UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
FÍSICA (Fase general)
Junio 2010

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN.
La prueba consta de dos opciones A y B, cada una de las cuales incluye tres cuestiones y dos problemas.
El alumno deberá elegir la opción A o la opción B. Nunca se deben resolver cuestiones o problemas de opciones distintas. Se podrá hacer uso de calculadora científica no programable.
CALIFICACIÓN: Cada cuestión debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos. Cada problema debidamente planteado y desarrollado con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos. En aquellas cuestiones y problemas' que consten de varios apartados, la calificación será la misma para todos ellos.
TIEMPO: Una hora treinta minutos.

OPCIÓN A

Cuestión 1.-

a) Enuncie la 2ª ley de Kepler. Explique en qué posiciones de la órbita elíptica la velocidad del planeta es máxima y dónde es mínima.

b) Enuncie la 3ª ley de Kepler. Deduzca la expresión de la constante de esta ley en el caso de órbitas circulares.

Solución.

a. 2ª Ley de Kepler. El radio vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales. Esta Ley es el equivalente a la constancia del momento angular $\left(\vec{L} = m \cdot \vec{r} \times \vec{v}\right)$.

Por ser el momento angular de un planeta en su órbita alrededor del Sol constante (en modulo $L = m \cdot v \cdot r$), cuando el planeta esta más alejado del Sol (afelio), su radio será máximo y su velocidad orbital mínima, mientras que cuando esta más próximo (perihelio), su radio será mínimo y su velocidad será máxima.

b. 3ª Ley de Kepler. Los cuadrados de los periodos son directamente proporcionales a los cubos de los semiejes de las respectivas órbitas.

En una órbita, la fuerza de atracción gravitacional es igual a la fuerza centrípeta.

$$F_G = F_c \;;\; G\frac{M\,m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \;;\; G\frac{M}{r} = v^2$$

Teniendo en cuenta: $\left.\begin{array}{l} v = \omega r \\ \omega = \dfrac{2\pi}{T} \end{array}\right\} : v = \dfrac{2\pi\, r}{T}$. Sustituyendo en la igualdad anterior:

$$G\frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi\, r}{T}\right)^2 \;;\; G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \;;\; \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\,M} = cte$$

Cuestión 2.-

a) Escriba la expresión matemática de una onda armónica transversal unidimensional, $y = y\,(x, t)$, que se propaga en el sentido positivo del eje X.

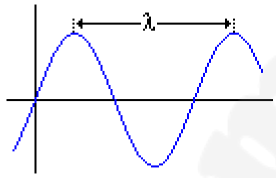
b) Defina los conceptos de las siguientes magnitudes: amplitud, periodo, longitud de onda y fase inicial.

Solución.

a. $y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega t - k\,x + \varphi)$

b. **Amplitud (A):** Es la máxima elongación con que vibran las partículas del medio. También se puede definir como la distancia máxima que hay entre un punto de la onda y su posición de equilibrio. En el sistema internacional se expresa en metros.

Periodo (T): Es el tiempo que tarda el movimiento en repetirse. También puede definirse como el tiempo transcurrido entre dos puntos equivalentes de la oscilación o ciclo. En el S. I. se expresa en segundos.



Longitud de onda (λ): La longitud de una onda es la distancia que recorre la onda en el intervalo de tiempo transcurrido entre dos máximos consecutivos. En el S. I. Se expresa en metros.

Fase inicial (φ): Indica el estado de vibración (ó fase) en el instante t = 0 de la partícula que oscila. En el S. I. se expresa en radianes.

Cuestión 3.- Dos partículas de idéntica carga describen órbitas circulares en el seno de un campo magnético uniforme bajo la acción del mismo. Ambas partículas poseen la misma energía cinética y la masa de una es el doble que la de la otra. Calcule la relación entre:

a) Los radios de las órbitas.
b) Los periodos de las órbitas.

Solución.

a. Si una partícula con carga describe una órbita en el seno de un campo magnético, se cumple:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_c$$

Trabajando en módulo:

$$q\cdot v\cdot B = m\cdot\frac{v^2}{r}\ ;\ \ q\cdot B = m\cdot\frac{v}{r}$$

Por ser ambas partícula de idéntica carga y estar inmersa en el mismo campo magnético:

- Partícula 1: $q\cdot B = m_1\cdot\frac{v_1}{r_1}$
- Partícula 2: $q\cdot B = m_2\cdot\frac{v_2}{r_2}$

Igualando:

$$m_1\cdot\frac{v_1}{r_1} = m_2\cdot\frac{v_2}{r_2}$$

Elevando los dos miembros de la igualdad al cuadrado:

$$m_1^2\,\frac{v_1^2}{r_1^2} = m_2^2\,\frac{v_2^2}{r_2^2}$$

Teniendo en cuenta que: $m^2 v^2 = 2m\,E_c$

$$\frac{2m_1E_{c_1}}{r_1^2} = \frac{2m_2E_{c_2}}{r_2^2}\ ;\ \ \frac{m_1E_{c_1}}{r_1^2} = \frac{m_2E_{c_2}}{r_2^2}$$

Teniendo en cuenta el enunciado: $\begin{cases} E_{c_1} = E_{c_2} \\ m_2 = 2m_1 \end{cases}$

$$\frac{m_1}{r_1^2} = \frac{2m_1}{r_2^2}\ ;\ \ \frac{1}{r_1^2} = \frac{2}{r_2^2}\ ;\ \ r_2^2 = 2r_1^2\ ;\ \ r_2 = \sqrt{2}\,r_1$$

b. Partiendo de la igualdad $m_1\cdot\frac{v_1}{r_1} = m_2\cdot\frac{v_2}{r_2}$, y teniendo en cuenta $v = \omega\,r$

$$m_1\cdot\frac{\omega_1\cdot r_1}{r_1} = m_2\cdot\frac{\omega_2\cdot r_2}{r_2}\ ;\ \ m_1\cdot\omega_1 = m_2\cdot\omega_2\ :\ \omega = \frac{2\pi}{T}\ :\ m_1\frac{2\pi}{T_1} = m_2\frac{2\pi}{T_2}\ ;\ \ \frac{m_1}{T_1} = \frac{m_2}{T_2}$$

Volviendo a tener en cuenta el enunciado: $m_2 = 2m_1$

$$\frac{m_1}{T_1} = \frac{2m_1}{T_2}\ ;\ T_2 = 2\cdot T_1$$

Problema 1.- Un sistema masa-muelle está formado por un bloque de 0,75 kg de masa, que se apoya sobre una superficie horizontal sin rozamiento, unido a un muelle de constante recuperadora K. Si el bloque se separa 20 cm de la posición de equilibrio, y se le deja libre desde el reposo, éste empieza a oscilar de tal modo que se producen 10 oscilaciones en 60 s. Determine:

- **a)** La constante recuperadora K del muelle.
- **b)** La expresión matemática que representa el movimiento del bloque en función del tiempo.
- **c)** La velocidad y la posición del bloque a los 30 s de empezar a oscilar.
- **d)** Los valores máximos de la energía potencial y de la energía cinética alcanzados en este sistema oscilante.

Solución.

$$\text{Movimiento armónico simple.}\ \begin{cases} m = 0{,}75\ \text{Kg} \\ A = 20\times 10^{-2}\ \text{cm} \\ f = \dfrac{10}{60} = \dfrac{1}{6}\ s^{-1} \end{cases}$$

a. Según la ley de Hooke F = –Kx, siendo K la constante recuperadora y x la elongación del muelle. Teniendo en cuenta el 2º principio de la dinámica F = m a, e igualando:

$$-K\,x = m\,a$$

Si se aplica la igualdad al punto de elongación máxima:

$$-K\,x_{máx} = m\,a_{máx}$$

Si la masa unida al muelle inicia un movimiento armónico simple, la posición, velocidad y aceleración vienen dados por:

- Posición o elongación: $x = A\ \text{sen}\,(\omega\,t + \varphi)$; $x_{máx} = A$
- Velocidad: $v = \dfrac{dx}{dt} = A\,\omega\cos(\omega\,t + \varphi)$; $v_{máx} = A\,\omega$
- Aceleración: $a = \dfrac{dv}{dt} = -A\,\omega^2\ \text{sen}\,(\omega\,t + \varphi)$; $a_{máx} = -A\,\omega^2$

Si en la igualdad se sustituyen los valores de $x_{máx}$ y $a_{máx}$ por las expresiones obtenidas del movimiento armónico simple:

$$-K\cdot A = m\cdot\left(-A\,\omega^2\right)$$

Simplificando: $K = m\,\omega^2$

La velocidad angular se puede expresar en función de la frecuencia. $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\,f$

$$K = m\,(2\pi\,f)^2 = 4\pi^2 m\,f^2 = 4\pi^2\,0{,}75\ \text{Kg}\cdot\left(\frac{1}{6}\,s^{-1}\right)^2 = 0{,}82\ {}^{N}\!/_{m}$$

b. $x(t) = A\ \text{sen}\,(\omega\,t + \varphi)$: $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi\,f = \dfrac{2\pi}{6} = \dfrac{\pi}{3}\ {}^{rad}\!/_{s}$

Para determinar la fase inicial se tiene en cuenta que para t = 0 la elongación es máxima, y por tanto la parte trigonométrica de la expresión debe ser uno.

$$\text{Para } t = 0\text{: } x = x_{máx} = A \iff \text{sen}\,(\omega\,0 + \varphi) = 1 : \ \text{sen}\,\varphi = 1 : \ \varphi = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$$

$$x(t) = 0{,}2\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

c. $v(t) = \dfrac{dx}{dt} = A\,\omega\cos(\omega\,t + \varphi) = 0{,}2\cdot\dfrac{\pi}{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\cdot 30 + \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{2\pi}{30}\cos\left(10\pi + \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{2\pi}{30}\cos\dfrac{\pi}{2} = 0$

$$x = A\ \text{sen}\,(\omega\,t + \varphi) = 0{,}2\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}30 + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}2\ \text{sen}\left(10\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}2\ \text{sen}\,\frac{\pi}{2} = 0{,}2\cdot 1 = 0{,}2\ \text{m}$$

d. $E_c(\text{máx}) = E_p(\text{máx}) = E_m(\text{máx}) = \dfrac{1}{2}K\,A^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 0{,}82\cdot 0{,}2^2 = 0{,}016\ \text{J}$

Problema 2.- Un objeto de tamaño 15 cm se encuentra situado a 20 cm de un espejo cóncavo de distancia focal 30cm.

- **a)** Calcule la posición y el tamaño de la imagen formada.
- **b)** Efectúe la construcción gráfica correspondiente e indique cuál es la naturaleza de esta imagen.

Si el espejo considerado fuese convexo en lugar de cóncavo y del mismo radio:

- **c)** ¿Cuál sería la posición y el tamaño de la imagen formada?
- **d)** Efectúe la resolución gráfica, en este último caso, indicando la naturaleza de la imagen formada.

Solución.

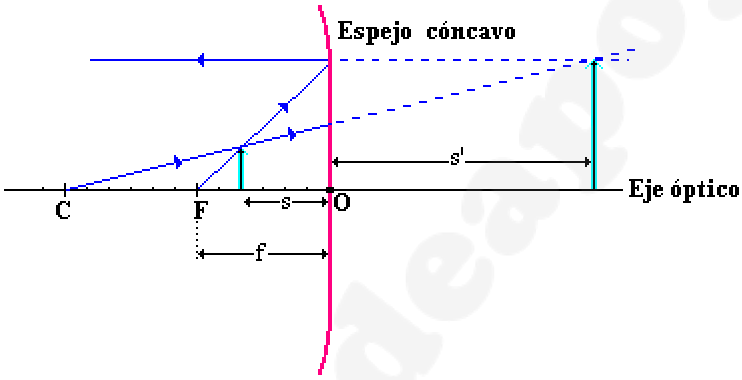
a. Aplicando la ecuación general de los espejos esféricos se puede calcular la posición de la imagen.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}:\begin{Bmatrix} s=-20\text{ cm} \\ f=-30\text{ cm}\end{Bmatrix}:\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{-30}\ :\ \frac{1}{s'}=\frac{1}{20}-\frac{1}{30}=\frac{1}{60}\ :\ s'=60\text{ cm}$$

Aplicando la ecuación del aumento lateral, se calcula el tamaño de la imagen.

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\ :\ \frac{y'}{15}=-\frac{60}{-20}\ :\ y'=45\text{ cm}$$

b. La imagen es virtual, derecha y de triple tamaño que el objeto.

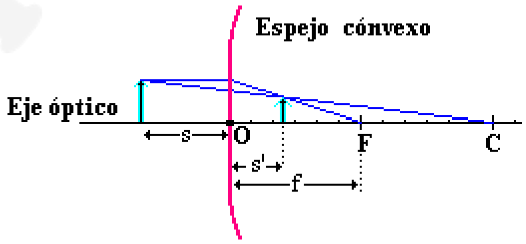


c. Aplicando la ecuación general de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}:\begin{Bmatrix} s=-20\text{ cm} \\ f=30\text{ cm}\end{Bmatrix}:\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{30}\ :\ \frac{1}{s'}=\frac{1}{20}+\frac{1}{30}=\frac{1}{12}\ :\ s'=12\text{ cm}$$

$$M_L=\frac{y'}{y}=-\frac{s'}{s}\ :\ \frac{y'}{15}=-\frac{12}{-20}\ :\ y'=9\text{ cm}$$

d. La imagen es virtual, derecha y de menor tamaño.



OPCIÓN B

Cuestión 1.-

El sonido producido por la sirena de un barco alcanza un nivel de intensidad sonora de 80 dB a 10m de distancia. Considerando la sirena como un foco sonoro puntual determine:

a) La intensidad de la onda sonora a esa distancia y a potencia de la sirena.
b) El nivel de intensidad sonora a 500 m de distancia.

Dato: Intensidad umbral de audición $I_o = 10^{-12}\ \mathrm{W\ m^{-2}}$

Solución.

$\beta \equiv$ Nivel de intensidad sonora.

a. La intensidad, I, de la onda y el nivel de intensidad sonora, nivel acústico,β, están relacionados por la expresión:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_o}$$

Aplicando los datos del enunciado se puede calcular la intensidad de la onda sonora a esa distancia.

$$80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \ :\ 8 = \log I + 12 \ :\ \log I = -4 \ :\ I = 10^{-4}\ \frac{W}{M^2}$$

La intensidad de una onda en un punto es la cantidad de energía por unidad de tiempo que atraviesa la unidad de superficie colocada en ese punto.

$$I = \frac{E}{t \cdot S} \ :\ \frac{E}{t} = P(\text{Potencia}) \ :\ I = \frac{P}{S} \ :\ I = \frac{P}{4\pi r^2} \ :\ P = 4\pi r^2 I = 4\pi \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 0{,}126\ \mathrm{W}$$

b. Teniendo en cuenta que la potencia de la fuente es constante, se calcula la intensidad a 500m, conocida la intensidad, se calcula el nivel de intensidad sonora.

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{0{,}126}{4\pi \cdot 500^2} = 4 \times 10^{-8}\ \frac{W}{m^2}$$

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_o} = 10 \log \frac{4 \times 10^{-8}}{10^{-12}} = 46\ \mathrm{dB}$$

Cuestión 2.-

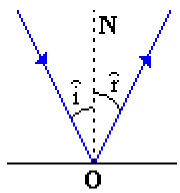
a) Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz y efectúe los esquemas gráficos correspondientes.
b) Defina el concepto de ángulo límite y explique el fenómeno de reflexión total

Solución.

a. Leyes de la reflexión:

- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- El ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.

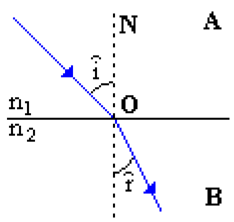
$\hat{i} \equiv$ ángulo de incidencia; $\hat{r} \equiv$ ángulo de reflexión



Leyes de la refracción

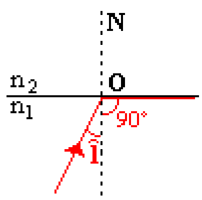
- El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en el mismo plano.
- La relación entre el seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción es una constante característica de los dos medios A y B.

$$\frac{\text{sen}\ \hat{i}}{\text{sen}\ \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1}$$



b. Se denomina ángulo límite $(\hat{l})$, al ángulo de incidencia al que corresponde un ángulo de refracción de 90º. Según las leyes de la refracción su valor es:

$$\frac{\text{sen}\ \hat{l}}{\text{sen}\ 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \ ;\ \text{sen}\ \hat{l} = \frac{n_2}{n_1}$$



Para ángulos de incidencia mayores que el ángulo límite no se produce refracción y toda la luz se refleja. Este fenómeno, que solo puede producirse cuando la luz pasa de un medio más refringente a otro menos refringente ($n_1 > n_2$) se le denomina reflexión total.

Cuestión 3.- De 1os 120 g iniciales de una muestra radiactiva se han desintegrado, en 1 hora, el 10% de los núcleos. Determine:

a) La constante de desintegración radiactiva y el periodo de semidesintegración de la muestra.

b) La masa que quedará de la sustancia radiactiva transcurridas 5 horas.

Solución.

a. La ecuación fundamental de la radioactividad:

$$N = N_o e^{-\lambda t}$$

se puede expresar en función de la masa inicial de los núcleos radioactivos (m_o) y de la masa existente (m) después de transcurrir un tiempo determinado.

$$m = m_o e^{-\lambda t}$$

Aplicando los datos del enunciado:

$$\text{Para } t = 1\text{ h: } m = m_o - \frac{10}{100} m_o = \frac{90}{100} m_o = 0{,}9 m_o$$

$$0{,}9 m_o = m_o e^{-\lambda \cdot 1} \ : \ e^{-\lambda} = 0{,}9 \ : \ \lambda = -\text{Ln}\, 0{,}9 = 0{,}105\, h^{-1}.$$

Se denomina periodo de semidesintegración ($T_{1/2}$) al tiempo que debe transcurrir para que el número de núcleos presentes en una muestra se reduzca a la mitad, su calculo se puede realizar haciendo que $N = N_o/2$ ó $m = m_o/2$, en la ecuación fundamental de la radioactividad.

$$\frac{m_o}{2} = m_o e^{-\lambda T_{1/2}} \ : \ T_{1/2} = \frac{1}{\lambda} \text{Ln}\, 2 = \frac{1}{0{,}105\, h^{-1}} \text{Ln}\, 2 = 6{,}58\, h$$

b. $m = m_o e^{-\lambda t} = 120 \cdot e^{-0{,}105 \cdot 5} = 70{,}86\, g$

Problema 1.- Io, un satélite de Júpiter, tiene una masa de $8{,}9 \times 10^{22}$ kg, un periodo orbital de 1,77 días, y un radio medio orbital de $4{,}22 \times 10^{8}$ m, Considerando que la órbita es circular con este radio, determine:

a) La masa de Júpiter

b) La intensidad de campo gravitatorio, debida a Júpiter, en los puntos de la órbita de Io.

c) La energía cinética de Io en su órbita.

d) El módulo del momento angular de Io respecto de su órbita

Solución.

a. Para Calcular la masa del planeta (Júpiter) con los datos del enunciado, se tiene en cuenta que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el satélite en orbita, debe ser igual a la fuerza centrípeta que actúa sobre el satélite.

$$F_G = F_c \ : \ G\frac{M \cdot m}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R} \ : \ v^2 = G\frac{M}{R}$$

Teniendo en cuenta: $v = \omega \cdot R$

$$(\omega \cdot R)^2 = G\frac{M}{R} \ : \ \omega^2 = G\frac{M}{R^3} \ : \ \omega = \frac{2\pi}{T} \ : \ \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = G\frac{M}{R^3} \ : \ M = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2}$$

Según el enunciado: $T = 1{,}77\, d = 1{,}77\, d \cdot 24\frac{h}{d} \cdot 3600\frac{s}{h} = 152928 s$

$$M = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot \left(4{,}22 \times 10^8\, m\right)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \cdot T^2 Nm^2 Kg^{-2} \cdot (152928 s)^2} = 1{,}9 \times 10^{27}\, Kg$$

b. La intensidad de campo gravitatorio se obtiene igualando la fuerza gravitacional al peso.

$$F_G = P \ : \ G\frac{M \cdot m}{R^2} = m \cdot g \ : \ g = G\frac{M}{R^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \cdot \frac{1{,}9 \times 10^{27}}{\left(4{,}22 \times 10^8\right)^2} = 0{,}71\, m/s^2$$

c. $$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \left\{ v^2 = G\frac{M}{R} \right\} = \frac{1}{2} m \cdot G\frac{M}{R} = \frac{1}{2} G\frac{M \cdot m}{R} = \frac{1}{2} 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{1{,}9 \times 10^{27} \cdot 8{,}9 \times 10^{22}}{4{,}22 \times 10^8} = 1{,}33 \times 10^{31} J$$

d. Por definición: $L = m \cdot \vec{r} \times \vec{v}$. El módulo del momento angular es:

$$L = m \cdot r \cdot v \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Si considera una órbita circular (α = 90º):

$$L = m \cdot r \cdot v \cdot \text{sen}\,90 = m \cdot r \cdot v = \left\{ v = \sqrt{G\frac{M}{r}} \right\} = m \cdot r \cdot \sqrt{G\frac{M}{r}} = m_{Io}\sqrt{G \cdot M_J \cdot r} =$$

$$= 8{,}9\times10^{22}\sqrt{6{,}67\times10^{-11}\times1{,}9\times10^{27}\cdot 4{,}22\times10^{8}} = 6{,}5\times10^{35}\,\text{Kg m}^2\text{s}^{-1}$$

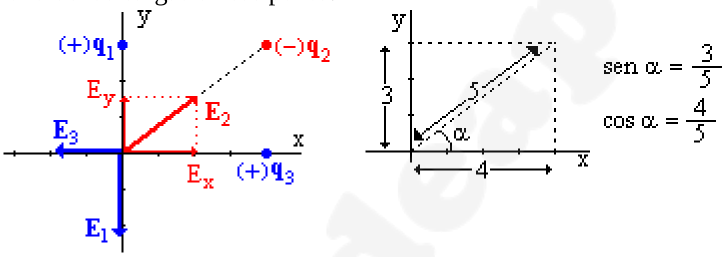
Problema 2.- Tres cargas puntuales q_1 = +3 nC, q_2 = –5 nC y q_3 = +4 nC están situadas, respectivamente, en los puntos de coordenadas (0, 3), (4, 3) y (4, 0) del plano XY. Si las coordenadas están expresadas en metros, determine:

a) La intensidad de campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas.
b) El potencial eléctrico en el origen de coordenadas.
c) La fuerza ejercida sobre una carga q = 1 nC que se sitúa en el origen de coordenadas.
d) La energía potencial electrostática del sistema formado por las tres cargas q_1, q_2 y q_3.

Dato. Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \times 10^9$ N m^2 C^{-2}

Solución.

En una distribución de cargas puntuales, como la que se pide, lo primero que hay que hacer es suponer la carga unidad positiva en el punto donde se pide calcular el campo eléctrico y establecer los vectores de campo eléctrico que genera cada una de las cargas en ese punto.



a. La intensidad de campo eléctrico generado por la distribución de cargas en el origen de ordenadas es el módulo del campo eléctrico generado por ellas.

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 = \left(-E_1\vec{j}\right) + \left(E_{2x}\vec{i} + E_{2y}\vec{j}\right) + \left(-E_3\vec{i}\right) = \left(E_{2x} - E_3\right)\vec{i} + \left(E_{2y} - E_1\right)\vec{j}$$

El módulo del campo eléctrico generado por una carga q a una distancia r viene dado por la expresión:

$$E = K\frac{q}{r^2}$$

Aplicando a la distribución propuesta:

$$E_1 = K\frac{q_1}{r_1^2} = 9\times10^9\,\frac{3\times10^{-9}}{3^2} = 3\,\text{N/C}$$

$$E_2 = K\frac{q_2}{r_2^2} = 9\times10^9\,\frac{5\times10^{-9}}{5^2} = \frac{9}{5}\,\text{N/C} : \begin{cases} E_{2x} = E_2\cos\alpha = \dfrac{9}{5}\cdot\dfrac{4}{5} = \dfrac{36}{25} \\ E_{2y} = E_2\,\text{sen}\,\alpha = \dfrac{9}{5}\cdot\dfrac{3}{5} = \dfrac{27}{25} \end{cases}$$

$$E_3 = K\frac{q_3}{r_3^2} = 9\times10^9\,\frac{4\times10^{-9}}{4^2} = \frac{9}{4}\,\text{N/C}$$

Sustituyendo en la expresión del campo eléctrico:

$$\vec{E} = \left(E_{2x} - E_3\right)\vec{i} + \left(E_{2y} - E_1\right)\vec{j} = \left(\frac{36}{25} - \frac{9}{4}\right)\vec{i} + \left(\frac{27}{25} - 3\right)\vec{j} = -\frac{81}{100}\,\vec{i} - \frac{48}{25}\,\vec{j}$$

$$E = \sqrt{\left(-\frac{81}{100}\right)^2 + \left(-\frac{48}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{1737}{400}} = \frac{3\sqrt{193}}{20} \approx 2{,}1\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$

b. El potencial en un punto debido a una distribución de cargas es la suma (escalar) de los potenciales de cada carga en el punto.

$$V=\sum K\cdot\frac{q_i}{r_i}=K\cdot\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}+\frac{q_3}{r_3}\right)=9\times10^{9}\cdot\left(\frac{3\times10^{-9}}{3}+\frac{-5\times10^{-9}}{5}+\frac{4\times10^{-9}}{4}\right)=9\cdot(1-1+1)=9\ \text{v}$$

c. $$\vec{F}=q\cdot\vec{E}=1\times10^{-9}\left(-\frac{81}{100}\,\vec{i}-\frac{48}{25}\,\vec{j}\right)=-8{,}1\times10^{-10}\,\vec{i}-1{,}92\times10^{-9}\,\vec{j}$$

$$F=\sqrt{\left(-8{,}1\times10^{-10}\right)^{2}+\left(-1{,}92\times10^{-9}\right)^{2}}\approx2{,}1\times10^{-9}\ \text{N}$$

d. $$U=K\cdot\left(\frac{q_1\cdot q_2}{r_{1.2}}+\frac{q_1\cdot q_3}{r_{1.3}}+\frac{q_2\cdot q_3}{r_{2.3}}\right)=9\times10^{9}\cdot1\times10^{-18}\left(\frac{3\cdot(-5)}{4}+\frac{3\cdot4}{5}+\frac{(-5)\cdot4}{4}\right)=-7{,}2\times10^{-8}\ \text{J}$$