

**CUESTION 1.-** Llamando  $g_0$ , y  $V_0$  a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determine en función del radio de la Tierra:

- a) La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es  $g_0 / 2$   
 b) La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es  $V_0 / 2$ .

a)

$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R^2} \rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

$$g = G \cdot \frac{M}{r^2} \rightarrow \frac{g_0}{2} = \frac{g_0 \cdot R^2}{(R+h)^2} \rightarrow (R+h)^2 = 2 \cdot R^2 \rightarrow h = R \cdot (\sqrt{2} - 1)$$

b)

$$V_0 = -G \cdot \frac{M}{R} \rightarrow G \cdot M = -V_0 \cdot R$$

$$V_0 = -G \cdot \frac{M}{r} \rightarrow \frac{V_0}{2} = -\frac{-V_0 \cdot R}{R+h} \rightarrow R+h = 2 \cdot R \rightarrow h = R$$

**CUESTION 2.-** Una onda sonora que se propaga en el aire tiene una frecuencia de 260 Hz.

a) Describa la naturaleza de la onda sonora e indique cuál es la dirección en la que tiene lugar la perturbación. respecto a la dirección de propagación.

b) Calcule el periodo de esta onda y su longitud de onda.

Datos: velocidad del sonido en el aire  $v = 340$  m/s.

a) Onda de presión longitudinal: las variaciones de presión se producen en la misma dirección que la propagación.

b)  $v = \lambda / T = \lambda \cdot F \Rightarrow \lambda = v / F = 340 / 260 = 1'31$  m  
 $T = 1 / F = 1 / 260 = 0'00385$  s

**CUESTION 3. -** Una carga puntual de valor  $Q$  ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es  $V = -120$  V, y el campo eléctrico es  $E = -80$  iN/C, siendo i el vector unitario en el sentido positivo del eje X. Si las coordenadas están dadas en metros, calcule:

a) La posición del punto A y el valor de Q.

b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón  $e = 1,6 \times 10^{-19}$  C  
 Constante de la ley de Coulomb en el vacío  $K = 9 \times 10^9$  N m<sup>2</sup> C<sup>-2</sup>

Una carga eléctrica crea a su alrededor un potencial V y un campo de intensidad E de valores:

$$V = k \cdot Q / r \Rightarrow -120 = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / x$$

$$E = k \cdot Q / r^2 \Rightarrow -80 = 9 \cdot 10^9 \cdot Q / x^2$$

Resolviendo el sistema:

$$x = 120 / 80 = 1'5 \text{ m} \Rightarrow Q = -120 \cdot 1'5 / 9 \cdot 10^9 = -2 \cdot 10^{-8} \text{ Coulombs}$$

El trabajo para trasladar una carga de un punto a otro es igual  $W = q \cdot (V_B - V_A)$

$$V_B = k \cdot Q / r = 9 \cdot 10^9 \cdot (-2 \cdot 10^{-8}) / (2^2 + 2^2)^{1/2} = -63'64 \text{ Volts}$$

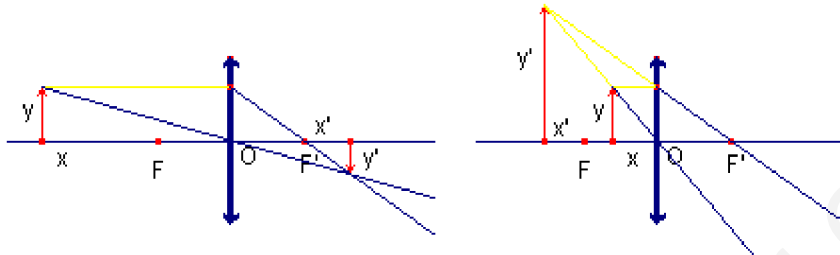
$$W = -1'6 \cdot 10^{-19} \cdot (-63'64 - (-120)) = -9'02 \cdot 10^{-18} \text{ Julios}$$

**CUESTION 4. - Explique dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha:**

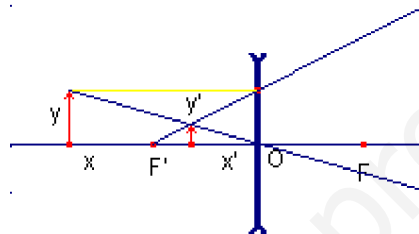
- a) Si la lente es convergente.
- b) Si la lente es divergente.

**Realice en ambos casos las construcciones geométricas e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto.**

a) Con una lente convergente sólo es posible si el objeto está situado entre el foco objeto y la lente, siendo la imagen virtual, derecha y mayor.



b) Con una lente divergente la imagen siempre es virtual, derecha y menor, estando el objeto en cualquier punto



**CUESTIÓN 5.- Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:**

- a) El momento lineal del protón sea  $10^{-21} \text{ kg m s}^{-1}$
  - b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea  $5 \times 10^{-13} \text{ m}$ .
- Datos: Carga del protón  $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; Masa del protón  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$   
 Constante de Planck  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J S}$ .

El trabajo realizado por el campo sirve para variar la energía cinética del protón:

$$W = q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{m^2 \cdot v^2}{2 \cdot m} = \frac{p^2}{2 \cdot m} \rightarrow \Delta V = \frac{p^2}{2 \cdot m \cdot q}$$

a) Si  $p = 10^{-21} \Rightarrow \Delta V = (10^{-21})^2 / (2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) = 1871 \text{ Voltios}$

b) La longitud de onda asociada es  $\lambda = h / p \Rightarrow p = h / \lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} / 5 \cdot 10^{-13} = 1,326 \cdot 10^{-21} \text{ kg.m/s}$

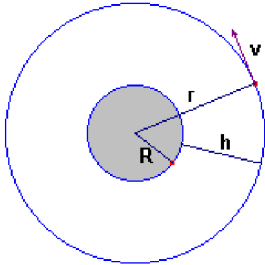
$\Rightarrow \Delta V = (1,326 \cdot 10^{-21})^2 / (2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) = 3290 \text{ Voltios}$

**REPERTORIO A. PROBLEMA 1.**

Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita la energía mecánica del satélite es  $-4,5 \cdot 10^9 \text{ J}$  y su velocidad es  $7610 \text{ m/s}$ . Calcule:

El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.  
El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite.

Datos: Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$   
Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$   
Radio de la Tierra  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$



Sean  $M$  masa de la Tierra,  $m$ ,  $v$ ,  $r$  la masa, velocidad y radio de la órbita del satélite.

La velocidad orbital es :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \rightarrow r = \frac{G \cdot M}{v^2} = \frac{6 \cdot 67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 98 \cdot 10^{24}}{7610^2} = 6 \cdot 89 \cdot 10^6 \text{ m}$$

La energía mecánica de un objeto orbitando en el campo gravitatorio es:

$$E_m = - G \cdot M \cdot m / 2r \Rightarrow m = - 2r \cdot E_m / (G \cdot M) = \dots = 155 \cdot 41 \text{ kg}$$

El módulo del momento lineal es:  $p = m \cdot v = 155 \cdot 41 \cdot 7610 = 1182670 \text{ kg.m/s}$

El módulo del momento angular es:  $L = r \cdot p \cdot \sin 90 = 8 \cdot 1 \cdot 10^{12} \text{ kg.m}^2/\text{s}$

La altura será:  $h = r - R = 6 \cdot 89 \cdot 10^6 - 6 \cdot 37 \cdot 10^6 = 520 \text{ km}$

El periodo será:  $T = 2 \cdot \pi \cdot r / v = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 89 \cdot 10^6 / 7610 = 5689 \text{ seg}$

**REPERTORIO A. PROBLEMA 2**

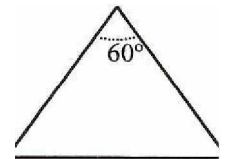
Sobre un prisma de ángulo  $60^\circ$  como el de la figura, situado en el vado, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de  $41,3^\circ$  con la normal a la cara  $AB$ . Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base  $AC$ :

Calcule el índice de refracción del prisma.

Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a A través del prisma.

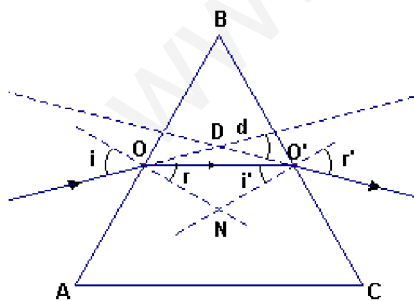
Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.

Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma



El enunciado es ambiguo. La figura no es un prisma, sino un triángulo y por ninguna parte indica el valor del ángulo  $\hat{A}$  o del  $C$ , por tanto el problema tiene infinitas interpretaciones o soluciones. Por ejemplo:

Consideremos el prisma de sección el triángulo equilátero, es decir,  $A = B = C = 60^\circ$



Por ser  $OO'$  paralelo a  $AC$ , el ángulo  $BOO'$  vale  $60^\circ$ , y la figura tiene simetría axial respecto al eje  $BN$

$$r = BON - BOO' = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

Aplicando la ley de Snell de la refracción:  $n_i \cdot \sin i = n_r \cdot \sin r$

$$n_r = n_i \cdot \sin i / \sin r = 1 \cdot \sin 41 \cdot 3^\circ / \sin 30^\circ = 1 \cdot 32$$

Por simetría:  $i' = r = 30^\circ \Rightarrow DOO' = DO'O = i - r = 41 \cdot 3^\circ - 30^\circ = 11 \cdot 3^\circ$

La desviación será:  $d = DOO' + DO'O = 11 \cdot 3^\circ + 11 \cdot 3^\circ = 22 \cdot 6^\circ$

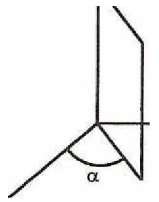
La frecuencia de una onda se debe al foco emisor y no cambia al atravesar un medio, sólo cambia la longitud de onda:

$$v = \lambda \cdot F \Rightarrow \lambda = v / F$$

Como el rayo luminoso va del vacío a otra sustancia en la que se propaga con velocidad menor, la frecuencia no varía pero la longitud de onda disminuye.

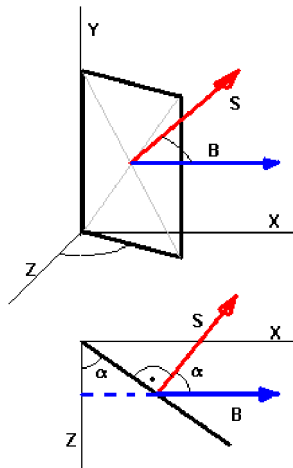
### REPERTORIO B. PROBLEMA 1.

Una espira cuadrada de  $1,5 \Omega$  de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme  $B = 0,03 \text{ T}$  dirigido según el sentido positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo  $\alpha$  variable con el plano YZ como se muestra en la figura.



a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo  $\alpha = \pi/2$  en el instante  $t=0$ , obtenga la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?



El ángulo  $\alpha$  varía con el tiempo según la función:

$$\alpha = \omega \cdot t + \alpha_0 = \omega \cdot t + \pi/2$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot F = 120 \cdot \pi$$

El flujo magnético que atraviesa la espira es:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot S \cdot \cos (\omega \cdot t + \pi/2)$$

$$\Phi = 0'03 \cdot 0'02^2 \cdot \cos (120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 1'2 \cdot 10^{-5} \cdot \sin (120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$$

La f.e.m. inducida será:

$$E = - d\Phi / dt = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin (\omega \cdot t + \pi/2)$$

$$E = 1'2 \cdot 10^{-5} \cdot 120 \cdot \pi \cdot \sin (120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 4'5 \cdot 10^{-3} \cdot \sin (120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) \text{ volt}$$

Para que la corriente máxima sea de 2 mA, la f.e.m. máxima deberá ser:

$$E_{\max} = I_{\max} \cdot R = 0'002 \cdot 1'5 = 0'003 \text{ Volts}$$

$$\text{Como } E_{\max} = B \cdot S \cdot \omega \Rightarrow \omega = E_{\max} / (B \cdot S) = 0'003 / (0'03 \cdot 0'02^2) = 250 \text{ rad/s}$$

### REPERTORIO B. PROBLEMA 2.

**Problema 2.-** Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante elástica  $k = 65 \text{ N/m}$  constituye un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, determine:

- La expresión de la velocidad de oscilación de la masa en función de la elongación.
- La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación es nula.
- La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima.
- La energía cinética y la energía potencial elástica del sistema cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a  $13 \text{ m/s}^2$

Las ecuaciones de un M.A.S. son:

$$x = A \cdot \sin (\omega \cdot t - \Phi) \quad v = dx/dt = A \cdot \omega \cdot \cos (\omega \cdot t - \Phi) \quad a = dv/dt = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin (\omega \cdot t - \Phi) = -\omega^2 \cdot x$$

$$F = -k \cdot x \Rightarrow a = -k \cdot x / m \Rightarrow \omega^2 = k / m \Rightarrow \omega = (k / m)^{1/2} = (65 / 0'15)^{1/2} = 20'8 \text{ rad/s}$$

a) La velocidad en función del tiempo será:

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos (\omega \cdot t - \Phi) = 0'05 \cdot 20'8 \cdot \cos (20'8 \cdot t - \Phi) = 1'04 \cdot \cos (20'8 \cdot t - \Phi) \text{ m/s}$$

b) Cuando la velocidad es nula la elongación es máxima  $x = \pm 0'05 \text{ m}$  y la energía potencial será:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 0'05^2 = 0'081 \text{ Julios}$$

c) La velocidad máxima es:  $v_{\max} = 1'04 \text{ m/s}$  y la energía cinética será máxima que debe coincidir con la potencial máxima

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0'15 \cdot 1'04^2 = 0'081 \text{ Julios}$$

d) Si el módulo de la aceleración vale  $13 \text{ m/s}^2$ , el móvil se encuentra en  $x = -a / \omega^2 = \pm 13 / 20'8^2 = \pm 0'03 \text{ m}$

$$\text{La energía potencial valdrá } E_p = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 0'03^2 = 0'029 \text{ Julios}$$

$$\text{La energía cinética valdrá } E_c = E_{\text{total}} - E_{\text{potencial}} = E_{\text{potencial máxima}} - E_{\text{potencial}} = 0'081 - 0'029 = 0'052 \text{ Julios}$$