EXAMEN DE SELECTIVIDAD. FÍSICA. MADRID. JUNIO 2007

Cuestión 1.- Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente 0,27 R_T (siendo R_T el radio terrestre), calcule:

a) la relación entre las densidades medias ρ Luna / ρ Tierra;

b) la relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies ve Luna / ve Tierra

$$g = G\cdot\frac{M}{R^2} \rightarrow \frac{g_{Luna}}{g_{Tierra}} = \frac{M_{Luna}}{M_{Tierra}}.\left(\frac{R_{Tierra}}{R_{Luna}}\right)^2 \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{M_{Luna}}{M_{Tierra}}.\left(\frac{1}{0'27}\right)^2 \rightarrow \frac{M_{Luna}}{M_{Tierra}} = 0'01215 \rightarrow M_{Tierra} = 82'3\cdot M_{Luna}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}.\pi\pi.^{3}} \rightarrow \frac{\rho_{Luna}}{\rho_{Tierra}} = \frac{\frac{M_{Luna}}{R_{Luna}^{3}}}{\frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^{3}}} = \frac{G.\frac{M_{Luna}}{R_{Luna}^{2}}.\frac{1}{R_{Luna}}}{G.\frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^{2}}.\frac{1}{R_{Tierra}}} = \frac{g_{Luna}}{g_{Tierra}}.\frac{R_{Tierra}}{R_{Luna}} = \frac{1}{6}.\frac{1}{0'27} = 0'62$$

$$v = \sqrt{\frac{2.G.M}{R}} = \sqrt{\frac{2.G.M.R}{R^2}} = \sqrt{2.g.R} \rightarrow \frac{v_{Luna}}{v_{Tierra}} = \sqrt{\frac{g_{Luna}.R_{Luna}}{g_{Tierra}.R_{Tierra}}} = \sqrt{\frac{1}{6}.0'27} = 0'212$$

Cuestión 2.- Un objeto de 2,5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:

a) El período del movimiento y la constante elástica del muelle.

b) La velocidad máxima y la aceleración máxima del objeto.

A = 0'05 m y F = 3'3 Hz → T = 1/F = 0'303 s → w = 2.π.F = 20'73 rad/s

F = - k.x ,,, F = m.a ,,, a = - w^2.x → k = m.w^2 = 2'5 . 20'73^2 = 1074'8 N/m

La ecuación del MAS es: x = 0'05 . sen (20'73.t + Φ)

V = dx/dt = 0'05 . 20'73 . cos (20'73.t + Φ) = 1'04 . cos (20'73.t + Φ) → $V_{máx}$= 1'04 m/s
a = dV/dt = – 1'04 . 20'73 . sen (20'73.t + Φ) = – 21'49 . cos (20'73.t + Φ) → $a_{máx}$ = 21'49m/s^2

Cuestión 3.- Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2 .Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión. FALSO , sólo es cierto cuando $n_2 > n_1$

b) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.

c) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.

d) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

a) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión. FALSO , son siempre iguales

b) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales. FALSO , sólo es cierto cuando $n_2 = n_1$

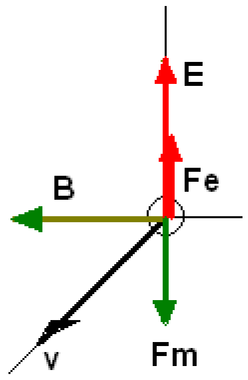
c) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano. CIERTO, es la primera ley de Snell

d) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia. FALSO, sólo se produce reflexión total si el ángulo de incidencia supera al ángulo límite: i > arc sen (n_2 / n_1)

Cuestión 4.- Un protón que se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $\vec{E} = 4 \times 10^5\ \vec{k}$ N/C y un campo magnético $\vec{B} = -2\ \vec{j}$ T, siendo $\vec{k}$, $\vec{j}$ los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y respectivamente.

a) **Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado.**
b) **En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.**

Datos: Constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J s; Masa del protón $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg



Por ser la carga positiva la Fuerza eléctrica tiene el mismo sentido del Campo E $\rightarrow$ $F_e = q.E$

Por ser la carga positiva la Fuerza magnética tiene el sentido $-j$ $\rightarrow$ $F_m = q.v.B.\text{sen } 90 = q.v.B$

Si la carga no se desvía las dos fuerzas deben ser iguales y opuestas para que la resultante sea nula

$F_e = F_m \rightarrow q.E = q.v.B \rightarrow v = E / B = 4.10^5 / 2 = 2.10^5$ m/s

La longitud de onda de De Broglie será: $\lambda = h / (m.v) = 6'63.10^{-34} / (1'67.10^{-27}.2.10^5) = 1'98.10^{-12}$ m

Cuestión 5.-. Una muestra de un material radiactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser 85,2 Bq.

a) **Calcule el período de semidesintegración de la muestra.**
b) **¿Cuántos núcleos radiactivos existían inicialmente en la muestra?**
Dato: 1 Bq = 1 desintegración/segundo

La actividad de una muestra es la velocidad de desintegración en valor absoluto y es proporcional al número de átomos radiactivos, es decir: $A = |dN / dt| = \lambda.N$

Sea N_o el número inicial de átomos radiactivos:
Al principio: : $A = \lambda.N \rightarrow 115 = \lambda.N_o \rightarrow N_o = 115 / \lambda$
Al cabo de 2 horas = 7200 s $\rightarrow 85'2 = \lambda.N \rightarrow N = 85'2 / \lambda$

Según la ley de desintegración, $N = N_o.e^{-\lambda.t} \rightarrow 85'2 / \lambda = (115 / \lambda).e^{-\lambda.t} \rightarrow 85'2 = 115.e^{-\lambda.t} \rightarrow \lambda = 4'17.10^{-5}\ s^{-1}$

$\rightarrow N_o = 115 / 4'17.10^{-5} = 2'76.10^6$ átomos

Problema A-1.- Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión:

$$y = 2\ \text{sen}\ (\pi.t/4 + \pi/2) \quad \text{y en cm; t en s,}$$

originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales de dicho eje que oscilan con un desfase de π radianes están separados una distancia mínima de 20 cm, determine:

a) **La amplitud y la frecuencia de la onda armónica.**
b) **La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.**
c) **La expresión matemática que representa la onda armónica.**
d) **La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para el punto material del eje X de coordenada x=80 cm, y el valor de dicha velocidad en el instante t=20 s.**

La ecuación de la onda será: $y = 0'02.\ \text{sen}\ (\pi/4\ .\ t - k.x + \pi/2)$

Si dos puntos x_1 , x_2 tienen una diferencia de fase de π: $(\pi/4\ .\ t - k.x_1 + \pi/2) - (\pi/4\ .\ t - k.x_2 + \pi/2) = \pi \rightarrow k.(x_1 - x_2) = \pi$

$\rightarrow k.0'2 = \pi \rightarrow k = \pi / 0'2 = 5.\pi \rightarrow 2.\pi / \lambda = 5.\pi \rightarrow \lambda = 0'4$ m $\rightarrow v = w / k = \pi/4 / (5\pi) = 1 / 20 = 0'05$ m/s

La ecuación de la onda resulta ser: $y = 0'02.\ \text{sen}\ (\pi/4\ .\ t - 5\pi.x + \pi/2)$

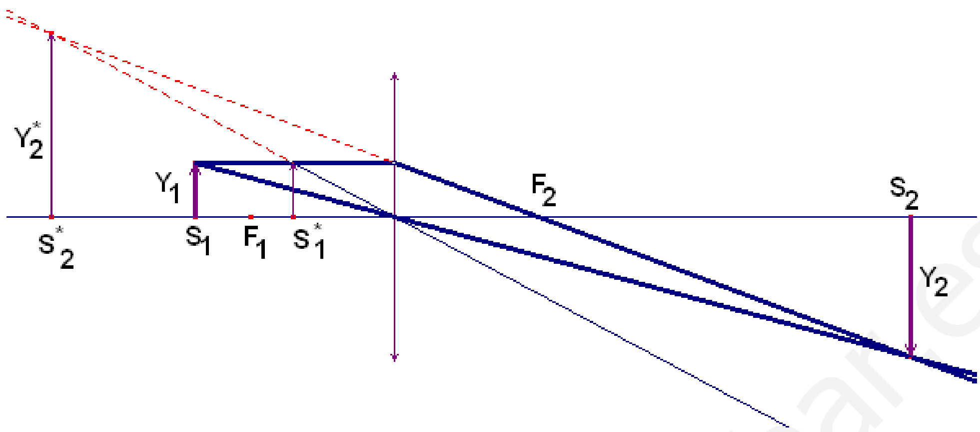
La velocidad de un punto es: $v = dy/dt = 0'02.\ \pi/4\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ t - 5\pi.x + \pi/2)$

Para un punto sito en x = 0'8 m $\rightarrow v = 0'02.\ \pi/4\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ t - 5\pi.0'8 + \pi/2) = 0'005.\pi\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ t - 7.\pi/2)$

Y cuando t=20 s $\rightarrow v = 0'005.\pi\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ 20 - 7.\pi/2) = 0'005.\pi\ .\ \cos\ (3.\pi/2) = 0$

Problema 2.- Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

a) **La distancia focal imagen y la potencia de la lente.**
b) **Las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados.**
c) **Las respectivas distancias imagen.**
d) **Las construcciones geométricas correspondientes.**



Las ecuaciones de la lente son:

$1 / s_2 - 1 / s_1 = 1 / f_2 \qquad y_2 / y_1 = s_2 / s_1$

Si se desplaza el objeto : $s_1^* = s_1 + 3$ cm

En el primer caso: $y_2 / y_1 = s_2 / s_1 = -4 \rightarrow s_2 = -4.s_1 \rightarrow 1 / (-4.s_1) - 1 / s_1 = 1 / f_2 \rightarrow -5 / 4 = s_1 / f_2$

En el segundo caso: $y_2^* / y_1 = s_2^* / s_1^* = 4 \rightarrow s_2^* = 4.s_1^* \rightarrow 1 / (4.s_1^*) - 1 / s_1^* = 1 / f_2 \rightarrow -3 / 4 = s_1^* / f_2$

Dividiendo ámbas ecuaciones: $5 / 3 = s_1 / s_1^* \rightarrow 5 . s_1^* = 3 . s_1 \rightarrow 5.(s_1 + 3) = 3.s_1 \rightarrow s_1 = -7'5$ cm $\rightarrow s_1^* = -4'5$ cm

$f_2 = -4 . s_1 / 5 = \ldots = 6$ cm $\rightarrow P = 1 / 0'06 = 16{,}67$ dioptrías

$s_2 = -4.s_1 = \ldots = +30$ cm $\qquad s_2^* = 4.s_1^* = \ldots = -18$ cm

Problema B-1.- Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine:

a) **La masa de Marte.**
b) **El período de revolución del satélite Deimos .**
c) **La energía mecánica del satélite Deimos.**
d) **El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.**

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67 . 10^{-11}$ N. m^2 kg^{-2}
Masa de Fobos = l,l X1O^{16} kg; Masa de Deimos = 2,4x1O^{15} kg

La fuerza de atracción gravitatoria es la fuerza centrípeta necesaria para tomar la curva:

$G. M.m / r^2 = m.w^2.r \rightarrow M = w^2 . r^3 / G = (2.\pi / T)^2 . r^3 / G = (2.\pi / 7'65 / 3600)^2 . 9380000^3 / 6'67.10^{-11} = 6'44.10^{23}$ kg

Al mismo tiempo se deduce: r^3 / T^2 = constante para todos los satélites

$(r^3 / T^2)_{Fobos} = (r^3 / T^2)_{Deimos} \rightarrow T_{Deimos} = T_{Fobos} . (r_{Deimos} / r_{Fobos})^{3/2} = 7{,}65 . (23460 / 9380)^{3/2} = 30'26$ horas

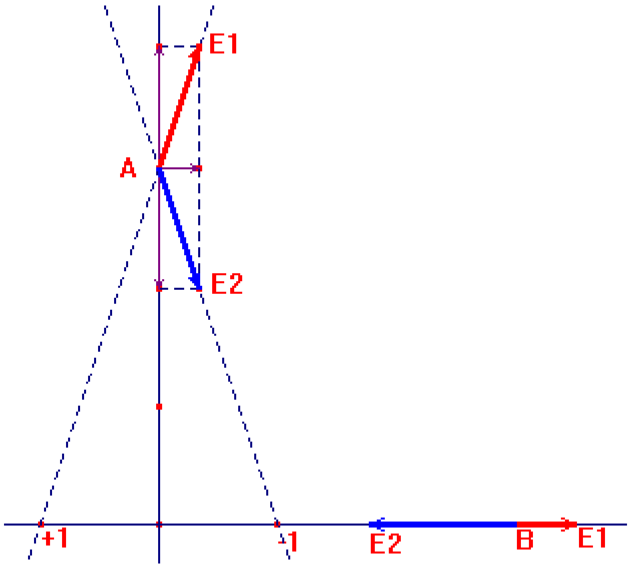
La energía mecánica de un satélite es: $E = - G.M.m / (2.r) \rightarrow E_{Deimos} = - 6'67.10^{-11}. 6'44.10^{23} . 2'4.10^{15} / (2. 2'346.10^7) = - 2'2.10^{21}$ J

El momento angular será: $L = I.w = m.r^2.w = 2'4.10^{15} . (2'346.10^7)^2 . 2.\pi / 30'26 / 3600 = 7'6.10^{25}$ kg.m^2 / s^2

Problema 2.- Dos partículas con cargas de +1 μC y de -1 μC están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (-1,0) y (1,0) respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

a) **El campo eléctrico en el punto (0,3).**
b) **El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.**
c) **El campo eléctrico en el punto (3,0).**
d) **El potencial eléctrico en el punto (3,0).**

Dato: Constante de la ley de Coulomb **$K = 9.10^9$ N m² C-²**



El campo eléctrico será la suma vectorial de los campos creados por cada carga en el punto considerado.

$E = k. Q / r^2$

En el punto A (0,3) los campos son según el dibujo y de valor:

$E_1 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / (3^2 + 1^2) =900$ N/C

$E_2 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / (3^2 + 1^2) =900$ N/C

Las componentes verticales de E_1 y E_2 son iguales y opuestas por lo que al sumarlas se anulan.

Las componentes horizontales son iguales y del mismo sentido. Por semejanza de triángulos:

$E_{1x} = E_{2x} = 900 / 10^{1/2} = 284'6$

$E = E_{1x} + E_{2x} = 2.284'6 = 569'21 \rightarrow$ **E** = 569'21 **i** N/C

El potencial es la suma escalar de potenciales. Al ser las cargas iguales pero de distinto signo y estar en puntos simétricos del eje Y, los potenciales en cualquier punto del eje Y son iguales pero de distinto signo por lo que el potencial total es nulo: V = 0

En el punto B (3,0) los campos E estarán dirigidos según el eje X según la figura, y valdrán:

$E_1 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / 4^2 = 562'5$ N/c

$E_2 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / 2^2 = 2250$ N/C $\rightarrow E = E_2 - E_1 = 2250 - 562'5 = 1687'5 \rightarrow$ **E** = - 1687'5 **i** N/C

$V_1 = 9.10^9. 1.10^{-6} / 4 = 2250$ Voltios

$V_2 = 9.10^9.(- 1.10^{-6})/ 2 = -4500$ Voltios $\rightarrow V = V_1 + V_2 = 2250 -4500 = - 2250$ Voltios