UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)
FÍSICA
Junio 2009

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN. La prueba consta de dos partes.
La primera parte consiste en un conjunto de cinco cuestiones de tipo teórico, conceptual o teórico-práctico, de las cuales el alumno debe responder solamente a tres.
La segunda parte consiste en dos repertorios A y B, cada uno de ellos constituido por dos problemas. El alumno debe optar por uno de los dos repertorios y resolver los dos problemas del mismo.
TIEMPO: Una hora treinta minutos.
CALIFICACIÓN: Cada cuestión debidamente justificada y razonada con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos.
Cada problema debidamente planteado y desarrollado con la solución correcta se calificará con un máximo de 2 puntos.
En aquellas cuestiones y problemas que consten de varios apartados, la calificación será la misma para todos ellos, salvo indicación expresa en los enunciados.

PRIMERA PARTE

Cuestión 1.- Un satélite artificial de 500 kg que describe una órbita circular alrededor de la Tierra se mueve con una velocidad de 6,5 km/s. Calcule:

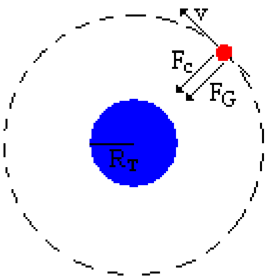
a) La energía mecánica del satélite.

b) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra.

Dato: *Constante de Gravitación Universal* $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$
Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98 \times 10^{24} kg$
Radio de la Tierra $R_T = 6{,}37 \times 10^6\ m$

Solución.

a. La energía mecánica de un satélite que orbita alrededor de la Tierra es la suma de la energía cinética y de la energía potencial, y se calcula mediante la expresión



$$E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M_T m}{r}$$

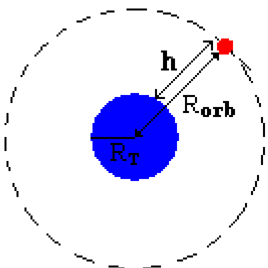
Donde r representa la distancia del satélite al centro de la Tierra. Para calcular r se tiene en cuenta que para que un satélite orbite alrededor de la Tierra, la fuerza centrípeta del satélite debe ser igual a la fuerza de atracción de la Tierra.

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{M_T m}{r^2} \ : \ r = G\frac{M_T}{v^2} = 6{,}67\times10^{-11}\frac{5{,}98\times10^{24}}{6500^2} = 9{,}44\times10^6 m$$

Conocido el radio, se calcula la energía mecánica.

$$E_m = -\frac{1}{2} G \frac{M_T m}{r} = -\frac{1}{2} 6{,}67\times10^{-11}\frac{5{,}98\times10^{24}\cdot 500}{9{,}44\cdot10^6} = -1{,}06\times10^{10} J$$

b. Para calcular la altura desde la superficie terrestre, se resta el radio de la tierra al radio de la órbita.



$$h = r_{orb} - r_T = 9{,}44\times10^6 - 6{,}37\times10^6 = 3{,}07\times10^6 m$$

Cuestión 2.- Una fuente puntual emite un sonido que se percibe con nivel de intensidad sonora de 50 dB a una distancia de 10 m.

a) Determine la potencia sonora de la fuente.

b) ¿A qué distancia dejaría de ser audible el sonido?

Dato: Intensidad umbral de audición $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}

Solución.

a. Mediante la definición de nivel sonoro, se puede calcular la intensidad del sonido.

$$\beta = 10 \cdot \log \frac{I}{I_o} \ : \ 50 = 10 \cdot \log \frac{I}{10^{-12}} \ : \ I = 10^{-12} \cdot 10^{50/10} = 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$$

Teniendo en cuenta que la potencia P del foco se reparte en esferas concéntricas y que el medio es isótropo:

$$I = \frac{P_o}{4\pi r^2} \ : \ P_o = 4\pi r^2 I = 4\pi \cdot 10^2 \cdot 10^{-7} = 1{,}26\times 10^{-4}\ \mathrm{W/m^2}$$

b. El sonido dejara de oírse a una distancia tal que la intensidad en ese punto sea menor o igual a la intensidad umbral

$$I = \frac{P_o}{4\pi r^2} \le I_o \ : \ r \ge \sqrt{\frac{P_o}{4\pi I_o}} = \sqrt{\frac{1{,}26\times 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 3167\ \mathrm{m}$$

Cuestión 3.-

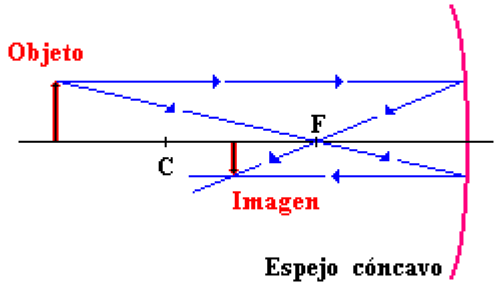
a) Explique la posibilidad de obtener una imagen derecha y mayor que el objeto mediante un espejo cóncavo, realizando un esquema con el trazado de rayos. Indique si la imagen es real o virtual

b) ¿Dónde habría que colocar un objeto frente a un espejo cóncavo de 30 cm de radio para que la imagen sea derecha y de doble tamaño que el objeto?

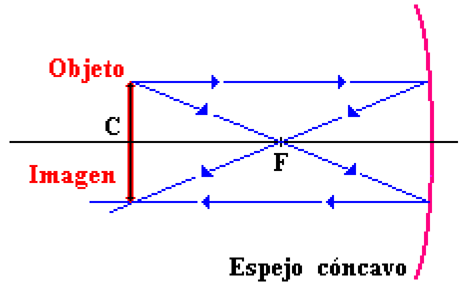
Solución.

a. El foco de un espejo cóncavo se encuentra situado en el punto medio entre centro de curvatura y el espejo. El objeto tiene las siguientes posibles posiciones

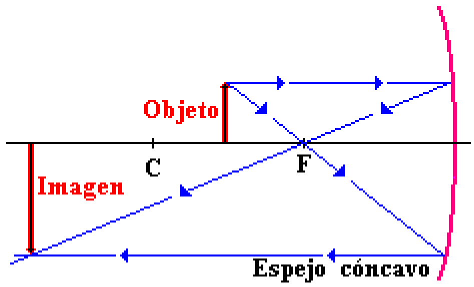
i. Si el objeto está situado entre el centro de curvatura y el infinito, la imagen será menor, real e invertida. Estará situada entre C y F.



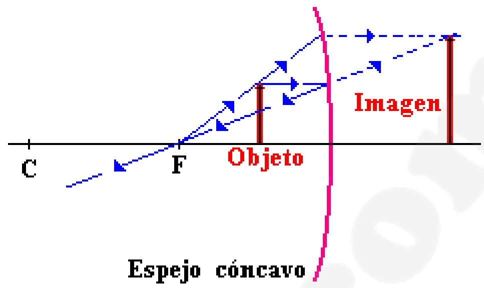
ii. Si el objeto está situado en C la imagen también estará en C y será igual, invertida y real.



iii. Si el objeto está situado entre el centro de curvatura y el foco, la imagen será mayor, real invertida. Estará situada entre C y el infinito.

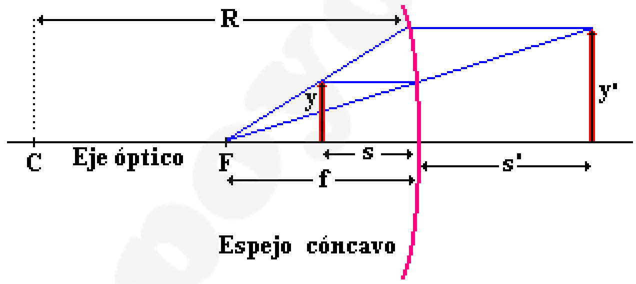


iv. Si el objeto está situado entre el foco y el espejo, la imagen será mayor, derecha y virtual. Estará situada detrás del espejo.



Para obtener una imagen derecha y mayor se debe colocar el objeto entre el foco y el espejo, tal y como muestra la figura del cuarto caso. La imagen que se obtiene es virtual, y aparece por detrás del espejo

b. $R = -30\ \text{cm} \Rightarrow f = -15\ \text{cm};\ \dfrac{y'}{y} = 2$



Aplicando la ecuación del espejo:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}\ :\ \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{-15}$$

A partir del aumento lateral, se obtiene la relación entre las posiciones:

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = 2\ :\ s' = -2s$$

Sustituyendo en la ecuación del espejo se obtiene la posición.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{-2s} = \frac{1}{-15}\ :\ \frac{1}{2s} = \frac{1}{-15}\ :\ s = -7{,}5\ \text{cm}$$

Para que la imagen sea virtual derecha y de doble tamaño el objeto se debe colocar a 7,5 cm del espejo.

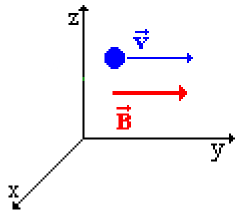
Cuestión 4.- Analice si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme aumenta su velocidad cuando se desplaza en la misma dirección de las líneas del campo.

b) Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza.

Solución.

a. **FALSO**. Cuando una partícula con carga eléctrica y en movimiento, se desplaza en una zona donde existe un campo magnético, se ve sometida a la acción de una fuerza denominada Fuerza de Lorentz, cuyo valor viene dado por la expresión:



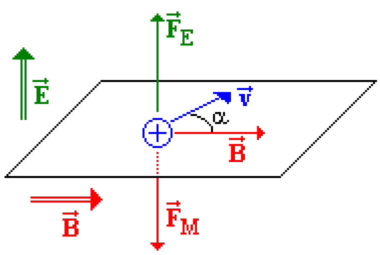
$$\vec{F} = q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Como $\vec{v}$ es paralelo a $\vec{B}$, su producto vectorial es nulo.

$$\left.\begin{array}{l} \vec{v} \times \vec{B} = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen}\ \alpha \\ \alpha = 0 \end{array}\right\} : \vec{v} \times \vec{B} = 0$$

Por lo tanto al no estar sometida a fuerza, la partícula sigue una trayectoria rectilínea y uniforme (M.R.U).

b. **VERDADERO**. Si las fuerzas que experimenta la carga debido al campo eléctrico y al campo magnético son iguales y opuestas, la fuerza neta resultante será nula.



Para que la fuerza magnética (F_M) y la fuerza eléctrica (F_E) tengan la misma dirección bastará con que la dirección del campo eléctrico sea perpendicular al campo magnético y a la velocidad de la partícula. Para que tengan sentidos opuestos, $\text{Signo}\left(q \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)\right) \neq \text{Signo}\left(q \cdot \vec{E}\right)$, teniendo en cuenta el signo de la carga. La figura adjunta muestra el caso de una carga positiva.

Para que tengan igual módulo, la relación que deben tener las magnitudes será:

$$\left.\begin{array}{r}\left|\vec{F}_m\right| = q\,v\,B\,\text{sen}\,\alpha \\ \left|\vec{F}_E\right| = q\,E\end{array}\right\} : \left|\vec{F}_m\right| = \left|\vec{F}_E\right| \Rightarrow q\,v\,B\,\text{sen}\,\alpha = q\,E \;:\; E = v\,B\,\text{sen}\,\alpha$$

Cuestión 5.- Una roca contiene dos isótopos radiactivos A y B de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de A y B era el mismo (10^{15} núcleos) en cada una de ellas.

a) ¿Qué isótopo tenia una actividad mayor en el momento de su formación?

b) ¿Qué isótopo tendrá una actividad mayor 3000 años después de su formación?

Nota: Considere 1 *año* = 365 *días*

Solución.

a. Se define la actividad de una muestra radioactiva como el valor absoluto de la velocidad de desintegración, y viene expresada por:

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda \cdot N$$

Donde λ es la constante radioactiva de la especie y N es el número de núcleos de la especie presentes

La constante radioactiva se puede obtener del periodo de semidesintegración:

$$T_{1/2} = \frac{Ln\,2}{\lambda} \;:\; \lambda = \frac{Ln\,2}{T_{1/2}} \;:\; \begin{cases}\lambda_A = \dfrac{Ln\,2}{T_{1/2}(A)} = \dfrac{Ln\,2}{1600 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1{,}37\times10^{-11}\,s^{-1} \\ \lambda_B = \dfrac{Ln\,2}{T_{1/2}(B)} = \dfrac{Ln\,2}{1000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2{,}2\times10^{-11}\,s^{-1}\end{cases}$$

La actividad inicial de cada isótopo será:

$$A_A = \lambda_A \cdot N_o = 1{,}37\times10^{-11} \cdot 10^{15} = 13700\,Bq$$
$$A_B = \lambda_B \cdot N_o = 2{,}2\times10^{-11} \cdot 10^{15} = 22000\,Bq$$

$$A_o(B) > A_o(A)$$

b. La actividad a t > 0 se puede relacionar con la actividad inicial ($A = \lambda\,N$), comparando sus expresión.

$$\frac{A}{A_o} = \frac{\lambda N}{\lambda N_o} \;:\; A = A_o\frac{N}{N_o}$$

Si: $N = N_o e^{-\lambda\,t}$

$$A = A_o\frac{N_o e^{-\lambda\,t}}{N_o} \;:\; A = A_o e^{-\lambda\,t}$$

Aplicando esta relación a cada isótopo:

$$A(A) = A(A)_o \cdot e^{-\lambda_A\,t} = 13700 \cdot e^{-1{,}37\times10^{-11} \cdot 3000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 3748\,Bq$$
$$A(B) = A(B)_o \cdot e^{-\lambda_B\,t} = 22000 \cdot e^{-2{,}2\times10^{-11} \cdot 3000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2745\,Bq$$

Pasados 3000 años, tendrá mayor actividad el isótopo A.

Otra forma de resolver este apartado, seria calcular primero el número de núcleos que quedan en la muestra sin desintegrar, y a continuación calcular la actividad mediante la expresión $A = \lambda\,N$.

Para calcular el número de núcleos que no se han desintegrado se parte de la ley de desintegración radiactiva:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

Separando variables e integrando entre t = 0 y t = t, se obtiene la expresión del número de núcleos que quedan en la muestra en función del tiempo y del número de núcleos iniciales.

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \;:\; \frac{dN}{N} = -\lambda dt \;:\; \int_{N_o}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

Donde N_o es el número de núcleos iniciales y N es el número de núcleos a tiempo t. Integrando la expresión:

$$L \frac{N}{N_o} = -\lambda t \;:\; N = N_o e^{-\lambda t}$$

Para t = 3000 años, el número de núcleos del isótopo A es:

$$N(A) = N(A)_o e^{-\lambda_A t} = 10^{15} e^{-1,37\times10^{-11}\cdot3000\cdot365\cdot24\cdot3600} = 2,74\times10^{14}\,\text{nucleos}$$

Para el isótopo B:

$$N(B) = N(B)_o e^{-\lambda_B t} = 10^{15} e^{-2,2\times10^{-11}\cdot3000\cdot365\cdot24\cdot3600} = 1,25\times10^{14}\,\text{nucleos}$$

Conocido el número de núcleos cuando han pasado 3000 años, se calcula la actividad

$$A_A = \lambda_A \cdot N = 1,37\times10^{-11} \cdot 2,74\times10^{14} = 3754\,\text{Bq}$$

$$A_B = \lambda_B \cdot N = 2,2\times10^{-11} \cdot 1,25\times10^{14} = 2750\,\text{Bq}$$

Pasados 3000 años, tendrá mayor actividad el isótopo A.

SEGUNDA PARTE

REPERTORIO A

Problema 1.- Una partícula de 0,1 kg de masa se mueve en el eje X describiendo un movimiento armónico simple. La partícula tiene velocidad cero en los puntos de coordenadas x = –10 cm y x = 10 cm y en el instante t = 0 se encuentra en el punto de x = 10 cm. Si el periodo de las oscilaciones es de 1,5 s, determine:

a) La fuerza que actúa sobre la partícula en el instante inicial.
b) La energía mecánica de la partícula.
c) La velocidad máxima de la partícula.
d) La expresión matemática de la posición de la partícula en función del tiempo.

Solución.

Las magnitudes posición, velocidad y aceleración de un movimiento armónico simple que describe una partícula sobre el eje OX vienen dadas por las expresiones:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi_o)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dx}\left(A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi_o)\right) = A\omega\cos(\omega\,t + \varphi_o)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dx}\left(A\omega\cos(\omega\,t + \varphi_o)\right) = -A\omega^2\text{sen}\,(\omega\,t + {}_o) = -\omega^2 x$$

Donde A es la amplitud, ω la velocidad angular y φ_0 la fase inicial.

Para calcular la amplitud se tiene en cuenta que en los puntos donde la velocidad es nula, la elongación es máxima y coincide con el valor de amplitud.

$$v = 0 : x = x_{max} = A = 0{,}1\,m$$

La velocidad angular se obtiene a partir de periodo (T = 1,5 s)

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1{,}5} = \frac{4}{3}\pi\,\text{rad}/_{s}$$

La fase inicial se calcula teniendo en cuenta que para t = 0 x = 0,1m, sustituyendo en la ecuación general:

$$x = A\,\text{sen}\,(\omega\,t + \varphi_o) : \left\{\begin{array}{l} t = 0 \\ A = 0{,}1\,m \\ x = 0{,}1\,m \end{array}\right\} : 0{,}1 = 0{,}1\,\text{sen}\,(\omega \cdot 0 + \varphi_o) \;:\; \text{sen}\,\varphi_o = 1 \;;\; \varphi_o = \frac{\pi}{2}\,\text{rad}$$

Conocidos todos los parámetros del movimiento, sus ecuaciones son:

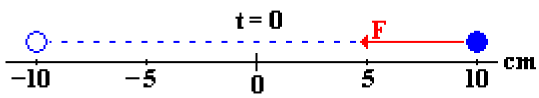
$$x = 0{,}1\,\text{sen}\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$v = A\omega\cos(\omega\,t + \varphi_o) = 0{,}1 \cdot \frac{4}{3}\pi\cos\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{15}\pi\cos\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a = -A\omega^2\text{sen}(\omega\,t + \varphi_o) = -\frac{2}{15}\pi \cdot \frac{4}{3}\pi\,\text{sen}\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{8}{45}\pi^2\text{sen}\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$$

a. $F = m \cdot a$ Para t = 0: $a = -\frac{8}{45}\pi^2\text{sen}\left(\frac{4}{3}\pi \cdot 0 + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{8}{45}\pi^2\,\text{m}/_{s^2}$

$$F = m \cdot a = 0{,}1\,kg \cdot \left(-\frac{8}{45}\pi^2\,\text{m}/_{s^2}\right) = -0{,}175\,N$$



El signo negativo corresponde al sentido de la fuerza

b. En un movimiento armónico simple, hay una transformación continua entre la energía cinética y potencial, pero, en cualquier instante, la suma es constante y es igual a la energía mecánica total. Al valor máximo de energía cinética le corresponde un valor mínimo de energía potencial (nula) y viceversa.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\,x^2 = \frac{1}{2}mv_{máx}^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Con los datos de enunciado, se calcula la energía mecánica como la energía potencial máxima.

$$E_m = \frac{1}{2}kA^2$$

El valor de k se puede obtener si se tiene en cuenta:

$$\left\{\begin{array}{l} F = m\cdot a \\ F = -k\cdot x \end{array}\right. : m\cdot a = -k\cdot x$$

$$a = -\omega^2 x \;:\; -m\cdot\omega^2 x = -k\cdot x \;:\; k = m\cdot\omega^2$$

Sustituyendo en la energía mecánica:

$$E_m = \frac{1}{2}m\cdot\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}0{,}1\cdot\left(\frac{4}{3}\pi\right)^2\cdot 0{,}1^2 = 8{,}8\times10^{-3}\,\mathrm{J}$$

c. $v = \frac{2}{15}\pi\cos\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$; $v_{máx} \Leftrightarrow \text{sen}\cos\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right) = 1$; $v_{máx} = A\omega = 0{,}1\cdot\frac{4}{3}\pi = 0{,}42\,\mathrm{m/s}$

d. $x = 0{,}1\,\text{sen}\left(\frac{4}{3}\pi\,t + \frac{\pi}{2}\right)$

Problema 2.- Dos cargas puntuales de –3 µC y +3 µC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (–1,0) y (1,0) respectivamente. Determine el vector campo eléctrico:

a) En el punto de coordenadas (10,0).
b) En el punto de coordenadas (0,10).

Nota: Todas las coordenadas están expresadas en metros.
Dato: Constante de la ley de Coulomb K=9x10^9 N m^2 C^{-2}

Solución.

Según el principio de superposición, el campo eléctrico creado por una distribución de cargas puntuales en un punto de espacio, es la suma vectorial de los campos eléctricos creados por cada carga de la distribución en ese punto.

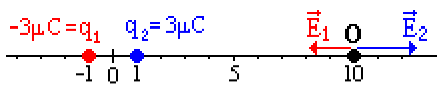
$$\bar{E}_T = \sum \bar{E}_i$$

El campo eléctrico (E) creado por una carga en un punto viene dado por la expresión:

$$\vec{E} = K\frac{Q}{r^2}\bar{u}_r$$

Donde K es la constante eléctrica, Q es la carga (C), r es la distancia (m) y $\bar{u}_r$ es un vector unitario en la dirección de la recta que une la carga al punto, y sentido hacia la carga si es negativa, y en sentido opuesto si es positiva.

a. En este apartado la distribución de cargas y los campos creados por ambas en el punto O(10, 0), ofrece una geometría unidimensional, tal como muestra la figura.

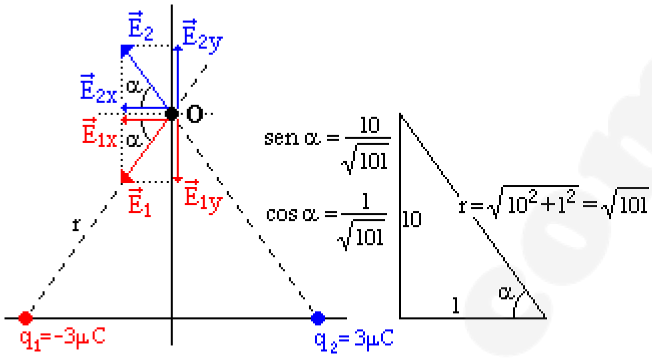


$$\bar{E}_1 = K\frac{q_1}{r_1^2}\bar{i} = 9\times10^9\,\frac{-3\cdot10^{-6}}{11^2}\bar{i} = -223{,}1\,\bar{i}\,\frac{N}{C}$$

$$\bar{E}_2 = K\frac{q_2}{r_2^2}\bar{i} = 9\times10^9\,\frac{3\cdot10^{-6}}{9^2}\bar{i} = 333{,}3\,\bar{i}\,\frac{N}{C}$$

$$\bar{E}_T = \sum\bar{E}_i = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = -223{,}1\,i + 333{,}3\,\bar{i} = 110{,}2\,\bar{i}\,\frac{N}{C}$$

b. La figura representa la distribución de cargas y los campos creados por ambas en el punto O(0, 10). Para que la representación quede más clara se ha tomado distinta escala en los ejes.



Como el valor absoluto de las cargas y las distancias que las separan al punto O son iguales, el módulo del campo creado por ambas cargas en O también lo es.

$$\left|\overline{E}\right| = K\frac{|q|}{r^2} : E = 9\times10^9\,\frac{3\times10^{-6}}{\left(\sqrt{101}\right)^2} = 267{,}7\,\frac{N}{C}$$

Como en el apartado a, teniendo en cuenta el principio de superposición:

$$\overline{E}_T = \sum \overline{E}_i = \overline{E}_1 + \overline{E}_2$$

Teniendo en cuenta las componentes trigonométricas de α y el cuadrante de cada ángulo:

$$\overline{E}_1 = E_{1x}\bar{i} + E_{1y}\bar{j} = E\cdot(-\cos\alpha)\bar{i} + E\cdot(-\text{sen}\,\alpha)\bar{j} = -E\cos\alpha\,\bar{i} - E\,\text{sen}\,\alpha\,\bar{j}$$

$$\overline{E}_2 = E_{2x}\bar{i} + E_{2y}\bar{j} = E\cdot(-\cos\alpha)\bar{i} + E\cdot\text{sen}\,\alpha\,\bar{j} = -E\cos\alpha\,\bar{i} + E\,\text{sen}\,\alpha\,\bar{j}$$

Sumando los vectores se obtiene el campo en O.

$$\overline{E}_T = \overline{E}_1 + \overline{E}_2 = -2E\cos\alpha\,\bar{i} = -2\cdot 266{,}7\,\frac{1}{\sqrt{101}}\,\bar{i} = -53{,}3\,\bar{i}\,\frac{N}{C}$$

Nota: Por simetría se podría haber determinado que las componentes "y" de los campos se anulaban entre si.

REPERTORIO B

Problema 1.- Suponiendo que los planetas Venus y la Tierra describen órbitas circulares alrededor del Sol, calcule:

a) El periodo de revolución de Venus.

b) Las velocidades orbítales de Venus y de la Tierra.

Dato: Distancia de la Tierra al Sol: $1{,}49 \times 10^{11}$ m
Distancia de Venus al Sol: $1{,}08 \times 10^{11}$ m
Periodo de revolución de la Tierra: 365 días

Solución.

a. La fuerza de atracción que ejerce el Sol sobre cada planeta causa la aceleración centrípeta necesaria para que el planeta orbite alrededor de él. Si se considera la aproximación de órbitas circulares, se puede deducir la Ley de Kepler.

Aplicando la segunda ley de Newton ($F = m \cdot a$), al planeta que órbita:

$$F_G = m \cdot a_n \; : \; G \cdot \frac{M_S m}{R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R} \; : \; \{v = \omega R\} \; : \; G \cdot \frac{M_S}{R^2} = \frac{(\omega R)^2}{R} \; : \; G \cdot \frac{M_S}{R^2} = \omega^2 R \; : \left\{\omega \frac{2\pi}{T}\right\} :$$

$$G \cdot \frac{M_S}{R^2} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R \; : \; G \cdot \frac{M_S}{R^3} = \frac{4\pi^2}{T^2} \; : \; \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S} = cte$$

Esta expresión permite calcular el periodo de un planeta (Venus) conocida su distancia al Sol, no obstante, en este caso no nos dan como dato la masa del Sol, por lo que habrá que comparar los parámetros de Venus con los terrestres.

$$\frac{T^2}{R^3} = cte \Rightarrow \frac{T_V^2}{R_V^3} = \frac{T_T^2}{R_T^3} \; : \; T_V = T_T \sqrt{\frac{R_V^3}{R_T^3}} = 365 \sqrt{\frac{(1{,}08 \times 10^{11})^3}{(1{,}49 \times 10^{11})^3}} = 225 \text{ días}$$

b. Supuesta una órbita circula, conocido el periodo se calcula la velocidad angular, y con la velocidad angular y el radio la velocidad orbital.

$$\left.\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} \\ \omega &= \frac{v}{R} \end{aligned}\right\} : \frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T} \; : \; v = \frac{2\pi}{T} R$$

Para Venus: $v_V = \frac{2\pi}{T} R_V = \frac{2\pi}{225 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 1{,}08 \times 10^{11} = 34907 \, m/s = 34{,}9 \, Km/s$

Para la Tierra: $v_T = \frac{2\pi}{T} R_T = \frac{2\pi}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 1{,}49 \times 10^{11} = 29687 \, m/s = 29{,}7 \, Km/s$

Problema 2.- Sea un campo magnético uniforme $\vec{B}$ dirigido en el sentido positivo del eje Z. El campo sólo es distinto de cero en una región cilíndrica de radio 10 cm cuyo eje es el eje Z y aumenta en los puntos de esta región a un ritmo de 10^{-3} T/s. Calcule la fuerza electromotriz inducida en una espira situada en el plano XY y efectúe un esquema gráfico indicando el sentido de la corriente inducida en los dos casos siguientes:

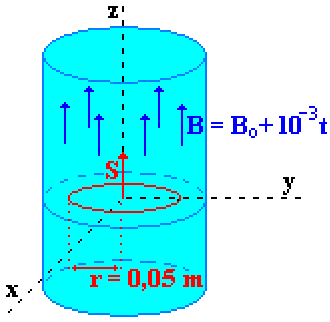
a) Espira circular de 5 cm de radio centrada en el origen de coordenadas.

b) Espira cuadrada de 30 cm de lado centrada en el origen de coordenadas.

Solución.

El módulo del campo magnético, teniendo en cuenta que aumenta a un ritmo 10^{-3} T/s, vendrá dado por la expresión:

$$B = B_o + 10^{-3} t$$



a. En este primer caso se pide calcular f.e.m inducida en una espira circular inmersa totalmente en el campo magnético, tal y como muestra la figura.

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}$$

El flujo a través de la espira se calcula por su definición:

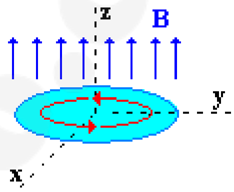
$$\Phi = \overline{B} \circ \overline{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot S \cos 0 = B \cdot S = \left(B_o + 10^{-3} t\right) \cdot \pi r^2$$

Sustituyendo en la expresión de la f.e.m. y derivando respecto de t:

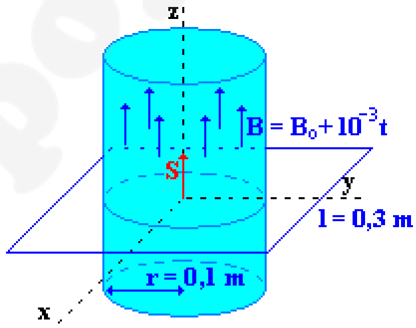
$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_o + 10^{-3} t\right) \cdot \pi r^2 = -10^{-3} \pi r^2$$

Para r = 0,05 m: $E = -10^{-3} \pi \cdot 0{,}05^2 = -7{,}85 \cdot 10^{-6}$ Voltios

El flujo inducido por las cargas que recorren la espira (flujo inducido) se opone al aumento de flujo producido por el campo magnético (flujo inductor). Si el campo magnético está dirigido en el sentido positivo de z, el giro de las cargas buscara que su efecto este dirigido hacia z negativo, según el criterio de la mano derecha el pulgar deberá dirigirse hacia z negativo, los demás dedos rodearán al eje en el sentido antihorario que será el sentido de la corriente.



b. En este segundo caso, la espira rectangular abarca mucho más región que el campo magnético, para calcular el flujo, solo se considera la región donde existe campo.



$$\Phi = \overline{B} \circ \overline{S} = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot S \cos 0 = B \cdot S = \left(B_o + 10^{-3} t\right) \cdot \pi r^2$$

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_o + 10^{-3} t\right) \cdot \pi r^2 = -10^{-3} \pi r^2$$

Para r = 0,1 m: $E = -10^{-3} \pi \cdot 0{,}1^2 = -3{,}14 \cdot 10^{-5}$ Voltios

El sentido de la corriente, al igual que en el apartado anterior es el antihorario y el razonamiento es el mismo, el flujo inducido se opone al aumento del flujo inductor.