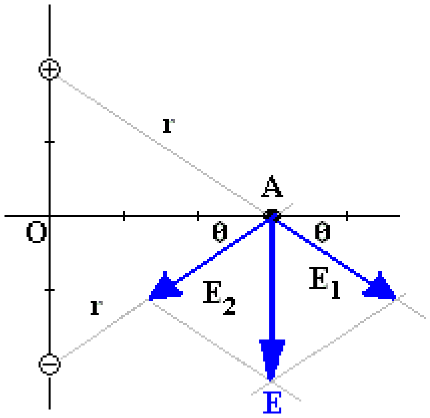
Dos cargas eléctricas en reposo de valores 2mC y -2mC están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

a) El campo eléctrico creado en el punto A de coordenadas (3,0)

b) El potencial en el punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de 3mC de dicho punto hasta el origen de coordenadas.

Solución:

a) Por ser las cargas del mismo valor y por ser las distancias iguales, los campos son iguales en módulo y los ángulos respecto al eje x iguales.



$r = (2^2 + 3^2)^{1/2} = 3'6$ m

$E_1 = E_2 = K.q / r^2 = 9.10^9.2.10^{-6} / 3'6^2 = 1385$ N/C

El campo total será la suma vectorial:

$E_{1,x} = E_1 \,.\, \cos q = 1385 \,.\, 3/3'6 = 1154'2$

$E_{1,y} = E_1 \,.\, \text{sen}\, q = 1385 \,.\, 2/3'6 = 769'4$

$\mathbf{E_1} = 1154'2\,\mathbf{i} - 769'4\,\mathbf{j}$ $\quad$ $\mathbf{E_2} = -1154'2\,\mathbf{i} - 769'4\,\mathbf{j}$ $\quad$ $\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = -1538'8\,\mathbf{j}$

b) El potencial en A será la suma escalar de potenciales.

$V_1 = K.q / r$ y $V_2 = -K.q / r$ son iguales pero de distinto signo $\quad$ $V_A = V_1 + V_2 = 0$

lo mismo sucede en el punto O, su potencial es cero: $V_O = 0$

El trabajo para trasladar una carga de un punto a otro es: $W = q.\,(V_A - V_O) = q.0 = 0$ Julios