P. A. U. FÍSICA Madrid Septiembre 2002

Cuestión 1.-

Se tiene una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa. Si se reduce a la mitad su frecuencia, razone qué ocurre con: a) el periodo; b) la velocidad de propagación; c) la longitud de onda; d) la amplitud.

Solución:

La velocidad de propagación de una onda transversal por una cuerda sólo depende de la tensión de la cuerda y de su masa, por lo que la velocidad no varía al variar la frecuencia.

Si la frecuencia se reduce a la mitad el período se duplica, pues el período es la inversa de la frecuencia:

$$F' = F / 2$$

$$T' = 1 / F' = 1 /(F/2) = 2.\ 1 / F = 2\ .\ T$$

La longitud de onda depende de la velocidad y de la frecuencia y si se reduce ésta a la mitad la longitud de onda se duplica:

$$\lambda = v / F$$

$$\lambda' = v / F' = v /(F/2) = 2\ .\ v / F = 2\ .\ \lambda'$$

La amplitud de la onda es la de la perturbación que se propaga y es independiente de la frecuencia. La amplitud no varía al variar la frecuencia.

Cuestión 2.-

Un electrón se mueve con velocidad v en una región del espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético, ambos estacionarios. Razone si cada uno de estos campos realiza o no trabajo sobre la carga.

Solución:

Cuando un electrón entra en un campo eléctrico se ve sometido a una fuerza que lo desvía de su trayectoria. Si el campo es uniforme la trayectoria será una parábola. El electrón pasará por puntos con diferente potencial y por tanto el campo eléctrico habrá realizado un trabajo sobre el electrón. Como el campo es conservativo este trabajo dependerá de la posición inicial y final del electrón. $W = q.\ (V_1 - V_2)$

Si el electrón se mueve en el interior de un campo magnético uniforme, la trayectoria será circular, o helicoidal, según que la velocidad sea perpendicular al campo o no. En ambos casos la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, $F = q\ .\ (v \wedge B)$, por lo que en cada intervalo de tiempo el espacio recorrido es perpendicular a la fuerza y por tanto el trabajo es cero , $W = F\ .\ e\ .\ \cos 90 = 0$.

Cuestión 3.-

Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 . Si un rayo incide desde el medio de índice n_1, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.

b) Si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

Solución:

Las dos afirmaciones son falsas.

a) Cuando un rayo de luz pasa de un medio a otro de menor índice de refracción el rayo se aleja de la normal:

$$n_1 \,.\, \text{sen } i = n_2 \,.\, \text{sen } r \qquad \text{sen } r = n_1 \,.\, \text{sen } i \,/\, n_2$$

$$\text{si } n_1 > n_2 \qquad \text{sen } r > \text{sen } i \qquad r > i$$

b) Sólo puede producirse reflexión total cuando el ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia: cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite se produce la reflexión. Esto sólo puede suceder cuando el índice de refracción del otro medio, en este caso n_2 , es menor que el índice del medio, n_1; por tanto la afirmación del apartado b) es falsa.

Cuestión 4.-

Una bolita de 0,1 g de masa cae desde una altura de 1 m, con velocidad inicial nula. Al llegar al suelo el 0,05 por ciento de su energía cinética se convierte en un sonido de duración 0,1 s.

a) Halle la potencia sonora generada.

b) Admitiendo que la onda sonora generada puede aproximarse a una onda esférica, estime la distancia máxima a la que puede oírse la caída de la bolita si el ruido de fondo sólo permite oír intensidades mayores que 10^{-8} W/m^2

Solución:

Aplicando el teorema de conservación de la energía calculamos la energía cinética con que impacta la bola con el suelo:

$$E_c = m.g.h = 0'0001.\ 9'8\ .\ 1 = 9'8.10^{-4} \text{ Julios}$$

La energía que se convierte en sonido es: $E_{sonido} = 0'05\ .\ 9'8.10^{-4} /100 = 4'9.\ 10^{-7}$ Julios

La potencia sonora es la energía emitida en la unidad de tiempo:

$$P = E / t = 4'9.10^{-7} / 0'1 = 4'9.10^{-6} \text{ Watios}$$

Esta potencia se reparte uniformemente por el espacio en forma de ondas esféricas. La intensidad del sonido a una distancia r del foco emisor será:

$$I = P / (4.\pi.r^2)$$

Si la intensidad mínima de audición es 10^{-8} W/m^2 , la distancia máxima a la que puede oirse este sonido será:

$$r_{máx} = [P / (4.\pi\ .I_{mín})]^{1/2} = [\ 4'9.10^{-6} /(4.\pi.10^{-8})]^{1/2} = 6'24 \text{ m}$$

Cuestión 5.-

El isótopo 214U tiene un periodo de semidesintegración (semivida) de 250000 años. Si partimos de una muestra de 10 gramos de dicho isótopo, determine:

a) La constante de desintegración radiactiva.

b) La masa que quedará sin desintegrar después de 50000 años.

Solución:

La ecuación que rige la desintegración radiactiva es: $N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

siendo: N_o número de átomos radiactivos inicial

N número de átomos radiactivos al cabo de un tiempo t

T período de semidesintegración, tiempo en reducirse a la mitad

λ constante de desintegración

Si T es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad:

$$N_o /2 = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T} \qquad - \ln 2 = - \lambda \cdot T \qquad \lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / 2'5.10^{5} = 2'77.10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

Al cabo de 50000 años el número de átomos radiactivos presentes será:

$$N = N_o \cdot e^{-2'77.10^{-6} \cdot 50000} = 0'87 \cdot N_o$$

Como la masa es proporcional al número de átomos:

$$m = 0'87 \cdot m_o = 0'87 \cdot 10 = 8'7 \text{ gramos}$$

Repertorio A. Problema 1.-

Se pretende colocar un satélite artificial de forma que gire en una órbita circular en el plano del ecuador terrestre y en el sentido de rotación de la Tierra. Si se quiere que el satélite pase periódicamente sobre un punto del ecuador cada dos días, calcule:

a) La altura sobre la superficie terrestre a la que hay que colocar el satélite.

b) La relación entre la energía que hay que comunicar a dicho satélite desde el momento de su lanzamiento en la superficie terrestre para colocarlo en esa órbita y la energía mínima de escape.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m^2 /kg^2

Radio de la Tierra R_T = 6370 km

Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg

Solución:

Este problema tiene enjundia, sustancia, (cualquier alumno diría que tiene mala leche) y en mi opinión su nivel excede del Bachillerato español.

Como el tiempo en posicionarse el satélite sobre la misma vertical es superior a un día la solución no es única pues puede suceder que el satélite gire con mayor velocidad angular que la tierra, lo que daría una solución, o por el contrario, el satélite gire a menor velocidad angular que la Tierra, lo que nos daría la segunda solución. Como hay dos posibilidades (por ser dos días superior a un día, período de rotación de la Tierra) vamos resolver el problema considerando que el satélite gira más lentamente que la Tierra.

Sea w la velocidad de giro del satélite. Cuando el satélite se encuentra en la vertical de un punto de la Tierra ponemos en marcha el cronómetro. Dos días después el satélite habrá girado un ángulo igual a w . 2.24.3600, pero en ese tiempo la tierra habrá girado una vuelta más, por ir más rápida:

$$2.\pi + w .2.24.3600 = w_T . 2.24.3600 \qquad w = w_T - 2.\pi /(2.24.3600) \qquad w = 2. \pi /(24.3600) - 2. \pi /(2.24.3600) = 2.\pi /(2.24.3600) = 3'64.10^{-5} \text{ rad/s}$$

La fuerza de atracción gravitatoria es la fuerza centrípeta que obliga al satélite a tomar la curva de la órbita:

$$G. m . M / r^2 = m . v^2 / r \qquad G. m . M / r^2 = m . w^2 . r \qquad r = (G . M / w^2)^{1/3}$$

$$r = (6'67.10^{-11} . 5'98.10^{24} / (3'64.10^{-5})^2)^{1/3} = 6'7.10^7 \text{ m desde el centro de la tierra}$$

$$\text{la altura de la órbita será: } h = r – R = 6'7.10^7 – 6'37.10^6 = 6'07.10^7 \text{ m}$$

La energía que hay que suministrar al objeto para situarlo a esa altura es la variación de energía potencial entre ese punto y la superficie terrestre:

$$E = E_p(r) – E_p(R) = - G.M.m /r – (- G.M.m /R) = G.M.m.(1/R – 1/r)$$

La energía de escape es la energía que hay que suministrar al objeto para que escape de la acción gravitatoria (r= , v=0)

$$E_{escape} = G.M.m.(1/R – 1/ \quad) = G.M.m /R$$

La relación entre estas energías será:

$$E / E_{escape} = [G.M.m.(1/R – 1/r)] / (G.M.m /R) = 1 – R / r = 1 – 6'37.10^6 / 6'07.10^7 = 0'895$$

Repertorio A. Problema 2.-

Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,8 V.

a) Determine la función de trabajo del metal.

b) ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e= 1,6. 10^{-19} C

Constante de Planck h = 6,63 . 10^{-34} Js

Velocidad de la luz en el vacío c = 3 . 10^{8} m/s

Solución:

La energía de los fotones, h.F, se invierte en extraer los electrones del metal, W_o , y en suministrarles una energía cinética, E_c :

$$h \,.\, F = W_o + E_c$$

los electrones son frenados hasta detenerse por un campo eléctrico por lo que el trabajo eléctrico es igual a la Energía cinética: $e.V = E_c$

$$h \,.\, F = W_o + e \,.\, V$$

la frecuencia en función de la longitud de onda es: $F = c / \lambda$

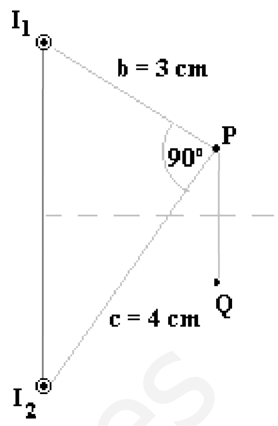
$$W_o = h \,.\, F - e \,.\, V \qquad W_o = h \,.\, c / \lambda - e \,.\, V = 6'63.10^{-34} .3.10^{8} / 4.10^{-7} - 1'6 \,.\, 10^{-19} \,.\, 0'8 = 3'7.10^{-19}\ \text{J}$$

El trabajo de extracción de electrones del metal es constante para ese metal, por lo que para una longitud de onda de 300 nm la d.d.p. para frenar los electrones será:

$$V = (h \,.\, c / \lambda - W_o) / e = (6'63.10^{-34} .3.10^{8} / 3.10^{-7} - 3'7.10^{-19}) / 1'6.10^{-19} = 1'83\ \text{Voltios}$$

Repertorio B. Problema 1.-

En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades I_1 e 1_2 de sentidos hacia el lector.

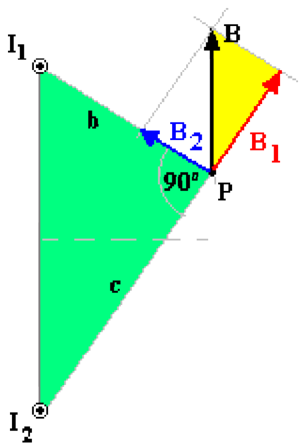


a) Determine la relación entre I_1 e I_2 para que el campo magnético B en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura.

b) Para la relación entre I_1 e I_2 obtenida anteriormente, determine la dirección del campo magnético B en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos).

Solución:

Los campos magnéticos creados por hilos conductores rectilíneos en un punto son perpendiculares al plano formado por el punto y el hilo:



El campo creado por el conductor 1 tendrá la dirección de c debido a que el ángulo entre b y c es recto y su valor será:

$$B_1 = \mu \cdot I_1 / (2 \cdot b)$$

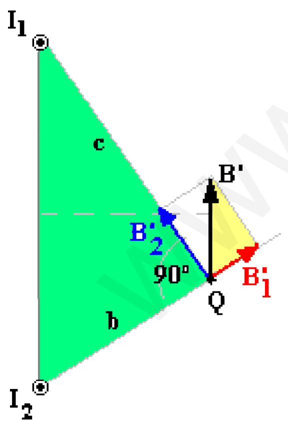
El campo creado por el conductor 2 tendrá la dirección de b por ser el ángulo entre b y c recto y su valor será:

$$B_2 = \mu \cdot I_2 / (2 \cdot c)$$

Si el campo magnético resultante, suma de los campos anteriores debe ser paralelo al plano que forman los conductores se deduce que los triángulos son semejantes:

$b / c = B_2 / B_1$ $\quad b / c = [\mu \cdot I_2 / (2 \cdot c)] / [\mu \cdot I_1 / (2 \cdot b)]$ $\quad 1 = /II_1$ $\quad I_1 = I_2$

las intensidades deben ser iguales.



Si las intensidades son iguales, en el punto simétrico Q los campos manéticos creados por los conductores serán:

$$B'_1 = \mu \cdot I / (2 \cdot c)$$

$$B'_2 = \mu \cdot I / (2 \cdot b)$$

$B'_1 / B'_2 = b / c$ relación de semejanza, es decir los triángulos son semejantes y por tanto el campo total B es paralelo al plano que forman los conductores.

Nota: los resultados obtenidos son independientes de los valores de b y c y sólo son válidos si el ángulo entre los lados es recto.

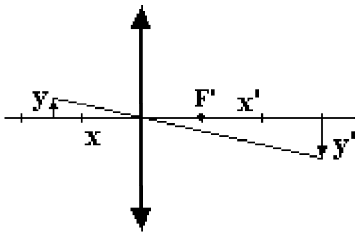
Repertorio B. Problema 2.-

Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

a) La distancia focal de la lente.

b) La posición y naturaleza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica.

Solución:



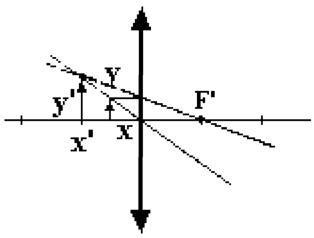
Aplicando el concepto de aumento:

$A = y' / y = x' / x \qquad -2 = 30 / x \qquad x = -30 / 2 = -15$ cm

Aplicando la ecuación de la lente:

$1 / x' - 1 / x = 1 / f' \qquad 1 / 30 - 1 / (-15) = 1 / f' \qquad 1 / 10 = 1 / f' \qquad f' = 10$ cm

Si el objeto está a 5 cm de la lente, la imagen se formará en :



$1 / x' - 1 / x = 1 / f' \qquad 1 / x' - 1 / (-5) = 1 / 10$

$1 / x' = 1 / 10 - 1 / 5 = -1 / 10 \qquad x' = -10$ cm , imagen virtual

$A = y' / y = x' / x = (-10) / (-5) = 2$, imagen doble y derecha