



En los criterios específicos de corrección de Física se indica “la calificación ...en múltiplos de 0,25 puntos”, por lo que un error resta al menos 0,25 puntos. Se comentan ideas de errores que pueden restar, a veces son fallos habituales comentados en actas EvAU. Se comentan algunos fallos genéricos y algunos asociados a física moderna:

- No indicar las unidades correctamente, no pasar a SI o mezclar unidades en los cálculos.
- Confundir datos y unidades: prefijos, signos y valores de cargas, distancias y energías (mili, micro, nano, giga, tera)
- Usar $\frac{1}{2}mv^2$ cuando la velocidad es relativista.
- No citar la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico cuando se aplica.
- No realizar la deducción de ciertas expresiones o relaciones que se suele exigir que en la respuesta se incluyan sin ponerlas directamente (a veces en estas soluciones por abreviar no se incluyan explícitamente). Las deducciones exigidas en física moderna se pueden resumir en:
 - Equivalencia entre eV y J; 1 eV se puede asociar a una aceleración en la que se conserva la Em y toda la Ec que adquiere un electrón proviene de la Ep asociada a una diferencia de potencial de 1 V, y que por ello, con el dato que se suministra $|e|=1,6 \cdot 10^{-19}$ C y la relación $E_p=e\Delta V$ podemos llegar a 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J

2024-Modelo

A.5. a) $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{6} = e^{-\lambda \cdot 7 \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{6}\right) = -\lambda \cdot 6,048 \cdot 10^5 \Rightarrow \lambda = 2,96 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{\ln(2)}{2,96 \cdot 10^{-6}} = 2,34 \cdot 10^5 \text{ s}$$

b) $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow A_0 = A \cdot e^{\lambda t} = 10 \cdot 10^3 \cdot e^{2,96 \cdot 10^{-6} \cdot 24 \cdot 3600} = 1,29 \cdot 10^4 \text{ Bq} = 12,9 \text{ kBq}$

$$A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,29 \cdot 10^4}{2,96 \cdot 10^{-6}} = 4,36 \cdot 10^9 \text{ núcleos}$$

B.5. a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico $E_{inc} = W_0 + E_{cmáx}$ para dos puntos de la gráfica, teniendo en cuenta que el potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones

$$h \frac{c}{\lambda} = W_0 + e \cdot V_{frenado}$$

Para el punto 200 nm, 1,5 V $h \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$

Para el punto 100 nm, 7,75 V $h \frac{3 \cdot 10^8}{100 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 7,75 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$

Restando a la segunda ecuación la primera

$$h \cdot 3 \cdot 10^8 \left(\frac{1}{100 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{200 \cdot 10^{-9}} \right) = (7,75 - 1,5) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$h = \frac{6,25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(10^7 - 5 \cdot 10^6) \cdot 3 \cdot 10^8} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Usando la primera ecuación $W_0 = 6,67 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,61 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

b) La energía cinética máxima cuando es irradiado con una luz de longitud de onda de 100 nm está asociado a su potencial de frenado, por lo que son 7,75 eV = $1,24 \cdot 10^{-18}$ J

En el efecto fotoeléctrico las velocidades no son relativistas, usando $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

$$v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,24 \cdot 10^{-18}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,65 \cdot 10^6 \text{ m/s} \text{ Velocidad no relativista.}$$

Se pide el incremento asociado a pasar a una velocidad 0,8 c, que sí es relativista.

$$E_{c \text{ rel}} = (\gamma - 1)mc^2$$

$$\Delta E_{c \text{ rel}} = (\gamma_{fin} - \gamma_{ini})mc^2$$





$$\gamma_{ini} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{ini}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1,65 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8}\right)^2}} = 1,00$$

Es el valor asociado a velocidades no relativistas

$$\gamma_{fin} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{fin}^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = 1,67$$

$$\Delta E_{c\ rel} = (1,67-1,00) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 5,49 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

2023-Julio

A.5. a) $A_0 = \lambda N_0 = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m = \frac{A_0 \cdot \tau \cdot M}{N_A} = \frac{18,5 \cdot 10^6 \cdot 109,7 \cdot 60 \cdot 18}{6,02 \cdot 10^{23}} = 3,64 \cdot 10^{-12} \text{ g }^{18}\text{F}$

b) $A = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow 37 \cdot 10^3 = 18,5 \cdot 10^6 e^{-\frac{t}{109,7}} \Rightarrow \ln\left(\frac{37 \cdot 10^3}{18,5 \cdot 10^6}\right) = \frac{-t}{109,7} \Rightarrow t = 682 \text{ min} = 4,09 \cdot 10^4 \text{ s}$

B.5. a) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones, ya que consigue frenar los electrones extraídos por el efecto fotoeléctrico que tienen la $E_{cm\acute{a}x}$. Al frenarlos toda la E_c pasa a E_p eléctrica, y podemos plantear $E_p = e \cdot V_{frenado} = E_{cm\acute{a}x}$ $E_p = e \cdot V_{frenado} = E_{cm\acute{a}x}$

Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein

$$E_{inc} = W_0 + E_{cm\acute{a}x} \Rightarrow W_0 = h \frac{c}{\lambda} - V_{frenado} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow W_0 = 3,37 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) Como cada fotón genera un fotoelectrón, calculamos el número de fotoelectrones utilizando la definición de corriente $I=Q/t$ y el tiempo indicado.

$$Q = I \cdot t = 15 \cdot 10^{-9} \cdot 3600 = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

Cada fotoelectrón tiene una carga de $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, por que esa carga está asociada a $5,4 \cdot 10^{-5} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,38 \cdot 10^{14}$ fotoelectrones.

Ese número es el mismo que el número de fotones, y la energía de cada uno es hc/λ

$$E_{recibida} = n \cdot hc/\lambda = 3,38 \cdot 10^{14} \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 400 \cdot 10^{-9} = 1,68 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

2023-Junio-Coincidentes

A.5. a) Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein, sabiendo que $W_0 = hf_0 = hc/\lambda_0$

$$E_{inc} = W_0 + E_{cm\acute{a}x} \Rightarrow E_{cm\acute{a}x} = hf - h \frac{c}{\lambda_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \left(1,0 \cdot 10^{15} - \frac{3 \cdot 10^8}{339 \cdot 10^{-9}}\right) = 7,63 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Se pide expresada en eV: 1 eV se puede asociar a una aceleración en la que se conserva la E_m y toda la E_c que adquiere un electrón proviene de la E_p asociada a una diferencia de potencial de 1 V, y que por ello, con el dato que se suministra $|e|=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ y la relación $E_p = e\Delta V$ podemos llegar a 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$E_{cm\acute{a}x} = 7,63 \cdot 10^{-20} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 0,477 \text{ eV}$$

b) $\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda_{De\ Broglie}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,87 \cdot 10^{-9}} = 8,37 \cdot 10^5 \text{ m/s}$

$$E_{inc} = W_0 + E_{cm\acute{a}x} \Rightarrow hf = h \frac{c}{\lambda_0} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$f = \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{339 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (8,37 \cdot 10^5)^2}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,37 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

B.5. a) $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{3,82 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,10 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 2,10 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{10^{-3}}{222} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 5,69 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

b) La actividad máxima en una habitación de 20 m³ sería de 300·20 Bq

$$A_{m\acute{a}xima} = \lambda N_{m\acute{a}xima} = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m_{m\acute{a}xima} = \frac{A_{m\acute{a}xima} \cdot M}{\lambda \cdot N_A} = \frac{300 \cdot 20 \cdot 222}{2,10 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 1,05 \cdot 10^{-12} \text{ g }^{222}\text{Ra}$$

2023-Junio





A.5. a) La medida es la actividad, y sería $A = A_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 14 \cdot 2^{\frac{-7}{3,8}} = 3,9 \text{ Bq}$

b) La actividad sería mayor, la asociada al radón que había, calculada en a, más la actividad asociada al aporte adicional de radón disminuido por los 3 días transcurridos desde el aporte (cuarto día) a la medida (al séptimo día).

La inicial sería $A_0' = \lambda N_0' = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{\ln(2)}{3,8 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-16}}{222} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,14$

Trascurridos 4 días $A' = A_0' 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 1,14 \cdot 2^{\frac{-3}{3,8}} = 0,66 \text{ Bq}$

La actividad total será $A_{\text{total}} = A + A' = 3,9 + 0,66 = 4,56 \text{ Bq}$

B.5. a) De los datos del enunciado y de la gráfica, si $\lambda_1 = 379 \text{ nm}$, $V_{\text{frenado1}} = 2,5 \text{ V}$, y si $\lambda_2 = 544 \text{ nm}$, $V_{\text{frenado2}} = 1,5 \text{ V}$,

Si planteamos para los dos casos

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \rightarrow h \cdot c / \lambda_{\text{incidente}} = W_0 + e \cdot V_{\text{frenado}}$$

Para el primer caso: $h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{379 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5$

Para el segundo caso: $h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{544 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (h y W_0)

Se nos pide h : restamos la segunda a la primera

$$h \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{379 \cdot 10^{-9}} - \frac{3 \cdot 10^8}{544 \cdot 10^{-9}} \right) = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (2,5 - 1,5) \Rightarrow h = 6,66 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

b) Si se disminuye la intensidad de la luz, se reduce la cantidad de fotones, que tienen la misma longitud de onda y la misma energía incidente: no cambia el potencial de frenado que solo depende del trabajo de extracción y de la energía de los fotones incidentes).

Si se reduce la intensidad de la luz a la mitad, se reduce la cantidad de fotones a la mitad, por lo que la cantidad de fotoelectrones se reduce también a la mitad: la intensidad de corriente máxima (intensidad de corriente=carga/tiempo) será $10/2=5 \text{ pA}$

2023-Modelo

A.5. a) Planteando la conservación de la energía mecánica toda la para energía potencial inicial se ha transformado en energía cinética: $\Delta E_m = 0 \rightarrow E_p - E_c = 0 \rightarrow E_c = q \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^6 = 4,8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

La energía relativista es la suma de energía cinética y la energía en reposo $E_{\text{rel}} = E_c + E_0$

$$E_{\text{rel}} = 4,8 \cdot 10^{-13} + 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 5,62 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

Como no se piden explícitamente unidades de energía de Sistema Internacional, también se podría haber dado resultado en eV.

b) La "masa relativista" es $m_{\text{rel}} = \gamma m$

Para una partícula con masa es $E_{\text{rel}} = \gamma m c^2$

$$\gamma = E_{\text{rel}} / m c^2 = 5,62 \cdot 10^{-13} / 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 6,86$$

$$\text{Luego } m_{\text{rel}} = \gamma m = 6,86 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = 6,24 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

A partir del factor de Lorentz γ obtenemos β

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{6,86^2}} \approx 0,989 \quad \beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta \cdot c = 0,989 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,967 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

B.5. a) El tiempo de semidesintegración es el tiempo que transcurre hasta que la actividad disminuye a la mitad. Mirando la gráfica, pasa de 6 MBq a 3 MBq en 8 días. También se puede ver que pasa de 3 MBq a 1,5 MBq en 8 días.

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{8 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

b) $N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{6 \cdot 10^6}{1,0 \cdot 10^{-6}} = 6,00 \cdot 10^{12} \text{ núcleos}$





$$m = m_0 e^{-\lambda \cdot t} = \frac{N_0}{N_A} \cdot M \cdot e^{-\lambda t} = \frac{6,00 \cdot 10^{12}}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 131 \cdot e^{-1,00 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 24 \cdot 3600} = 7,32 \cdot 10^{-12} \text{ g }^{131}\text{I}$$

2022-Julio-Coincidentes

A.5. a) Primero calculamos la longitud de onda umbral para comprobar si ambos haces de luz producen efecto fotoeléctrico

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = h \frac{c}{W_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1,95 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 638 \text{ nm}$$

El haz de 857 nm no hará que se emitan electrones, pero sí el de 375 nm.

Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein solo para el caso de 375 nm.

$$E_{inc} = W_0 + E_{cmáx} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{máx}^2 = h \frac{c}{\lambda_{inc}} - W_0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot (h \frac{c}{\lambda_{inc}} - W_0)}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{9,1 \cdot 10^{-31}} \cdot (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{375 \cdot 10^{-9}} - 1,95 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})} = 6,93 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$b) \lambda_{De Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6,93 \cdot 10^5} = 1,05 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$\text{B.5. a) } \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{8 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln(2)} = 9,97 \cdot 10^5 \text{ s} \quad \lambda = \frac{1}{\tau} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

b) Como el dato es el periodo de semidesintegración en días y el tiempo se da en días, usamos las expresión en base 2 para evitar redondeos

$$m = m_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 2^{\frac{-7}{8}} = 5,45 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 5,45 \text{ mg}$$

$$A = \lambda N = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 1,00 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{5,45 \cdot 10^{-3}}{130,9} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,51 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

2022-Julio

A.5. a) La “masa relativista” del protón es $m_{rel} = \gamma m$

$$\beta = \frac{v}{c} = 0,9 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} = 2,294$$

$$m = m_{rel} / \gamma = 3,83 \cdot 10^{-27} / 2,294 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

b) La energía cinética relativista del protón es $E = (\gamma - 1) m c^2 = (2,294 - 1) \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,94 \cdot 10^{-10} \text{ J}$
 Se pide expresada en eV: 1 eV se puede asociar a una aceleración en la que se conserva la E_m y toda la E_c que adquiere un electrón proviene de la E_p asociada a una diferencia de potencial de 1 V, y que por ello, con el dato que se suministra $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ y la relación $E_p = e \Delta V$ podemos llegar a 1 eV = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$E = 1,94 \cdot 10^{-10} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,2 \cdot 10^9 \text{ eV} = 1,2 \text{ GeV.}$$

$$\text{B.5. a) } T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau = \ln(2) \cdot 432 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 = 9,44 \cdot 10^9 \text{ s}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m_0}{M} \cdot N_A = \frac{1}{432 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{241} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,67 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

b) Si la actividad ha disminuido un 80% respecto a su valor inicial, es un 20% del valor inicial

$$A = \lambda N = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow A = \left(\frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{M} \cdot N_A \right) \cdot m$$

La actividad en cualquier instante es proporcional al número de núcleos y el número de núcleos es proporcional a la masa. La masa ha disminuido en la misma proporción que la actividad.

$$m = 0,2 \cdot m_0 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ mg}$$

Como el dato es la vida promedio en años usamos las expresión en base e para evitar redondeos

$$A = A_0 e^{\frac{-t}{\tau}} \Rightarrow \frac{0,2 A_0}{A_0} = e^{\frac{-t}{432}} \Rightarrow \ln(0,2) = \frac{-t}{432} \Rightarrow t = -\ln(0,2) \cdot 432 = 695 \text{ años}$$

2022-Junio-Coincidentes

A.5. Similar a 2021-Jun-A5

a) Si absorbe luz de 550 nm en la transición (0) → (2), la frecuencia asociada es





$$f_{0 \rightarrow 2} = c/\lambda_{0 \rightarrow 2} = 3 \cdot 10^8 / 550 \cdot 10^{-9} = 5,46 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Si emite luz en la transición (1) \rightarrow (0) la frecuencia asociada es

$$f_{1 \rightarrow 0} = c/\lambda_{1 \rightarrow 0} = 3 \cdot 10^8 / 694 \cdot 10^{-9} = 4,32 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) La diferencia de energía entre niveles (2) y (1) se puede plantear como $|\Delta E_{2 \rightarrow 1}| = |\Delta E_{0 \rightarrow 2}| - |\Delta E_{1 \rightarrow 0}|$
 (Se puede hacer una analogía con la Ley de Hess, y se podrían considerar signos en energías según convenio IUPAC, en el que la energía liberada es negativa)

$$|\Delta E_{0 \rightarrow 2}| = h \cdot f_{0 \rightarrow 2} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5,46 \cdot 10^{14} = 3,62 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$|\Delta E_{1 \rightarrow 0}| = h \cdot f_{1 \rightarrow 0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,32 \cdot 10^{14} = 2,86 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Usamos la equivalencia entre eV y J: 1 eV es la energía cinética ganada por un electrón al ser acelerado con una diferencia potencial de 1 V, por lo que $1 \text{ eV} = E = q \cdot \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$|\Delta E_{0 \rightarrow 2}| = 3,62 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,26 \text{ eV}$$

$$|\Delta E_{1 \rightarrow 0}| = 2,86 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,79 \text{ eV}$$

$$|\Delta E_{2 \rightarrow 1}| = 2,26 - 1,79 = 0,47 \text{ eV}$$

$$\text{B.5. a) } \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{73 \cdot 3600}{\ln(2)} = 3,79 \cdot 10^5 \text{ s}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$\text{b) } A_0 = 5 \text{ mCi} \cdot \left(\frac{37 \cdot 10^6 \text{ Bq}}{1 \text{ mCi}} \right) = 1,85 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

$$A = A_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 1,85 \cdot 10^8 2^{\frac{-24}{73}} = 1,47 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

$$A = \lambda N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = \frac{1,47 \cdot 10^8}{2,64 \cdot 10^{-6}} = 5,57 \cdot 10^{13} \text{ núcleos}$$

2022-Junio

$$\text{A.5. a) } \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{138,38 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln(2)} = 1,72 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1}{1,72 \cdot 10^{-7}} \cdot \frac{30 \cdot 10^{-3}}{210} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 5 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$$

$$\text{b) } m = m_0 e^{\frac{-t}{\tau}} \Rightarrow \frac{5}{30} = e^{\frac{-t}{1,72 \cdot 10^7}} \Rightarrow t = -1,72 \cdot 10^7 \cdot \ln\left(\frac{5}{30}\right) = 3,08 \cdot 10^7 \text{ s} \approx 356 \text{ días}$$

B.5. a) La energía del fotón es $E = h \cdot f = h \cdot c/\lambda = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 5 \cdot 10^{-12} = 3,98 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 2,49 \cdot 10^5 \text{ eV}$
 Esa energía del fotón coincide con la energía cinética del electrón que es la que se pide

b) La energía cinética relativista del electrón es $E = (\gamma - 1)mc^2$

$$\gamma = 1 + E/mc^2 = 1 + 3,98 \cdot 10^{-14} / (9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2) = 1,486$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{1,486^2}} = 0,74$$

$$v = \beta \cdot c = 0,74 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,22 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

2022-Modelo

A.5. Similar a 2019-Julio-A5 y otros que piden calcular h . Valores similares a 2001-Modelo-A2

a) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones, ya que consigue frenar los electrones extraídos por el efecto fotoeléctrico que tienen la $E_{c\text{máx}}$. Al frenarlos toda la E_c pasa a E_p eléctrica, y podemos plantear $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$ $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$

Si planteamos para los dos casos

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{c\text{máx}} \rightarrow h \cdot f_{\text{incidente}} = W_0 + e \cdot V_{\text{frenado}}$$

$$\text{Para el primer caso: } E_{c\text{máx}1} = eV_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,2 = 1,15 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$c = \lambda_1 f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{120 \cdot 10^{-9}} = 2,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \rightarrow h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} = W_0 + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

Para el segundo caso:

$$E_{c\text{máx}2} = eV_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,8 = 6,08 \cdot 10^{-19} \text{ J} \rightarrow h \cdot 1,67 \cdot 10^{15} = W_0 + 6,08 \cdot 10^{-19}$$





Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (h y W_0)

En este apartado se nos pide primero h : despejamos W_0 en ambas ecuaciones para igualarlos y obtener h .

$$W_0 = h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$W_0 = h \cdot 1,67 \cdot 10^{15} - 6,08 \cdot 10^{-19}$$

Igualando

$$h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = h \cdot 1,67 \cdot 10^{15} - 6,08 \cdot 10^{-19}$$

$$h \cdot (2,5 \cdot 10^{15} - 1,67 \cdot 10^{15}) = -6,08 \cdot 10^{-19} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$h = 5,42 \cdot 10^{-19} / 8,3 \cdot 10^{14} = 6,53 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

b) Si sustituimos el valor de h obtenido en el apartado anterior en cualquiera de las expresiones anteriores, por ejemplo en la primera

$$W_0 = 6,53 \cdot 10^{-34} \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = 4,83 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{Se pide explícitamente en eV: } W_0 = 4,83 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,74 \text{ eV}$$

Ese trabajo de extracción está asociado a la frecuencia umbral, de modo que

$$h \cdot f_{\text{umbral}} = W_0 \rightarrow f_{\text{umbral}} = 4,83 \cdot 10^{-19} / 6,53 \cdot 10^{-34} = 7,40 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

B.5. a) La actividad inicial depende del número de núcleos de ^{14}C iniciales, para lo que usamos $n = m/M$ y que $N = n \cdot N_A$, corrigiendo los 25 g totales por el factor $1,3 \cdot 10^{-12}$ átomos ^{14}C /átomos ^{12}C

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = \lambda \cdot N_A \cdot m/M = (\ln(2)/T_{1/2}) \cdot N_A \cdot m/M$$

$$A_0 = (\ln(2)/(5730 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)) \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 25 \cdot 1,3 \cdot 10^{-12} / 12 = 6,25 \text{ Bq}$$

$$b) A = A_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 5,2 = 6,25 \cdot 2^{-\frac{t}{5730}} \Rightarrow \ln\left(\frac{5,2}{6,25}\right) = \frac{-t}{5730} \cdot \ln(2) \Rightarrow t = -\ln\left(\frac{5,2}{6,25}\right) \cdot \frac{5730}{\ln(2)} = 1520 \text{ años}$$

2021-Julio

A.5. a) La “masa relativista” es $m = \gamma m_0$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,75^2}} = 1,512 \quad m = 1,512 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = 1,38 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

La energía cinética que tienen los electrones es la diferencia entre la energía relativista total y la energía en reposo ($E = mc^2$), que operando con la expresión $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ se puede llegar a

$$E = (\gamma - 1) m c^2 = (1,512 - 1) \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 4,19 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

$$b) \text{ Fotón } E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \frac{c}{E} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{15 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,29 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

$$\text{Electrón } \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,38 \cdot 10^{-30} \cdot 0,75 \cdot 3 \cdot 10^8} = 2,14 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\text{B.5. a) } A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N_A \cdot \frac{m_0}{M}$$

$$A_0 = \frac{\ln(2)}{6,5 \cdot 10^{11} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1000}{189,96} \cdot 0,90 \cdot \frac{0,012}{100} = 11,57 \text{ Bq}$$

$$b) m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 1 \cdot 0,9 \cdot \frac{0,012}{100} \cdot 2^{-\frac{1000 \cdot 10^6}{6,5 \cdot 10^{11}}} = 1,08 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

2021-Junio-Coincidentes

A.5. a) Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein

$$E_{\text{inc}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow E_{\text{cmáx}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{inc}}} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} - 1,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,10 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

No se pide en unas unidades concretas, se podría dar también en eV y serían 0,686 eV

$$\lambda_{\text{corte}} = h \frac{c}{W_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1,8 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,91 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 691 \text{ nm}$$

$$b) \text{ Asumiendo velocidades no relativistas } E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}}$$

La longitud de onda de De Broglie es





$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,10 \cdot 10^{-19}}} = 1,48 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 1,48 \text{ nm}$$

B.5. a) $\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{1590}{\ln(2)} \approx 2,294 \cdot 10^3 \text{ años}$

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow A(\tau) = A_0 e^{-1}$$

Se pide lo que se reduce la actividad $\frac{A_0 - A(\tau)}{A_0} = \frac{A_0 - A_0 \cdot e^{-1}}{A_0} = 1 - \frac{1}{e} \approx 0,6321 = 63,21 \%$

b) La energía que recibirá durante diez años por incidir las partículas, será la suma de energía de cada una de las partículas emitidas, por lo que calculamos el número de partículas emitidas, que serán las iniciales menos las que quedan pasado ese tiempo.

$$N_0 = n \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{10^{-3}}{226} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 2,66 \cdot 10^{18} \text{ núcleos}$$

$$N_0 - N(10 \text{ años}) = N_0 - N_0 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = 2,66 \cdot 10^{18} \cdot (1 - 2^{-\frac{10}{1590}}) = 1,16 \cdot 10^{16} \text{ núcleos} = \text{partículas emitidas}$$

$$E = 1,16 \cdot 10^{16} \cdot 3 \text{ MeV} = 3,48 \cdot 10^{16} \text{ MeV} = 3,48 \cdot 10^{16} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,57 \cdot 10^3 \text{ J}$$

2021-Junio

A.5. a) Para llamar a los tres niveles (nivel fundamental, primer nivel, y segundo nivel) usamos subíndices 0, 1 y 2.

La radiación de 450 nm está asociada a $\Delta E_{0 \rightarrow 2}$, es radiación absorbida, E aportada al electrón.

La radiación de 600 nm está asociada a $\Delta E_{1 \rightarrow 0}$, es radiación emitida, E liberada por el electrón.

Se puede calcular la energía de cada fotón asociada a cada uno de esos saltos, y calcular la

diferencia de energía entre primer nivel y el fundamental como $|\Delta E_{2 \rightarrow 1}| = |\Delta E_{0 \rightarrow 2}| - |\Delta E_{1 \rightarrow 0}|$

(Se puede hacer una analogía con la Ley de Hess, y se podrían considerar signos en energías según convenio IUPAC, en el que la energía liberada es negativa)

$$|\Delta E_{0 \rightarrow 2}| = hc/\lambda_{0 \rightarrow 2} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 450 \cdot 10^{-9} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$|\Delta E_{1 \rightarrow 0}| = hc/\lambda_{1 \rightarrow 0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 600 \cdot 10^{-9} = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Usamos la equivalencia entre eV y J: 1 eV es la energía cinética ganada por un electrón al ser acelerado con una diferencia potencial de 1 V, por lo que $1 \text{ eV} = E = q \cdot \Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$|\Delta E_{0 \rightarrow 2}| = 4,42 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,76 \text{ eV}$$

$$|\Delta E_{1 \rightarrow 0}| = 3,32 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,08 \text{ eV}$$

$$|\Delta E_{2 \rightarrow 1}| = 2,76 - 2,08 = 0,68 \text{ eV}$$

b) Se habla de energía en emisión de fotones sin aclarar si la emisión está asociada a la transición $2 \rightarrow 1$ ó a $1 \rightarrow 0$. Se podría asumir que se trata de la energía total asociada a ambas transiciones, por lo que la energía equivale a la de la transición $2 \rightarrow 0$, pero enunciado indica un número de fotones emitidos, y no sería el mismo número de fotones emitidos con dos saltos que con 1 salto, aunque la energía total fuera la misma.

Se resuelve citando esta ambigüedad y que se da el resultado asumiendo una interpretación concreta: lo hacemos asumiendo que son fotones de salto $1 \rightarrow 0$ que es para lo que enunciado da dato de longitud de onda.

$$E/t = n_{\text{fotones}} \cdot E_{\text{fotón}}/t = 4 \cdot 10^{15} \cdot 3,32 \cdot 10^{-19} = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ J/s} = 1,33 \text{ mW}$$

B.5. a) $\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{5730}{\ln(2)} \approx 8267 \text{ años}$ $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{8267} \approx 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$

b) Expresamos la actividad en SI, Bq, para lo que pasamos a segundos, usando años de 365,25 días para tener en cuenta los bisiestos, al ser tantos años.

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{1}{8267 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 5 \cdot 10^{20} = 1,92 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

Para calcular el tiempo se puede hacer con λ , pero como enunciado da como dato $T_{1/2}$ usamos base 2.

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{1}{10} = 2^{-\frac{t}{5730}} \Rightarrow \ln(0,1) = \frac{-t}{5730} \ln(2) \Rightarrow t = \frac{-\ln(0,1) \cdot 5730}{\ln(2)} \approx 19035 \text{ años}$$





Como validación del resultado, comprobamos que para $1/10$ está entre el valor asociado a $1/8=1/2^3$, para $3T_{1/2}=17190$ años y $1/16=1/2^4$, para $4T_{1/2}=22920$ años.

2021-Modelo

A.5. a) Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow W_0 = h \frac{c}{\lambda_{\text{incidente}}} - E_{\text{cmáx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{150 \cdot 10^{-9}} - 3,17 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 8,19 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

No se pide en unas unidades concretas, se podría dar también en eV y serían 5,11 eV

$$\lambda_{\text{corte}} = h \frac{c}{W_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{8,19 \cdot 10^{-19}} = 2,43 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 243 \text{ nm}$$

b) Asumiendo velocidades no relativistas $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}}$

La longitud de onda de De Broglie es

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\sqrt{2 m E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,17 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 6,9 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

B.5. a) $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{6 \cdot 3600} \approx 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

b) Es necesaria una actividad para ese paciente de 70 kg de $70 \text{ kg} \cdot \frac{10 \cdot 10^6 \text{ Bq}}{1 \text{ kg}} = 7 \cdot 10^8 \text{ Bq}$

Calculamos la masa de isótopo ^{99}Tc que tiene inicialmente (cuando se suministra) esa actividad

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m = \frac{A_0 \cdot M}{\lambda \cdot N_A} = \frac{7 \cdot 10^8 \cdot 99}{3,2 \cdot 10^{-5} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} \approx 3,6 \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

2020-Septiembre

A.5. a) $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{3,04 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

Planteamos a partir del dato de 75 kg $75 \text{ kg} \cdot \frac{0,9 \cdot 10^6 \text{ Bq}}{1 \text{ kg}} = 6,75 \cdot 10^7 \text{ Bq}$

Calculamos la masa de isótopo ^{201}Tl que tiene inicialmente esa actividad

$$A_0 = \lambda N_0 = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A \Rightarrow m = \frac{A_0 \cdot M}{\lambda \cdot N_A} = \frac{6,75 \cdot 10^7 \cdot 201}{2,64 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 8,54 \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

b) Se indica que la actividad se reduce a un 1% (no confundir con reducirse en un 1%)

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 0,01 = e^{-2,64 \cdot 10^{-6} \cdot t} \Rightarrow \ln(0,01) = -2,64 \cdot 10^{-6} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(0,01)}{-2,64 \cdot 10^{-6}} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ s}$$

Nota: aproximando se puede validar que $1,74 \cdot 10^6 \approx 20$ días, que es $\approx 6 \cdot 3,04$ siendo $1/2^6 \approx 0,01$

B.5. a) La energía del fotón en la absorción es igual a la energía de la diferencia de niveles

$$E_{\text{fotón}} = E_3 - E_1 = 2,76 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{4,42 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} \approx 6,67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{6,67 \cdot 10^{14}} \approx 4,50 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 450 \text{ nm}$$

b) De manera similar, planteando ahora directamente

$$\lambda = \frac{c}{E/h} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{2,07 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 6,01 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 601 \text{ nm}$$

$$P = \frac{E_{\text{total fotones}}}{t} = \frac{n_{\text{fotones}} \cdot E_{\text{fotón}}}{t} = \frac{n_{\text{fotones}}}{t} \cdot E_{\text{fotón}} = 2 \cdot 10^{16} \cdot 2,07 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 6,62 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

2020-Julio-Coincidentes

A.5. a) $\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{8 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln(2)} \approx 9,97 \cdot 10^5 \text{ s}$





b) $A_0 = \lambda N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \tau \cdot A_0 = 9,97 \cdot 10^5 \cdot 4,59 \cdot 10^{12} = 4,58 \cdot 10^{18}$ núcleos

B.5. a) Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow E_{\text{cmáx}} = h \cdot f_{\text{incidente}} - W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{incidente}}} - W_0$$

$$E_{\text{cmáx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{662 \cdot 10^{-9}} - 1,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 9,25 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b) Asumiendo velocidades no relativistas $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}}$

La longitud de onda de De Broglie es

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\sqrt{2 m E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,25 \cdot 10^{-20}}} = 1,62 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

2020-Julio

A.5. a) Planteamos la variación de actividad con el tiempo, sabiendo que inicialmente es la misma y que dentro de 10 años la actividad de la primera fuente será el doble que la de la segunda

$$A_1 = A_0 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot t}; A_2 = A_0 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot t}$$

$$\text{Si } t = 10 \text{ años}, A_1 = 2 A_2 \Rightarrow A_0 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot 10} = 2 \cdot A_0 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot 10}$$

$$e^{(\lambda_2 - \lambda_1)10} = 2 \Rightarrow (\lambda_2 - \lambda_1)10 = \ln(2) \Rightarrow \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{\ln(2)}{10} [\text{años}^{-1}]$$

b) $\frac{A_1(t=20 \text{ años})}{A_2(t=20 \text{ años})} = \frac{A_0 \cdot e^{-\lambda_1 \cdot 20}}{A_0 \cdot e^{-\lambda_2 \cdot 20}} = e^{20 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)} = e^{20 \cdot \frac{\ln(2)}{10}} = e^{2 \ln(2)} = e^{\ln 2^2} = 4$ (sin unidades, es relación)

B.5. a) El trabajo de extracción está asociado a la frecuencia del haz incidente para el que la energía cinética de los electrones es nula, y la frecuencia asociada en la gráfica son $5 \cdot 10^{14}$ Hz.

$$W_0 = E_0 = h \cdot f_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,315 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Sabiendo que 1 eV es la energía asociada a acelerar un electrón con una diferencia potencial de 1 V,

podemos plantear que $W_0 = \frac{3,315 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,07 \text{ eV}$

Nota: se ha tomado $E_c=0$ por ser el caso más sencillo, pero dado que en la gráfica tiene muchos valores de E_c asociados a valores frecuencia, se podría resolver utilizando otros valores.

b) Planteamos la ecuación de efecto fotoeléctrico de Einstein

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow E_{\text{cmáx}} = h \cdot f_{\text{incidente}} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 10 \cdot 10^{14} - 3,315 \cdot 10^{-19} = 3,315 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Se podría leer la gráfica para esa frecuencia, y serían $2 \text{ eV} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Asumiendo velocidades no relativistas $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}}$

La longitud de onda de De Broglie es

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{h}{\sqrt{2 m E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,315 \cdot 10^{-19}}} = 8,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

2020-Modelo

A. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow E_{\text{cmáx}} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 9,73 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} \text{ Asumiendo que son velocidades no relativistas, } p = m v, \text{ y podemos plantear}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} \text{ Sustituyendo } p = \sqrt{m 2 E_c}$$

Combinando ambas y sustituyendo numéricamente





$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 9,73 \cdot 10^{-20}}} = 1,58 \cdot 10^{-9} m$$

b) La intensidad es la potencia por superficie, y la potencia es la energía por unidad de tiempo. Si asumimos 1 s y 1 m² en ambos casos, numéricamente coinciden.

$$\text{Fotones } I = \frac{E/t}{S} = \frac{n \cdot h \cdot c / \lambda}{t \cdot S} \Rightarrow n = \frac{I \cdot 1}{h \cdot c / \lambda} = \frac{5 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} / 400 \cdot 10^{-9}} = 10^{10} \text{ fotones} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$$

Por cada fotón se emite un fotoelectrón con la energía cinética máxima según enunciado

$$\text{Electrones } I = \frac{E/t}{S} = \frac{n \cdot E_{cmáx}}{t \cdot S} = \frac{10^{10} \cdot 9,73 \cdot 10^{-20}}{1 \cdot 1} = 9,73 \cdot 10^{-10} J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$$

B. Pregunta 5.-

a) $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau = \ln(2) \cdot 6 \cdot 3600 = 1,5 \cdot 10^4 s$

Planteamos la ley de desintegración usando base e ya que el dato del enunciado es τ

$$m = m_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 10^{-3} \cdot e^{-\frac{24}{6}} = 1,83 \cdot 10^{-5} g$$

b) El becquerel (símbolo Bq) es la unidad de actividad en el Sistema Internacional, definida como una desintegración por segundo.

$$A = \lambda \cdot N = \frac{1}{\tau} \cdot N_A \cdot \frac{m}{M} = \frac{1}{6 \cdot 3600} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{1,83 \cdot 10^{-5}}{98,9} = 5,16 \cdot 10^{12} Bq$$

2019-Julio-Coincidentes

A. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente} = W_0 + E_{cmáx} \Rightarrow W_0 = E_{incidente} - E_{cmáx} = 1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} - 8 \cdot 10^{-20} = 1,6 \cdot 10^{-19} J = 1 eV$$

Asumiendo que son velocidades no relativistas, $p = mv$, y podemos plantear

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} \text{ Sustituyendo}$$

$$p = \sqrt{m 2 E_c} = \sqrt{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10^{-20}} = 3,82 \cdot 10^{-25} kg \cdot m/s$$

b) $E_{incidente} = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \frac{c}{E_{incidente}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,29 \cdot 10^{-7} = 829 nm$

La longitud de onda asociada es la de De Broglie $\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p}$

Sustituyendo $\lambda_{De\ Broglie} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3,82 \cdot 10^{-25}} = 1,74 \cdot 10^{-9} m$

B. Pregunta 5.-

a) $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,24 \cdot 10^{-4}} = 8,06 \cdot 10^3 \text{ años}$

Planteamos la ley de desintegración usando base e, ya se aporta la constante de desintegración.

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow 0,05 = e^{-1,24 \cdot 10^{-4} t} \Rightarrow t = \frac{\ln(0,05)}{-1,24 \cdot 10^{-4}} = 2,42 \cdot 10^4 \text{ años}$$

b) $A = \lambda N = \lambda \cdot n \cdot N_A = \frac{1}{\tau} \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1}{8,06 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}}{100} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 5 \cdot 10^8 Bq$

Si partimos de la ley de desintegración en base e y usando la constante de desintegración, y usamos la definición de periodo de semidesintegración el que consigue que la masa de núcleos radiactivos se reduzca a la mitad

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow 0,5 = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \text{ Numéricamente } T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{1,24 \cdot 10^{-4}} = 5,59 \cdot 10^3 \text{ años}$$

2019-Julio

A. Pregunta 5.- Similar a 2018-Modelo y otros donde se pide calcular h





a) Si planteamos para los dos casos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}} \rightarrow h \cdot c / \lambda_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}}$$

Para el primer caso:
$$h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{589 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 0,577 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Para el segundo caso:
$$h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{179,76 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 5,38 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Resolvemos el sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas: restamos a la 2ª la 1ª

$$h \cdot (1,67 \cdot 10^{15} - 5,09 \cdot 10^{14}) = (5,38 - 0,577) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$$

$$h = \frac{(5,38 - 0,577) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{(1,67 \cdot 10^{15} - 5,09 \cdot 10^{14})} = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Sustituyendo y despejando en la primera

$$W_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 5,09 \cdot 10^{14} - 0,577 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,45 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,53 \text{ eV}$$

b) La longitud de onda de De Broglie de un cuerpo con masa es $\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p}$

Asumiendo que son velocidades no relativistas, $p = mv$, y podemos plantear

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} \text{ Sustituyendo}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{\sqrt{2 m E_c}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 5,38 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 5,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ley de desintegración usando base 2 ya que se pide $T_{1/2}$

Si ha disminuido un 32%, queda un 68% = 0,68

$$\frac{m}{m_0} = 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 0,68 = 2^{\frac{-3200}{T_{1/2}}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{-3200 \cdot \ln(2)}{\ln(0,68)} = 5,75 \cdot 10^3 \text{ años}$$

La vida media o vida promedio es $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{5,75 \cdot 10^3}{\ln(2)} = 8,3 \cdot 10^3 \text{ años}$

b)
$$A = \lambda N = \lambda \cdot n \cdot N_A = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1}{8,3 \cdot 10^3} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,31 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$

2019-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 5.-

a) La "masa relativista" es $m = \gamma m_0$, por lo que $\gamma = 2$. La energía cinética que tienen los electrones es la diferencia entre la energía relativista total y la energía en reposo ($E = mc^2$), que operando con la expresión $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ se puede llegar a

$$E = (\gamma - 1) m c^2 = (2 - 1) \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

b) A partir del factor de Lorentz γ obtenemos β

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{2^2}} \approx 0,866 \quad \beta = \frac{v}{c} \Rightarrow v = \beta \cdot c = 0,866 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,598 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

B. Pregunta 5.-

a) La constante de desintegración $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{(1,28 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)} = 1,72 \cdot 10^{-17} \text{ s}^{-1}$

El tiempo de vida promedio $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,72 \cdot 10^{-17}} = 5,81 \cdot 10^{16} \text{ s}$

b) Planteamos la ley de desintegración usando base 2 ya que el dato del enunciado es $T_{1/2}$

Para un plátano, la masa inicial de isótopo ^{40}K es $m_0 = 600 \cdot \frac{0,012}{100} = 0,072 \text{ mg}$

$$A = \lambda N = \lambda \cdot n \cdot N_A = \lambda \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = 1,72 \cdot 10^{-17} \cdot \frac{0,072 \cdot 10^{-3}}{39,96} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 18,7 \text{ Bq}$$





Para 10 plátanos, la actividad sería 10 veces mayor, es decir 187 Bq, que sería el umbral mínimo de detección del detector para que sonase la alarma.

2019-Junio

A. Pregunta 5.-

a) El trabajo de extracción del metal está asociado a la frecuencia umbral

$$W_0 = h \cdot \frac{c}{\lambda_0} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{579 \cdot 10^{-9}} = 3,44 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = 3,44 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,15 \text{ eV}$$

Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow E_{\text{cmáx}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{304 \cdot 10^{-9}} - 3,44 \cdot 10^{-19} = 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_{\text{cmáx}} = 3,1 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,94 \text{ eV}$$

b) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima.

$$E_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}} \Rightarrow W_0 = E_{\text{incidente}} - E_{\text{cmáx}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - |e|V_{\text{frenando}}$$

$$W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{304 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 4,08 = 1,48 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$W_0 = 1,48 \cdot 10^{-21} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 9,25 \cdot 10^{-3} \text{ eV}$$

B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ley de desintegración usando base 2 ya que el dato del enunciado es $T_{1/2}$

$$m = m_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 2 = 10 \cdot 2^{\frac{-t}{87,7}} \Rightarrow \ln(0,2) = \ln(2) \cdot \left(\frac{-t}{87,7}\right) \Rightarrow t = -87,7 \cdot \frac{\ln(0,2)}{\ln(2)} \approx 204 \text{ años}$$

b) En cualquier instante $A = \lambda N$

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{(87,7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600)} = 2,51 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$N = n \cdot N_A$, siendo el número de moles $n = m/M$, donde M es la masa molar 238 g/mol ^{238}Pu

$$\text{Inicial } A_0 = 2,51 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{238} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,35 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

$$\text{Final } A = 2,51 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{238} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,27 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

2019-Modelo

A. Pregunta 5.-

a) La longitud de onda de De Broglie de un cuerpo con masa es $\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p}$

Si una masa de 20 g tiene 4 J de energía cinética se trata de velocidades no relativistas, $p = mv$, y podemos plantear

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} \text{ Sustituyendo } \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{\sqrt{m 2 E_c}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{0,020 \cdot 2 \cdot 4}} = 1,66 \cdot 10^{-33} \text{ m}$$

b) La energía cinética que tienen los electrones es la diferencia entre la energía relativista total y la energía en reposo ($E = mc^2$), que operando con la expresión $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ se puede llegar a

$$E = (\gamma - 1) m c^2 \Rightarrow \gamma = 1 + \frac{E}{m c^2} = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 97680$$

A partir del factor de Lorentz γ obtenemos β que será muy próximo a 1 al ser tan elevado γ .

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1 - \frac{1}{97680^2}} \approx 0,999999999995$$





La velocidad sería $v = \beta c = 0,99999999995 \cdot c$, muy próxima a la de la luz.

Referencias en <http://www.fiquipedia.es/home/recursos/ejercicios/ejercicios-elaboracion-propia-fisica-2-bachillerato/ProblemaFisicaModerna3.pdf?attredirects=0>

$\gamma = 10^5$ implica $\beta \approx 0,99999999995$ (10 nueves seguidos de un 5)

$\gamma = 2 \cdot 10^5$ implica $\beta \approx 0,9999999999875$ (10 nueves seguidos de 875)

Con este nivel de precisión lo correcto sería usar el valor correcto de la velocidad de la luz

$c = 299792458 \text{ m/s}$

B. Pregunta 5.-

a) La vida promedio es $\tau = T_{1/2} / \ln(2) = 1602 / \ln(2) = 2311,2$ años

Podemos plantear la ley de desintegración usando base 2 y base e; lo hacemos con base 2 ya que es el dato del enunciado (con base e usaríamos el dato de vida promedio obtenido en este apartado)

$$m = m_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = m_0 e^{\frac{-t}{\tau}} = 20 \cdot 2^{\frac{-1800/12}{1602}} = 18,74 \text{ mg}$$

b) $A = A_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$ Para $t = \tau$ podemos plantear $\frac{A}{A_0} = e^{\frac{-\tau}{\tau}} = e^{-1} = \frac{1}{e} \approx 0,368$

Si ha transcurrido un tiempo igual a la vida promedio la actividad se multiplica por un factor 0,368, y como se pregunta “en cuánto se reduce la actividad”, se puede responder que la actividad se reduce en un 63,2% respecto a la inicial.

2018-Julio

A. Pregunta 5.-

Se sobreentiende que enunciado está pidiendo “la muestra [asociada a núcleos radiactivos] se reduza a 0,5 mg”

a) Si planteamos la ley de desintegración usando base 2, la resolución es sencilla (incluso se puede plantear cualitativamente que 0,5 mg es la cuarta parte de 2 mg, luego tienen que transcurrir dos periodos de semidesintegración)

$$m = m_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow 0,5 = 2 \cdot 2^{\frac{-t}{5730}} \Rightarrow \ln\left(\frac{0,5}{2}\right) = \frac{-t}{5730} \cdot \ln(2) \Rightarrow t = -5730 \cdot \frac{\ln(1/4)}{\ln(2)} = 2 \cdot 5730 = 11460 \text{ años}$$

b) $A = \lambda N$

Donde $N = n \cdot N_A$, siendo el número de moles $n = m/M$, donde M es la masa molar $14 \text{ g/mol } ^{14}\text{C}$

Siendo $\lambda = \ln(2)/T_{1/2}$

Combinando las expresiones (ponemos tiempo en segundos para que actividad esté en SI)

$$A = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{\ln(2)}{5730 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-3}}{14} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,3 \cdot 10^8 \text{ Bq}$$

B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico para los dos casos, utilizando la conversión de unidades entre eV y J. En ambos casos es idéntico el trabajo de extracción al tratarse del mismo metal.

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}} \rightarrow h \cdot f = W_0 + E_{\text{cmáx}}$$

Para el primer caso, usando $f = c/\lambda$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{700 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 0,45 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow W_0 = 2,12 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Para el segundo caso:

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f = 2,12 \cdot 10^{-19} + 1,49 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow f = 6,79 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) La frecuencia a partir de la que no se observa el efecto fotoeléctrico es la frecuencia umbral para la que la energía incidente es igual al trabajo de extracción

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f_{\text{umbral}} = 2,12 \cdot 10^{-19} \Rightarrow f_{\text{umbral}} = 3,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

2018-Junio-coincidentes

A. Pregunta 5.-

a) $c = \lambda f \rightarrow \lambda = c/f = 3 \cdot 10^8 / 1,54 \cdot 10^{15} = 1,95 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 195 \text{ nm}$

b) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico





$$h \cdot f_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}}$$

y teniendo en cuenta que $W_0 = h \cdot f_{\text{umbral}} = h \cdot c / \lambda_{\text{umbral}}$

$$E_{\text{cmáx}} = h \cdot f_{\text{incidente}} - h \cdot f_{\text{umbral}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot (1,54 \cdot 10^{15} - 3 \cdot 10^8 / 230 \cdot 10^{-9}) = 1,56 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

B. Pregunta 5.-

a) $A = \lambda N \rightarrow \lambda = A/N$

$N = n \cdot N_A$, siendo el número de moles $n = m/M$, donde M es la masa molar.

Nos piden periodo de semidesintegración, y $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda = \ln(2) \cdot N/A$

Combinando las expresiones:

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2) \cdot m \cdot \frac{N_A}{M}}{A} = \frac{\ln(2) \cdot m \cdot N_A}{A \cdot M} = \frac{\ln(2) \cdot 30 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{2,85 \cdot 10^{12} \cdot 87} = 5,05 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

b) Se sobreentiende que enunciado está pidiendo “la masa de la muestra asociada a los núcleos que dentro de 6000 años no se han desintegrado”, que es lo que calculamos.

Tomamos $m_0 = 30 \text{ g}$.

Tomando años de 365 días, $T_{1/2} = 5,05 \cdot 10^{10} / (365 \cdot 24 \cdot 3600) = 1600$ años.

$$m = m_0 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 30 \cdot 2^{\frac{-6000}{1600}} = 2,23 \text{ g}$$

Enunciado indica “la masa de la muestra dentro de 6000 años”, y se podría decir, asumiendo una desintegración beta, que la masa de la muestra es virtualmente la misma. Sin embargo por los datos parecen ser datos aproximados de Radio 226 y la emisión sería alfa, transmutaría a Radón, con lo que la masa de muestra no desintegrada sería sólida y todo lo desintegrado sería gas (Helio y Radón).

2018-Junio

A. Pregunta 5.-

a) El efecto fotoeléctrico es un fenómeno cuántico en el que la luz, comportándose como una partícula, al incidir sobre un material interacciona con los electrones de los átomos, y si la energía de los fotones es suficiente, transfiere su energía a los electrones de los átomos, extrayéndolos del mismo y haciendo que estos tengan cierta energía cinética.

Está definido por la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico que se puede ver:

Cualitativamente: Energía incidente = Energía de extracción + Energía cinética tras la extracción

Cuantitativamente: $h \cdot f_{\text{incidente}} = W_0 + E_{\text{cmáx}}$

Siendo W_0 el trabajo de extracción, asociado a la frecuencia umbral.

b) Utilizando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, y aplicando $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7 \cdot 10^5)^2$$

$$\text{Despejando } f = (2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (7 \cdot 10^5)^2) / 6,63 \cdot 10^{-34} = 8,19 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

B. Pregunta 5.-

a) La longitud de onda asociada a un electrón que tiene masa es la longitud de onda de De Broglie

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} \quad \text{Si asumimos velocidades no relativistas} \quad \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{m v} \Rightarrow v = \frac{h}{\lambda_{\text{De Broglie}} \cdot m}$$

Para un fotón $E = hf = hc/\lambda \rightarrow \lambda = hc/E$

Como se dice que ambas longitudes de onda coinciden, sustituyendo y aplicando equivalencia $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$v = \frac{h E}{h c \cdot m} = \frac{0,02 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} = 1,17 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

(haciéndolo en un único paso no usamos dato h del enunciado)

Validamos $1,17 \cdot 10^7 / 3 \cdot 10^8 = 0,039 = 3,9 \%$ de velocidad de la luz, no relativista.

b) Se pide la energía del electrón; damos la energía relativista total (podríamos desglosar en energía asociada a masa en reposo y energía cinética, pero al no ser velocidad relativista será básicamente la energía asociada a masa en reposo, en $E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$ el término asociado a reposo será mayor que el cinético / podemos asumir directamente que el factor de Lorentz será muy próximo a 1.

Lo validamos, y ya calculado usamos ese valor, aunque podríamos usar 1 directamente)





$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,039^2}} = 1,00076$$

$$E = \gamma m c^2 = 1,00076 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,205 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,513 \text{ MeV}$$

El momento lineal lo calculamos relativista, aunque diferirá poco del clásico. Damos módulo, aunque el momento lineal es un vector.

$$p = \gamma m v = 1,00076 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,17 \cdot 10^7 = 1,067 \cdot 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2018-Modelo

A. Pregunta 5.-

a) Calculamos la velocidad a la que son emitidos los electrones, asumiendo no relativista

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 3,75 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,75 \cdot 10^6} = 1,94 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

b) Según la teoría de la relatividad, la "masa" de una partícula en movimiento es $m = \gamma m_0$. Donde m_0 representa la masa de la partícula en reposo, dato del enunciado.

La relación es el factor de Lorentz, pero para calcularlo necesitamos la velocidad de la que no disponemos como dato, pero sí tenemos como dato la energía cinética.

Al ser una velocidad relativista

$$E_{\text{cinética}} = E_{\text{relativista total}} - E_{\text{reposo}} = (\gamma - 1) m_0 c^2$$

$$\gamma = 1 + \frac{E_{\text{cinética}}}{m_0 c^2} = 1 + \frac{2 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = 3908$$

B. Pregunta 5.-

Similar a 2011-Septiembre-A Problema 2 y 2001-Modelo-A-Problema 2.

El desarrollo es el mismo, con variaciones en datos

a) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones, ya que consigue frenar los electrones extraídos por el efecto fotoeléctrico que tienen la $E_{c\text{máx}}$. Al frenarlos toda la E_c pasa a E_p eléctrica, y podemos plantear $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$ $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$

Si planteamos para los dos casos

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\text{máx}} \rightarrow h \cdot f_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + e \cdot V_{\text{frenado}}$$

Para el primer caso:

$$E_{c\text{máx}1} = e V_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,6 = 9,6 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$h \cdot 9 \cdot 10^{14} = W_{\text{extracción}} + 9,6 \cdot 10^{-20}$$

Para el segundo caso:

$$E_{c\text{máx}2} = e V_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,1 = 3,36 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$c = \lambda_2 f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,38 \cdot 10^{-7}} = 1,26 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$h \cdot 1,26 \cdot 10^{15} = W_{\text{extracción}} + 3,36 \cdot 10^{-19}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (h y $W_{\text{extracción}}$)

En este apartado se nos pide primero h : despejamos $W_{\text{extracción}}$ en ambas ecuaciones para igualarlos y obtener h .

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 9 \cdot 10^{14} - 9,6 \cdot 10^{-20}$$

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 1,26 \cdot 10^{15} - 3,36 \cdot 10^{-19}$$

Igualando

$$h \cdot 9 \cdot 10^{14} - 9,6 \cdot 10^{-20} = h \cdot 1,26 \cdot 10^{15} - 3,36 \cdot 10^{-19}$$

$$h \cdot (1,26 \cdot 10^{15} - 9 \cdot 10^{14}) = -9,6 \cdot 10^{-20} + 3,36 \cdot 10^{-19}$$

$$h = 2,4 \cdot 10^{-19} / 3,6 \cdot 10^{14} = 6,67 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

Nota: no se da el valor real en el enunciado pero comprobamos cómo se aproxima al valor real

$$\text{Error relativo} = \frac{|h_{\text{obtenida}} - h_{\text{real}}|}{h_{\text{real}}} = \frac{6,67 \cdot 10^{-34} - 6,63 \cdot 10^{-34}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 0,006 = 0,6\% \text{ Buena aproximación.}$$





b) Si sustituimos el valor de h obtenido en el apartado anterior en cualquiera de las expresiones anteriores, por ejemplo en la primera

$$W_{\text{extracción}} = 6,67 \cdot 10^{-34} \cdot 9 \cdot 10^{14} - 9,6 \cdot 10^{-20} = 5,043 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

2017-Septiembre

A. Pregunta 5.-

a) Calculamos el número de átomos actual en la muestra

$${}^{238}\text{U}: n = \frac{m}{M} = \frac{2,74 \cdot 10^{-3}}{238,05} = 1,15 \cdot 10^{-5} \text{ mol } {}^{238}\text{U}$$

$$N = n \cdot N_A = 1,15 \cdot 10^{-5} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 6,92 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$

$${}^{206}\text{Pb}: n = \frac{m}{M} = \frac{1,12 \cdot 10^{-3}}{205,97} = 5,44 \cdot 10^{-6} \text{ mol } {}^{206}\text{Pb}$$

$$N = n \cdot N_A = 5,44 \cdot 10^{-6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,27 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$

El número de átomos total en la muestra es $6,92 \cdot 10^{18} + 3,27 \cdot 10^{18} = 1,02 \cdot 10^{19}$ átomos

Todos esos átomos provienen del número de átomos iniciales de ${}^{238}\text{U}$ en la muestra: algunos de ${}^{238}\text{U}$ que estaban originalmente y otros que han pasado a ${}^{206}\text{Pb}$, por lo que ese es el número átomos iniciales de ${}^{238}\text{U}$ en la muestra que se pide.

b) El número de átomos total calculado en apartado a es N_0 , y el número de átomos que quedan de ${}^{238}\text{U}$ es los que quedan sin desintegrar. Utilizando la ley de desintegración (usamos base 2 ya que se facilita el periodo de semidesintegración como dato)

$$N = N_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{-t}{T_{1/2}} \cdot \ln(2)$$

$$t = \frac{-T_{1/2}}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = \frac{-4,47 \cdot 10^9}{\ln(2)} \cdot \ln\left(\frac{6,92 \cdot 10^{18}}{1,02 \cdot 10^{19}}\right) = 2,5 \cdot 10^9 \text{ años}$$

$$\text{La actividad es } A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} \cdot N = \frac{\ln(2)}{4,47 \cdot 10^9} \cdot 6,92 \cdot 10^{18} = 1,07 \cdot 10^9 \text{ desintegraciones/año}$$

No se pide explícitamente pero si se hiciese podríamos pasarlo a SI en Bq (desintegraciones/s)

B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico y calculamos la longitud de onda umbral

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$$

$$E_{\text{umbral}} = W_{\text{extracción}} \Rightarrow h \frac{c}{\lambda_{\text{umbral}}} = W_{\text{extracción}} \Rightarrow \lambda_{\text{umbral}} = h \frac{c}{W_{\text{extracción}}}$$

$$\lambda_{\text{umbral}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,92 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 592 \text{ nm}$$

Para longitudes de onda menores de la umbral los fotones incidentes tendrán más energía y sí producirán efecto fotoeléctrico, y para longitudes de onda mayores no lo producirá. Por lo tanto roja (643,8 nm) no lo producirá, pero sí producirá efecto fotoeléctrico verde (538,2 nm), azul (480,0 nm) y violeta (372,9 nm).

En el caso de luz azul, usando la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{c \text{ máx}} = E_{\text{incidente}} - W_{\text{extracción}} = h \frac{c}{\lambda} - W_{\text{extracción}}$$

$$E_{c \text{ máx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{480 \cdot 10^{-9}} - 2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,84 \cdot 10^{-20} \text{ J} = 0,49 \text{ eV}$$

b) Usamos la expresión de energía cinética para velocidades no relativistas

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,84 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,15 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Vemos que obtenemos una velocidad inferior al 1% de la velocidad de la luz, por lo que la aproximación no relativista es correcta. También se podría argumentar que de la energía total del electrón, la energía asociada a la masa en reposo ($E = mc^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,19 \cdot 10^{-14} \text{ J} = 0,512 \text{ MeV}$) es mucho mayor a la energía cinética (0,49 eV).





$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,15 \cdot 10^5} = 1,76 \cdot 10^{-9} m$$

2017-Junio-coincidentes

A. Pregunta 5.-

a) Relacionamos longitud de onda de De Broglie y E_c , asumiendo velocidades no relativistas

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}; E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m \left(\frac{h}{m \lambda_{De\ Broglie}} \right)^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot \left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 4 \cdot 10^{-13}} \right)^2 = 8,225 \cdot 10^{-16} J = 5141 eV = 5,141 keV$$

Validamos $v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,225 \cdot 10^{-16}}{1,67 \cdot 10^{-27}}} = 992487 m/s \approx 0,0033 \cdot c = 0,33\% c$ no relativista

b) $E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h \frac{c}{E} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{8,225 \cdot 10^{-16}} = 2,42 \cdot 10^{-10} m$

B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{c\ máx} \Rightarrow E_{c\ máx} = E_{incidente} - W_{extracción}$$

$$E_{c\ máx} = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{280 \cdot 10^{-9}} - 4,08 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,76 \cdot 10^{-20} J = 0,36 eV$$

b) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos, por lo que $V_{frenado} = 0,36 V$

2017-Junio

A. Pregunta 5.-

a) $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{1588,69} = 4,36 \cdot 10^{-4} años^{-1}$

No se indica explícitamente expresar en Sistema Internacional que supondría pasar a s^{-1} tomando año como 365 días.

b) El número de núcleos es $N = n \cdot N_A = \frac{m}{M} \cdot N_A$, siendo m la masa en gramos, luego $m = \frac{N \cdot M}{N_A}$

$$m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow m_0 = \frac{m}{2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}} = \frac{9,76 \cdot 10^{16} \cdot 226}{\frac{6,02 \cdot 10^{23}}{2^{1588,69}}} \approx 4 \cdot 10^{-5} g$$

B. Pregunta 5.-

a) $E_{incidente} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{150 \cdot 10^{-9}} = 1,33 \cdot 10^{-18} J \approx 8,3 eV$

El potencial de frenado nos indica la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos, por lo que $E_{c\ máx} = 1,25 eV = 2 \cdot 10^{-19} J$

b) Calculamos la velocidad a la que son emitidos los electrones, asumiendo no relativista

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 6,63 \cdot 10^5 m/s$$

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6,63 \cdot 10^5} = 1,1 \cdot 10^{-9} m$$

2017-Modelo

A. Pregunta 5.- Resolución idéntica a 2016-Modelo-A5

B. Pregunta 5.- Resolución idéntica a 2016-Modelo-B5

2016-Septiembre

A. Pregunta 5.-





$$a) m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \ln\left(\frac{92}{100}\right) = \frac{-191,11}{T_{1/2}} \cdot \ln(2) \Rightarrow T_{1/2} = -191,11 \frac{\ln(2)}{\ln(0,92)} = 1589 \approx 1,6 \cdot 10^3 \text{ años}$$

Validación: el periodo de desintegración real para ^{226}Ra en

https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes_of_radium es de 1600 años, con 2 cifras significativas

b) El número de núcleos es $N = n \cdot N_A = (m/M) \cdot N_A$, siendo m la masa en gramos

Combinando con $m = m_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}$ y sustituyendo

$$N = \frac{m_0}{M} \cdot N_A \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{226} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2^{\frac{-200}{1600}} = 9,77 \cdot 10^{16} \text{ núcleos}$$

B. Pregunta 5.-

$$a) E_{\text{incidente}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{220 \cdot 10^{-9}} = 9,04 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 5,65 \text{ eV}$$

El potencial de frenado nos indica la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos, por lo que $E_{c \text{ máx}} = 1,5 \text{ eV} = 2,4 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

b) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico para calcular la función trabajo ó trabajo de extracción

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$$

$$W_{\text{extracción}} = E_{\text{incidente}} - E_{c \text{ máx}} = 5,65 - 1,5 = 4,15 \text{ eV} = 6,64 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

2016-Junio

A. Pregunta 5.-

a) Usamos la definición de actividad $A = \lambda N$ y la aplicamos al instante inicial $A_0 = \lambda N_0$

Se nos proporciona el periodo de semidesintegración, $T_{1/2} = \ln(2)/\lambda$

El número de núcleos iniciales es $N_0 = n_0 \cdot N_A = (m_0/M) \cdot N_A$, siendo m_0 la masa en gramos

Si combinamos las expresiones

$$m_0 = \frac{M}{N_A} N_0 = \frac{M}{N_A} \frac{A_0}{\lambda} = \frac{M}{N_A} A_0 \frac{T_{1/2}}{\ln(2)} = \frac{130,91}{6,02 \cdot 10^{23}} \cdot 55 \cdot 10^6 \cdot \frac{8,02 \cdot 24 \cdot 3600}{\ln(2)} = 1,196 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{131}\text{I}$$

$$b) A = A_0 \cdot 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} = 55 \cdot 10^6 \cdot 2^{\frac{-16}{8,02}} = 1,38 \cdot 10^7 \text{ Bq}$$

Validación: el tiempo es aproximadamente el doble del periodo de semidesintegración, por lo que se reduce aproximadamente a la cuarta parte

B. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ecuación del efecto fotoeléctrico, sabiendo que el potencial de frenado nos indica la energía cinética máxima que tienen los electrones emitidos

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$$

$$W_{\text{extracción}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \Delta V_{\text{frenado}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{276,25 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,5 \text{ eV}$$

b) Calculamos la velocidad a la que son emitidos los electrones, asumiendo no relativista

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 838628 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 838628} = 8,69 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

2016-Modelo

A. Pregunta 5.-

a) Planteamos la ley de desintegración con masas en lugar de núcleos

$$m = m_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} = e^{-\lambda \cdot 5} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{8}\right) = -\lambda \cdot 5 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(8)}{5} = 4,16 \cdot 10^{-1} \text{ h}^{-1} = 1,16 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Al indicar enunciado “vida media” asumimos que es vida promedio $\tau = \frac{1}{\lambda} = 8,62 \cdot 10^3 \text{ s}$





$$b) \frac{m}{m_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{10}{100} = e^{-1,16 \cdot 10^{-5} \cdot t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{10}\right) = -1,16 \cdot 10^{-5} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(10)}{1,16 \cdot 10^{-5}} = 1,98 \cdot 10^4 s = 5,5 h$$

B. Pregunta 5.-

$$a) \lambda_{De Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda_{De Broglie}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 0,103 \cdot 10^{-9}} = 972 m/s$$

b) El potencial de frenado está asociado a frenar los electrones que son emitidos con la energía cinética máxima. Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{cmáx}$$

$$E_{cmáx} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 4,7 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,43 \cdot 10^{-19} J = 1,53 eV$$

El potencial de frenado de los electrones sería de 1,53 V.

2015-Septiembre

A. Pregunta 5.-

a) Nota (similar a 2015-Modelo-B5, 2013-Junio-A4, 2011-Junio-B. Cuestión 3): Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir - τ (mean lifetime): “tiempo de vida [media]”: promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

- $T_{1/2}$ (half-life): “periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad”: tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva
 Enunciado es poco claro porque utiliza “vida media” que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase “vida media” sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$.

En este caso tomamos “vida media” como periodo de semidesintegración, ya que ese dato es el periodo de semidesintegración (“half-life”) del Fluor-18 (Si se tomase como vida promedio, los resultados tendrían otros valores numéricos)

https://en.wikipedia.org/wiki/Isotopes_of_fluorine#Fluorine-18 indica Half-life aproximadamente 110 min

$$a) A = \lambda N = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} N = \frac{\ln(2)}{110 \cdot 60} \cdot (10 \cdot 10^{-6} g^{18F}) \frac{6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos }^{18}F}{18 g^{18}F} = 3,51 \cdot 10^{13} Bq$$

$$b) \frac{m}{m_0} = 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}} \Rightarrow \frac{1}{100} = 2^{\frac{-t}{110 \cdot 60}} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{100}\right) = \frac{-t}{110 \cdot 60} \cdot \ln(2) \Rightarrow t = \frac{\ln(100) \cdot 110 \cdot 60}{\ln(2)} = 4,38 \cdot 10^4 s$$

B. Pregunta 5.-

a) Utilizado la conservación de energía mecánica, la energía potencial pasa a energía cinética, por lo que la energía cinética de los electrones son 1000 eV, por lo que podemos calcular la velocidad

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,88 \cdot 10^7 m/s$$

La velocidad es un 6% de la velocidad de la luz, no consideramos efecto relativista.

$$\lambda_{De Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,88 \cdot 10^7} = 3,88 \cdot 10^{-11} m$$

b) Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_c máx$$

$$E_c máx = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,04 \cdot 10^{-9}} - 6,4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,97 \cdot 10^{-15} J = 3,1 \cdot 10^4 eV$$

2015-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 5.-





a) Para un fotón $E = hf = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,56 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Para un electrón la longitud de onda asociada es la de De Broglie

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m \lambda_{De\ Broglie}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9,56 \cdot 10^{-7}} = 762 \text{ m/s}$$

b) Calculada en apartado a, es la longitud de onda de De Broglie $9,56 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

B. Pregunta 5.-

a) Para un fotón $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,96 \text{ eV}$

Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{c\ máx}$$

$$E_{c\ máx} = E_{incidente} - W_0 = 1,96 - 1,6 = 0,36 \text{ eV} = 5,76 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

b) $P = \frac{E_{total}}{t} = \frac{n_{fotones} \cdot E_{fotón}}{t}$ Si tomamos 1 segundo

$$\frac{n_{fotones}}{1 \text{ s}} = \frac{P}{E_{fotón}} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 10^{-19}} = 9,55 \cdot 10^{16} \text{ fotones/s}$$

2015-Junio

A. Pregunta 5.-

a) El dato aportado es la vida promedio τ , por lo que el periodo de semidesintegración es

$$T_{1/2} = \ln(2) \tau = \ln(2) 885,7 = 613,9 \text{ s}$$

La constante de desintegración es $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{885,7} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$

b) El tiempo que tardan los neutrones en recorrer esa distancia es $3,7 \cdot 10^5 / 100 = 3,7 \cdot 10^3 \text{ s}$

Tomando como cantidad inicial $N_0 = 10^{10}$ neutrones, calculamos cuantos quedan transcurrido ese tiempo utilizando la ley de desintegración

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = 10^{10} \cdot e^{-1,13 \cdot 10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^3} = 1,53 \cdot 10^8$$

Por lo tanto a esa distancia llegan $1,53 \cdot 10^8$ neutrones por segundo de los 10^{10} neutrones por segundo emitidos.

Notas: Se trata de velocidad no relativista, por lo que no hay que tener en cuenta dilatación temporal. Se calcula como si los 10^{10} neutrones se han producido simultáneamente y se ignora el segundo asociado al dato de tasa de emisión por segundo, ya que se puede considerar despreciable ese segundo frente al valor dado de vida promedio τ .

B. Pregunta 5.-

a) A partir de la energía cinética que se lleva el núcleo de helio calculamos su velocidad, considerando la masa dada sin cálculos relativistas

$$25\% E_{liberada} = E_{c\ núcleo\ helio} = \frac{1}{2} m_{He} v^2$$

$$\frac{25}{100} \cdot 17,55 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = \frac{1}{2} \cdot 6,62 \cdot 10^{-27} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{0,25 \cdot 17,55 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{0,5 \cdot 6,62 \cdot 10^{-27}}} = 1,46 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

(La velocidad es $1,46 \cdot 10^7 / 3 \cdot 10^8 = 0,05 = 5\%$ de la velocidad de la luz, es válido asumir no relativista)

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{6,62 \cdot 10^{-27} \cdot 1,46 \cdot 10^7} = 6,85 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$





$$75\% E_{\text{liberada}} = E_{\text{fotón}} = hf = h \frac{c}{\lambda}$$

$$b) \frac{75}{100} \cdot 17,55 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,75 \cdot 17,55 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 9,4 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

2015-Modelo

A. Pregunta 5.-

$$E_{\text{fotones incidentes conf umbral}} = h \cdot f_{\text{umbral}} = W$$

$$W = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\text{umbral}}} = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{262 \cdot 10^{-9}} = 7,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

(La carga del electrón no es dato, pero serían teniéndola se podría indicar también $W=4,74 \text{ eV}$)

$$E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{c \text{ máx}} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2$$

$$b) v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} - 7,58 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 9,1 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

B. Pregunta 5.-

a) Nota (similar a 2013-Junio-A4, 2011-Junio-B. Cuestión 3): Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir - τ (mean lifetime): “tiempo de vida [media]”: promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

- $T_{1/2}$ (half-life): “periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad”: tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva
 Enunciado es poco claro porque utiliza “vida media” que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase “vida media” sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$.

En este caso tomamos “vida media” como periodo de semidesintegración, ya que ese dato es el periodo de semidesintegración (“half-life”) del Uranio-238 (Si se tomase como vida promedio, los resultados tendrían otros valores numéricos)

<http://www.astro.caltech.edu/~dperley/public/isotopetable.html>

http://web.stanford.edu/dept/EHS/prod/researchlab/radlaser/RSDS_sheets/U-Nat.pdf

<http://www.epa.gov/radiation/radionuclides/uranium.html>

$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{4,51 \cdot 10^9} = 1,54 \cdot 10^{-10} \text{ año}^{-1}$$

b) El dato de ser esférico y 3 m de radio no lo utilizamos, ya que la ley de variación de la concentración (llamamos C y C_0) es la misma que para el número de núcleos, ya que el volumen del meteorito es constante.

Lo podríamos realizar cualitativamente: como en el mismo volumen la concentración se ha reducido a la mitad, el número de núcleos radiactivos también, y el tiempo transcurrido es precisamente el periodo de semidesintegración.

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N/V}{N_0/V} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\frac{2,5 \cdot 10^{12}}{5 \cdot 10^{12}} = e^{-1,54 \cdot 10^{-10} \cdot t} \Rightarrow \ln 1/2 = -1,54 \cdot 10^{-10} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln 1/2}{-1,54 \cdot 10^{-10}} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ años}$$

2014-Septiembre





A. Pregunta 5.-

$$E_{\text{fotones incidentes con } f_{\text{umbral}}} = h \cdot f_{\text{umbral}} = W$$

$$a) f_{\text{umbral}} = \frac{W}{h} = \frac{2,20 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}}{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 5,32 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5,32 \cdot 10^{14}} = 5,64 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 564 \text{ nm}$$

$$E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{c \text{ máx}} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2$$

$$b) v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \cdot \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{390 \cdot 10^{-9}} - 2,20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 5,89 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

B. Pregunta 5.-

- a) Utilizando la ley de desintegración radiactiva, calculamos la vida media = vida promedio $\tau = 1/\lambda$
- $$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{-t}{\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)} = \frac{-10}{\ln\left(\frac{3,58 \cdot 10^{24}}{6,27 \cdot 10^{24}}\right)} = 17,84 \text{ años}$$
- b) El periodo de semidesintegración está relacionado con la vida promedio, siendo ligeramente inferior (con la vida promedio se han desintegrado 1/e, con el periodo de semidesintegración sólo 1/2) $T_{1/2} = \ln(2) \tau = \ln(2) 17,84 = 12,37 \text{ años}$

2014-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 5.-

- a) Utilizando la ley de desintegración radiactiva con actividades
- $$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{10}{20} = e^{-\lambda \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \Rightarrow \ln(2) = \lambda \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \Rightarrow \lambda = \frac{\ln(2)}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$
- También podríamos haber visto que según el enunciado 1 año es la semivida o periodo de semidesintegración, y relacionarlo con la constante de desintegración.
- b) $\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{10}{200} = e^{-2,2 \cdot 10^{-8} \cdot t} \Rightarrow \ln(20) = 2,2 \cdot 10^{-8} \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(20)}{2,2 \cdot 10^{-8}} = 1,36 \cdot 10^8 \text{ s} \approx 4,3 \text{ años}$

B. Pregunta 5.-

- a) Para un fotón $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,49 \text{ eV}$
- $$P = \frac{E_{\text{total}}}{t} = \frac{n_{\text{fotones}} \cdot E_{\text{fotón}}}{t} \text{ Si tomamos 1 segundo}$$
- $$\frac{n_{\text{fotones}}}{1 \text{ s}} = \frac{P}{E_{\text{fotón}}} = \frac{1}{3,98 \cdot 10^{-19}} = 2,51 \cdot 10^{18} \text{ fotones/s}$$

- b) Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$$

$$E_{c \text{ máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = 2,49 - 2,1 = 0,39 \text{ eV} = 6,24 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

2014-Junio

A. Pregunta 5.-

- a) $E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{c \text{ máx}}$
- $$E_{c \text{ máx}} = E_{\text{fotones incidentes}} - W = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^8}{662 \cdot 10^{-9}}\right) - 1,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 9,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$
- b) Para calcular la longitud de onda de De Broglie necesitamos conocer la velocidad de los electrones. Asumiendo velocidad no relativista

$$E_{c \text{ máx}} = \frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \Rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{2 \frac{E_{c \text{ máx}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,2 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 4,5 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,5 \cdot 10^5} = 1,62 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$





Ojo a utilizar los datos y valores dados en el enunciado.

B. Pregunta 5.-

a) Utilizando la ley de desintegración radiactiva, calculamos primero la vida promedio $\tau=1/\lambda$

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln\left(\frac{N}{N_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{-t}{\ln(N/N_0)} = \frac{-22}{\ln(1/5)} = 13,67 \text{ días}$$

El periodo de semidesintegración está relacionado con la vida promedio, siendo ligeramente inferior (con la vida promedio se han desintegrado 1/e, con el periodo de semidesintegración sólo 1/2)

$$T_{1/2} = \ln(2) \tau = \ln(2) 13,67 = 9,48 \text{ días}$$

b) $A = \lambda N$

Calculamos la constante de desintegración en s^{-1} a partir de la vida promedio

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{13,67 \cdot 24 \cdot 3600} = 8,47 \cdot 10^{-7} s^{-1}$$

En el instante inicial conocemos el número de núcleos radiactivos.

$$A_0 = \lambda N_0 = 8,47 \cdot 10^{-7} \cdot 87000 = 7,37 \cdot 10^{-2} \text{ Bq [Desintegraciones/s]}$$

A los 22 días conocemos el número de núcleos radiactivos, que es 1/5 de los iniciales

$$A_{22 \text{ días}} = \lambda N_{22 \text{ días}} = \lambda \frac{N_0}{5} = 1,47 \cdot 10^{-2} \text{ Bq [Desintegraciones/s]}$$

2014-Modelo

A. Pregunta 5.-

a) Calculamos la constante de desintegración para ambos isótopos A y B

$$T_{\frac{1}{2}A} = \frac{\ln 2}{\lambda_A} \Rightarrow \lambda_A = \frac{\ln 2}{1600} = 4,3 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

$$T_{\frac{1}{2}B} = \frac{\ln 2}{\lambda_B} \Rightarrow \lambda_B = \frac{\ln 2}{1000} = 6,9 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

Si inicialmente tenían la misma cantidad de núcleos pero actualmente la roca A tiene el doble que B podemos plantear

$$N_A = N_0 e^{-\lambda_A t}$$

$$N_B = N_0 e^{-\lambda_B t}$$

Sustituyendo en la segunda $N_A=2N_B$ y dividiendo la primera entre la segunda tenemos

$$2 = e^{-\lambda_A t + \lambda_B t} \Rightarrow \ln 2 = t \cdot (\lambda_B - \lambda_A) \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{6,9 \cdot 10^{-4} - 4,3 \cdot 10^{-4}} = 2666 \text{ años}$$

$$b) A_A = \lambda_A N_A = \lambda_A N_0 e^{-\lambda_A t}$$

$$A_B = \lambda_B N_B = \lambda_B N_0 e^{-\lambda_B t}$$

Dividimos la primera entre la segunda para comparar

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} e^{-\lambda_A t + \lambda_B t} \quad \text{Sustituyendo para } t=2500 \text{ años} \quad \frac{A_A}{A_B} = \frac{4,3 \cdot 10^{-4}}{6,9 \cdot 10^{-4}} e^{2500(6,9 \cdot 10^{-4} - 4,3 \cdot 10^{-4})} = 1,19$$

Por lo tanto tendrá mayor actividad el isótopo A (que tiene mayor periodo de semidesintegración)

B. Pregunta 5.-

a) Se trata de una velocidad próxima a la de la luz y hay que utilizar la corrección relativista

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{2,7 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 0,9 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9^2}} = 2,29$$

$$m = \gamma m_0 = 2,29 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} = 3,82 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

La cantidad de movimiento es un vector con mismo sentido y dirección que el vector velocidad.

Indicamos solamente el módulo

$$p = m v = 3,82 \cdot 10^{-27} \cdot 2,7 \cdot 10^8 = 1,03 \cdot 10^{-18} \text{ kg m/s}$$

b) Ambas son velocidades relativistas. La primera es la del apartado a.

$$\beta_2 = \frac{v_2}{c} = \frac{2,85 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = 0,95 \quad \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,95^2}} = 3,2$$





Calculamos la energía relativista total a cada velocidad. Se pueden usar expresiones

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (\text{expresión equivalente a } E = \gamma m_0 c^2)$$

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \gamma_2 m_0 c^2 - \gamma_1 m_0 c^2 = (\gamma_2 - \gamma_1) m_0 c^2 = (3,2 - 2,29) \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,37 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

2013-Septiembre

A. Pregunta 4.-

a) La frase “2000 desintegraciones por hora en ambas muestras” tiene algo de ambigüedad; se puede interpretar como en ambas muestras simultáneamente (suma de desintegraciones de ambas, actividad conjunta) o en cada una de las muestras (desintegraciones de cada una por separado, actividad individual de cada muestra). La interpretación correcta es en cada una de las muestras, con lo que podemos obtener el periodo de semidesintegración. La resolución puede ser de forma cualitativa o mediante ecuaciones:

De forma cualitativa: Si en la actualidad se detectan las mismas desintegraciones por hora en cada una de las muestras, quiere decir que tienen la misma actividad, y como $A = \lambda N$, y se trata del mismo material radioactivo (misma λ), tendremos la misma cantidad de núcleos (N), por lo que tendremos la misma masa. Si la muestra A hace 3 meses cuando se preparó tenía el doble de cantidad de isótopo que la B ahora, quiere decir que en esos 3 meses la cantidad de núcleos radioactivos se ha reducido a la mitad, por lo que el periodo de semidesintegración es de 3 meses.

Mediante ecuaciones:

$$N_{0A} = 2 N_{0B}$$

$$T_{1/2} = T_{1/2A} = T_{1/2B}; \lambda = \lambda_A = \lambda_B \quad (\text{mismo isótopo})$$

$$t_A = t_B + 3 \text{ meses}$$

Planteamos en general con t en meses, y sustituimos los valores

$$A_A = A_{0A} 2^{\frac{-t_A}{T_{1/2}}} = \lambda N_{0A} 2^{\frac{-t_A}{T_{1/2}}} \Rightarrow 2000 = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} 2 N_{0B} 2^{\frac{-t_A}{T_{1/2}}}$$

$$A_B = A_{0B} 2^{\frac{-t_B}{T_{1/2}}} = \lambda N_{0B} 2^{\frac{-t_B}{T_{1/2}}} \Rightarrow 2000 = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} N_{0B} 2^{\frac{-t_B}{T_{1/2}}}$$

Dividiendo segunda entre primera $1 = \frac{1}{2} 2^{\frac{-t_A+3+t_A}{T_{1/2}}} \Rightarrow T_{1/2} = 3 \text{ meses}$

$$b) \quad T_{\frac{1}{2}} = 3 \text{ meses} = 3/12 \text{ años} = 0,25 \text{ años} \quad T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{0,693}{0,25} = 2,772 \text{ años}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = 2000 \text{ desintegraciones/hora} \cdot e^{-2,772 \text{ años}^{-1} \cdot 1 \text{ año}} = 125 \text{ desintegraciones/hora}$$

B. Pregunta 4.-

a) Primero calculamos la energía de un electrón en reposo, que es la energía asociada a su masa

$$E = mc^2 = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,2 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Ahora calculamos la longitud de onda de un fotón que tenga esa energía

$$E = hf; \quad c = \lambda f; \quad \rightarrow E = hc/\lambda \quad \rightarrow \lambda = hc/E = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 8,2 \cdot 10^{-14} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$b) \quad f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8 / 2,43 \cdot 10^{-12} = 1,23 \cdot 10^{20} \text{ Hz}$$

Corresponde a rayos gamma.

2013-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 5.-

a) Según la teoría de la relatividad, la “masa relativista” de una partícula en movimiento es:

$$m = \gamma m_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \Rightarrow \beta = \frac{2 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} = \frac{2}{3} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (2/3)^2}} = 1,34$$

$$m = \gamma m_0 = 1,34 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} = 1,22 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

b) La energía total relativista de una partícula con masa en movimiento es





$$E = \gamma m_0 c^2$$

$$\beta = 0,8 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = 1,67$$

$$E = 1,67 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,37 \cdot 10^{-13} \text{ J}$$

B. Pregunta 5.-

a) Según la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}}$$

$$E_{\text{cmáx}} = \frac{h \cdot c}{\lambda} - h f_{\text{umbral}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,2 \cdot 10^{-6}} - 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{14} = 7,96 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) El potencial de frenado está asociado a frenar los electrones que son emitidos con la energía cinética máxima. Si convertimos la energía a eV, son 4,98 eV, luego el potencial de frenado de los electrones sería de 4,98 V.

2013-Junio

A. Pregunta 4.-

a) Nota (similar a 2011-Junio-B. Cuestión 3): Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir

- τ (mean lifetime): "tiempo de vida [media]": promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

- $T_{1/2}$ (half-life): "periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad": tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva

Enunciado es poco claro porque utiliza "vida media" que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase "vida media" sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$.

En este caso tomamos "vida media" como tiempo de vida promedio.

(Si se tomase como tiempo de semidesintegración, los resultados tendrían otros valores numéricos)

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = -\lambda t$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ años}^{-1} = 1,27 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

$$\ln(0,7) = -0,04 \cdot t \Rightarrow t = 8,9 \text{ años}$$

$$b) A = \lambda N = 1,26 \cdot 10^{-9} \frac{1}{s} \cdot \frac{60 s}{1 \text{ min}} \cdot 10^9 \text{ núcleos} = 76,2 \text{ núcleos / min}$$

B. Pregunta 4.-

a) $E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{\text{cmáx}}$;

$$W = E_{\text{fotones incidentes}} - E_{\text{cmáx}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot (3 \cdot 10^8 / 350 \cdot 10^{-9}) - 2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,68 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W \text{ para 1 mol de electrones} = 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 1,68 \cdot 10^{-19} = 101136 \text{ J}$$

b) El potencial de frenado es el que frena todos los electrones con su $E_{\text{cmáx}}$, ya que toda su E_c pasa a E_p . $V = E_p / q = 2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 2,5 \text{ V}$

2013-Modelo

A. Pregunta 5.-

$$a) T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{0,693}{5,27} = 0,131 \text{ años}^{-1}$$

Tras 10 años la masa que queda son $m = m_0 e^{-\lambda t}$; $m = 2 e^{-0,131 \cdot 10} = 0,54 \text{ g}$, luego se han desintegrado $2 - 0,54 = 1,46 \text{ g}$

$$b) \text{ En } 0,54 \text{ g del isótopo Co-60 tenemos } \frac{0,54 \text{ g}}{60 \text{ g/mol}} = 0,009 \text{ mol}$$

$$A = \lambda N = 0,131 \cdot 0,009 \text{ mol} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \text{ núcleos/mol} = 7,1 \cdot 10^{20} \text{ núcleos/año}$$





Para dar la actividad en unidades del SI, Bq = núcleos/s, tomamos un año como 365 días

$$A = 7,1 \cdot 10^{20} \text{ núcleos/año} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 2,25 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

B. Pregunta 5.-

a) $W = h \cdot f_0 = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 10^{14} = 1,324 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{\text{cmáx}}; E_{\text{cmáx}} = hf - W = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot (3 \cdot 10^8 / 10^{-7}) - 1,324 \cdot 10^{-19} = 1,85 \cdot 10^{-18} \text{ J}$

b) El potencial de frenado es el que frena todos los electrones con su $E_{\text{cmáx}}$, ya que toda su E_c pasa a E_p .

$V = E_p/q$, luego necesitamos utilizar la carga del electrón aunque no se proporciona en el enunciado

$V = 1,85 \cdot 10^{-18} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 11,56 \text{ V}$

2012-Septiembre

A. Pregunta 5.-

a) $E_{\text{fotones incidentes}} = W + E_{\text{cmáx}}; h \cdot f_{\text{incidente}} = W + 1/2m(v_{\text{max}})^2;$

$f_{\text{incidente}} = (2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 1/2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (1,5 \cdot 10^6)^2) / 6,63 \cdot 10^{-34} = 2,15 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m v} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,5 \cdot 10^6} = 4,85 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

b) $h \cdot f_{\text{incidente}} = W + 1/2m(v_{\text{max}})^2; f_{\text{incidente}} = c/\lambda_{\text{incidente}};$

$\lambda_{\text{incidente}} = (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8) / (2,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 1,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}) = 2,825 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 282,5 \text{ nm}$

B. Pregunta 5.-

a) $T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \ln \frac{2}{T_{\frac{1}{2}}} = 3,767 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$

$m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 30 e^{-3,767 \cdot 10^{-4} \cdot 500} = 24,85 \text{ g}$

b) $m = m_0 e^{-\lambda t}; 3 = 30 e^{-3,767 \cdot 10^{-4} \cdot t} \Rightarrow \ln(0,1) = -3,767 \cdot 10^{-4} \cdot t \Rightarrow t = 6112,5 \text{ años}$

2012-Junio

A. Pregunta 5.-

$t = 2 \cdot 24 \cdot 3600 = 172800 \text{ s}$

a) $m = m_0 e^{-\lambda t}; 0,005 = 0,020 e^{-\lambda \cdot 172800} \Rightarrow \lambda = -\ln \frac{(0,005/0,020)}{172800} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

Si se desintegra el 90% queda el 10%

b) $m_0 \cdot 0,1 = m_0 e^{-\lambda t}; 0,1 = e^{-8 \cdot 10^{-6} \cdot t} \Rightarrow t = \frac{-\ln(0,1)}{8 \cdot 10^{-6}} = 287823 \text{ s} = 3,3 \text{ días}$

B. Pregunta 5.-

a) $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,6^2}} = 1,25$

$m = \gamma m_0 = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$

b) La energía a suministrar es la diferencia entre la energía entre ambas situaciones

En reposo su energía es $E = m_0 c^2$

A velocidades relativistas $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = m_0^2 c^4 \gamma^2$

Restando ambas obtenemos la energía cinética relativista $E_c = m_0 c^2 (\gamma - 1)$ que en este caso es

$E_c = 10^{-6} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 (1,25 - 1) = 2,25 \cdot 10^{10} \text{ J}$

2012-Modelo

A. Pregunta 4.-

$W = h f_0 = E_{\text{fotón}} - E_{\text{cinética máxima}} = h \cdot f - E_{\text{cinética máxima}}$

a) $W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 8 \cdot 10^{14}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} - 1 = 3,315 - 1 = 2,315 \text{ eV}$





$$W = hf_0; f_0 = \frac{2,315 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,5867 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

b) $c = \lambda_0 f_0; \lambda_0 = \frac{3 \cdot 10^8}{5,5867 \cdot 10^{14}} = 5,37 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 537 \text{ nm}$

B. Pregunta 4.-

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}; 0,8 = e^{-\lambda \cdot 2}; \ln(0,8) = -\lambda \cdot 2; \lambda = \frac{-\ln(8)}{2} = 0,1116 \text{ h}^{-1}$$

a) $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 6,2 \text{ h}$

b) $m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 100 e^{-0,1116 \cdot 20} = 10,73 \text{ g}$

2011-Septiembre-Coincidentes

A. Cuestión 3.-

a) $E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{350 \cdot 10^{-9}} = 5,68 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J} \cdot 1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 3,55 \text{ eV}$
 $E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c \text{ máx}}$

b) $E_{c \text{ máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = 3,55 - 2 = 1,55 \text{ eV} = 1,55 \text{ eV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 2,48 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$\frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 = 2,48 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,48 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 7,38 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

B. Problema 2.-

a) $T_{\frac{1}{2}} = \ln \frac{2}{\lambda} = \frac{0,693}{0,13} = 5,33 \text{ años}$

b) $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,13} = 7,69 \text{ años}$

c) En 20 g del isótopo tenemos $\frac{20 \text{ g}}{59,93 \text{ g/mol}} = 0,33 \text{ mol}$

$$A = \lambda N = 0,13 \cdot 0,33 \text{ mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ núcleos/mol} = 2,58 \cdot 10^{22} \text{ núcleos/año}$$

Para dar la actividad en unidades del SI, Bq = núcleos/s, tomamos un año como 365 días

$$A = 2,58 \cdot 10^{22} \text{ núcleos/año} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 8,18 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$$

d) $\frac{A}{A_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{5}{20} = e^{-0,13 \cdot t}; \ln(0,25) = -0,13 \cdot t; t = \frac{-1,386}{-0,13} = 10,67 \text{ años}$

2011-Septiembre

A. Problema 2.-

Solución casi idéntica a 2001-Modelo-A-Problema 2, no se repite todo

Única diferencia en datos: en este enunciado dato $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ y en el anterior era $1,78 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

El desarrollo sería el mismo, con variaciones en valores numéricos

a) $c = \lambda_2 f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,8 \cdot 10^{-7}} = 1,67 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$h \cdot (2,5 \cdot 10^{15} - 1,67 \cdot 10^{15}) = -6,08 \cdot 10^{-19} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$h = 5,42 \cdot 10^{-19} / 8,3 \cdot 10^{14} = 6,53 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

Nota: no se da el valor real en el enunciado pero comprobamos cómo se aproxima al valor real

$$\text{Error relativo} = \frac{|h_{\text{obtenida}} - h_{\text{real}}|}{h_{\text{real}}} = \frac{6,53 \cdot 10^{-33} - 6,63 \cdot 10^{-34}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 0,015 = 1,5 \%$$

b) $W_{\text{extracción}} = 6,53 \cdot 10^{-34} \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = 4,825 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

2011-Junio-Coincidentes

A. Problema 2.-





$$a) E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} = 6,63 \cdot 10^{-19} J = 6,63 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 4,14 eV$$

$$b) W_0 = E_{\text{incidente}} - E_{c\text{máx}} = 4,14 - 1,65 = 2,49 eV = 2,49 eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{J}{eV} = 3,98 \cdot 10^{-19} J$$

c) Si aumentamos la longitud de onda, la frecuencia será algo más baja, y la energía de los fotones incidentes también. Si es suficiente para producir el efecto fotoeléctrico, emitirá electrones con menor energía cinética.

$$E_{c\text{máx}} = E_{\text{incidente}} - W_0 = h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 3,98 \cdot 10^{-19} = 9,93 \cdot 10^{-20} J = 0,62 eV$$

d) Se producirá cuando los fotones incidentes tengan una energía igual a la función trabajo del litio

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda_{\text{máx}}} \Rightarrow \lambda_{\text{máx}} = h \frac{c}{W_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,98 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{-7} m = 500 nm$$

B. Cuestión 3.-

$$a) \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^5} = 7,28 \cdot 10^{-9} m = 7,28 nm$$

$$b) \text{La energía de cada fotón del haz de luz sería } E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,28 \cdot 10^{-9}} = 2,73 \cdot 10^{-17} J$$

2011-Junio

B. Cuestión 3.-

Nota: Hay dos términos distintos relacionados, ambos con unidades de tiempo, y que es muy importante no confundir

- τ (mean lifetime): "tiempo de vida [media]": promedio estadístico de vida de una partícula antes de desintegrarse.

- $T_{1/2}$ (half-life): "periodo de semidesintegración, semivida, vida mitad": tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los núcleos de una muestra inicial de una sustancia radiactiva

Enunciado es poco claro porque utiliza "vida media" que es ambiguo en español, por una mala traducción del inglés ya que en español media es polisémico y significa tanto media estadística (mean) como mitad (half).

Sería deseable que el enunciado no usase "vida media" sino algo que no diera lugar a dudas; lo importante es dejar claro en la solución que existen ambos significados, y decir que se opta por uno de los dos y por qué. Entre ambos hay una diferencia numérica $T_{1/2} = \ln(2) \cdot \tau$.

En este caso tomamos "vida media" como periodo de semidesintegración, que coincide con el dato real del periodo de semidesintegración para el isótopo de Radio 226 que es de 1602 años.

(Si se tomase como vida promedio, los resultados tendrían otros valores numéricos)

$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \ln \frac{2}{1600} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1} = \ln \frac{2}{1600 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,37 \cdot 10^{-11} s^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; \frac{A}{A_0} = e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 500} = e^{-0,2165} = 0,805 = 80,5 \%$$

La actividad es proporcional a la masa, por lo que quedará el 80,5 % de la masa inicial que supone $80 \cdot 0,805 = 64,4$ mg

$$b) \text{Si queremos que } \frac{A}{A_0} = 0,25 = e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot t}; \ln(0,25) = -4,33 \cdot 10^{-4} \cdot t; t = \frac{-1,386}{-4,33 \cdot 10^{-4}} = 3200,9 \text{ años}$$

2011-Modelo

B. Cuestión 3.-

Enunciado y solución idénticos a Modelo 2010, B, Cuestión 3

2010-Septiembre-Fase Específica

B. Cuestión 3.-





$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ año}^{-1}$$

$$b) A = A_0 e^{-\lambda t}; 0,163 = 0,25 e^{-1,21 \cdot 10^{-4} t}; \ln\left(\frac{0,163}{0,25}\right) = -1,21 \cdot 10^{-4} t; t = 3534,8 \text{ años}$$

2010-Septiembre-Fase General

A. Cuestión 3.-

a) La energía de los fotones depende de la frecuencia de la luz, no de la intensidad, por lo que no variaría la energía cinética máxima de los electrones emitidos. El aumento de intensidad sólo provocará que haya un mayor número de electrones emitidos.

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c \text{ máx}}$$

b) La frecuencia ultravioleta tiene una longitud de onda menor y frecuencia mayor que la del amarillo, por lo que los fotones tienen mayor energía y la energía cinética máxima de los electrones emitidos será mayor.

B. Cuestión 3.-

a) El defecto de masa en los núcleos atómicos, que se representa por Δm , es la diferencia entre su masa medida experimentalmente y la calculada para sistema de partículas desligadas que lo forman: $\Delta m = \text{Masa calculada (A,Z)} - \text{Masa Experimental}$. De manera breve se puede decir que es la diferencia de masa entre los nucleones libres y los ligados.

$$\Delta m = m_p + 2m_n - m_{\text{tritio}} = 1,0073 + 2 \cdot 1,0087 - 3,016 = 0,0087 \text{ u} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg/u} = 1,4529 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

b) La energía de enlace por nucleón se obtiene dividiendo la energía de enlace del núcleo por sus A nucleones: $E_{\text{me}} = (E_c/A)$. La energía de enlace es la energía necesaria para separar los nucleones de un núcleo, o lo que es lo mismo la energía que se libera cuando se unen los nucleones para formar el núcleo. El origen de la energía de enlace es el defecto de masa Δm , que tiene una equivalencia en energía según la ecuación $E = m c^2$

$$E_{\text{enlace}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{1,4529 \cdot 10^{-29} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{3} = 4,3587 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,72 \cdot 10^6 \text{ eV} = 2,72 \text{ MeV}$$

2010-Junio-Coincidentes

A. Cuestión 3.-

a) Correcto. La actividad mide la velocidad de desintegración $A(t) = \frac{-d}{dt} N(t); A = A_0 e^{-\lambda t}$ Si

queremos conocer la constante de desintegración λ necesitamos los valores de actividad en dos instantes de tiempo conocidos.

Otra opción para obtener la constante de desintegración a partir de la actividad en un instante sería conocer el número de núcleos radiactivos en ese instante, con lo que $\lambda = A/N$.

Cualitativa/matemáticamente: la desintegración sigue una curva exponencial descrita por la constante de desintegración. Conocer la actividad en un instante dado solamente nos permite saber por dónde pasa la curva, pero no describirla.

b) Correcto. La radiación beta son electrones desprendidos en un proceso radiactivo. Al tener carga sí son sensibles a los campos magnéticos según la ley de Lorentz. La radiación gamma es un tipo de radiación electromagnética formada por fotones. Al no tener carga los fotones no son sensibles a los campos magnéticos.

B. Cuestión 3.-

a) Correcto. La expresión del efecto fotoeléctrico de Einstein $E_{\text{fotón incidente}} = W_0 + E_{c \text{ máx}}$ que refleja la conservación de energía: indica que la energía incidente se utiliza en realizar el trabajo de extracción (Φ ó W_0) y en aportarle energía cinética.

Los fotones que se absorben son partículas sin masa ni carga y su energía es $E = hf$.

Los fotoelectrones emitidos son los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico que son partículas con masa y carga, y al hablar de la energía que tienen se puede hablar tanto de la energía asociada a su masa $E = mc^2$ como energía potencial eléctrica y energía cinética. La función trabajo es energía ganada por el electrón y que se puede decir que tiene el electrón: si el electrón no es extraído sino





que solamente pasa a un nivel energético superior del átomo, el electrón “devuelve” esa energía emitiéndola en forma de fotón cuando regresa al nivel energético inferior original.

Dado que el enunciado al hablar de “la energía de los fotoelectrones” no menciona explícitamente que se refiera solo a la cinética, hay que entender que hay que tratar la que tiene globalmente, por lo que la afirmación es correcta.

Nota: Si considerásemos que el enunciado al hablar de “la energía de los fotoelectrones” se refiere solamente a la energía cinética, sí sería una afirmación incorrecta.

b) Incorrecto. La radiación blanca es una radiación que contiene todas las frecuencias visibles, desde el rojo visible (por encima del infrarrojo que no es visible) que es la frecuencia más baja, hasta el violeta (por debajo del ultravioleta que no es visible). La radiación roja tiene la frecuencia menor del espectro visible y es la menos energética, ya que para los fotones $E=hf$, y a menor frecuencia menor energía. Como la energía de los fotones incidentes se utiliza en realizar el trabajo de extracción y en aportar energía cinética, los fotones de a radiación roja emitirán fotoelectrones con menor energía cinética que el resto de fotones del espectro visible que componen en blanco.

B. Problema 2.-

d) Utilizamos la velocidad, masa y valor de constante de Planck aportadas en el enunciado. Para usar unidades del SI convertimos la masa dada en g a kg.

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,32 \cdot 10^{-23} \cdot 10^5} = 2,86 \cdot 10^{-16} \text{ m}$$

2010-Junio-Fase Especifica

A. Cuestión 3.-

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p}; p = mv; E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{2 \frac{E_c}{m}}$$

$$p = \sqrt{2 m E_c}$$

$$a) \frac{\lambda_{De\ Broglie\ 2}}{\lambda_{De\ Broglie\ 1}} = \frac{\frac{h}{p_2}}{\frac{h}{p_1}} = \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{2 m_1 E_{c1}}{2 m_2 E_{c2}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{50}$$

$$\frac{\lambda_{De\ Broglie\ 1}}{\lambda_{De\ Broglie\ 2}} = \frac{p_2}{p_1} = 500 = \sqrt{\frac{2 m_1 E_{c1}}{2 m_2 E_{c2}}} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

$$b) \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{2 \frac{E_{c1}}{m_1}}{2 \frac{E_{c2}}{m_2}}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \frac{1}{500}$$

B. Cuestión 3.-

$$a) E = hf = h \frac{c}{\lambda}; \lambda = h \frac{c}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 8,57 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 622 \text{ nm}$$

$$E_{total} = E_{extracción} + E_{cinéticamáx}$$

$$b) E_{total} = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,07 \text{ eV}$$

$$E_{cinéticamáx} = E_{total} - E_{extracción} = 2,07 - 2 = 0,07 \text{ eV}$$

2010-Junio-Fase General

B. Cuestión 3.-

a) La actividad es proporcional a la masa, si se han desintegrado el 10 % de los núcleos la masa de núcleos radiactivos también se ha reducido en un 10% y queda un 90% de la masa inicial.





$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow m = m_0 e^{-\lambda t}; \frac{m}{m_0} = \frac{A}{A_0} = 0,90 = e^{-\lambda t}; \ln(0,9) = -\lambda \cdot 1; \lambda = 0,10536 h^{-1}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,69315}{0,10536} = 6,58 h$$

b) $m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 120 e^{-0,10536 \cdot 5} = 120 \cdot 0,59 = 70,8 g$

2010-Modelo

B. Cuestión 3.-

Calculamos la longitud de onda asociada a la energía de extracción del sodio, para compararla con las longitudes de ondas proporcionadas en apartados a y b, sabiendo que a menor longitud de onda la frecuencia y la energía es mayor.

$$c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,3 eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J/eV} = 5,40 \cdot 10^{-7} m = 540 nm$$

a) Como $680 nm > 540 nm$, la frecuencia es menos energética y no produce efecto fotoeléctrico.

b) Como $350 nm < 540 nm$, la frecuencia es más energética y sí produce efecto fotoeléctrico.

(Nota: otra opción sería calcular la energía asociada a cada una de las longitudes de onda de apartados a y b y luego compararla con la energía de extracción del sodio, pero es algo más larga. Por ejemplo para a sería

$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{680 \cdot 10^{-9}} \cdot \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 1,83 eV < 2,3 eV, \text{ no produce efecto fotoeléctrico}$$

2009-Septiembre

Cuestión 5.-

a) Según la teoría de la relatividad, la masa de una partícula en movimiento es:

$$m = \gamma m_0; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Donde m_0 representa la masa de la partícula en reposo, que para el electrón calculamos a partir de la energía en reposo a partir de la expresión $E = mc^2$, con lo que tenemos

$$E_0 = m_0 c^2; m_0 = \frac{E_0}{c^2} = \frac{0,511 eV \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} J/eV}{(3 \cdot 10^8)^2} = 9,08 \cdot 10^{-31} kg$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,64}} = 1,67$$

$$m = \gamma m_0 = 1,667 \cdot 9,08 \cdot 10^{-31} = 1,51 \cdot 10^{-30} kg$$

b) Se pide “energía relativista total”, y la energía relativista es la suma de la energía cinética y de su energía en reposo.

Los cálculos son los mismos pero podemos plantearlos de dos maneras:

Utilizando la masa relativista obtenida en apartado anterior:

$$E_{relativista\ total} = m c^2 = 1,51 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,36 \cdot 10^{-13} J \cdot \frac{1 eV}{1,6 \cdot 10^{-19} J} = 850000 eV = 0,85 MeV$$

Utilizando la expresión para obtener la energía relativista a partir de masa en reposo.

$$E_{relativista\ total} = \gamma m_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = 1,36 \cdot 10^{-13} J = 0,85 MeV$$

A. Problema 2.-

a) $\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, A}} = \frac{\ln 2}{8,983 \cdot 10^5} = 7,7 \cdot 10^{-7} s^{-1}$

b) Se pide número inicial; usamos como inicial dato actividad A que en enunciado se indica como

“en un tiempo determinado” $A_A = \lambda_A \cdot N_A; N_A = \frac{A_A}{\lambda_A}; N_{A_0} = \frac{A_{A_0}}{\lambda_A} = \frac{1,6 \cdot 10^{11} Bq}{7,7 \cdot 10^{-7} s^{-1}} = 2,078 \cdot 10^{17} \text{ Núcleos}$





c) $A_A = A_{A_0} e^{-\lambda_A t}$; Para $t = 45 \text{ días} = 45 \cdot 24 \cdot 3600 = 3,888 \cdot 10^6 \text{ s}$
 $A_A = A_B = 1,6 \cdot 10^{11} \cdot e^{-7,7 \cdot 10^{-7} \cdot 3,888 \cdot 10^6} = 8,016 \cdot 10^9 \text{ Bq}$
 A los 45 días $A_A = A_B = A_{B_0} e^{-\lambda_B t}$;
 $8,016 \cdot 10^9 = 8,5 \cdot 10^{11} e^{-\lambda_B \cdot 3,888 \cdot 10^6}$

d) $\ln\left(\frac{8,016 \cdot 10^9}{8,5 \cdot 10^{11}}\right) = -\lambda_B \cdot 3,888 \cdot 10^6$
 $\lambda_B = \frac{-4,664}{-3,888 \cdot 10^6} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$

2009-Junio

Cuestión 5.-

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, A}} = \frac{\ln 2}{1600} = 4,33 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}; \lambda_B = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, B}} = \frac{\ln 2}{1000} = 6,93 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

a) $A_{A,0} = \lambda_A \cdot N_{A,0}$; $A_{B,0} = \lambda_B \cdot N_{B,0}$; Como $N_{A,0} = N_{B,0} = 10^{15}$
 $\frac{A_{A,0}}{A_{B,0}} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{4,33}{6,93} < 1$ luego la actividad inicial de B era mayor

b) Para dar la actividad en unidades del SI, Bq = núcleos/s, tomamos un año como 365 días, que se indica en el enunciado como dato (aunque no se indica expresamente dar en unidades SI, de hecho no se pide expresamente calcular valores de actividad, solamente comparar).

$$A_A = A_{A,0} e^{-\lambda_A t} = 4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{15} e^{-4,33 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = 1,18 \cdot 10^{11} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}}$$

$$A_A = 1,18 \cdot 10^{11} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 3742 \text{ Bq}$$

$$A_B = A_{B,0} e^{-\lambda_B t} = 6,93 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{15} e^{-6,93 \cdot 10^{-4} \cdot 3000} = 8,67 \cdot 10^{10} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}}$$

$$A_B = 8,67 \cdot 10^{10} \frac{\text{Núcleos}}{\text{año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 2749 \text{ Bq}$$

Por lo tanto el que mayor actividad tiene 3000 años después de su formación es el isótopo A
 Otra forma de resolver este apartado, sería calcular primero el número de núcleos que quedan en la muestra sin desintegrar, y a continuación calcular la actividad mediante la expresión la expresión $A = \lambda N$. Para calcular el número de núcleos que no se han desintegrado se parte de la ley de

desintegración radiactiva: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$, integrando $N = N_0 e^{-\lambda t}$

2009-Modelo

Cuestión 5.

Se utiliza lo razonado en apartados anteriores sobre la la relación entre color del fotón y frecuencia.
 d) Verdadero, ya que el fotón naranja tiene mayor frecuencia que el fotón rojo, y $E = h f$, siendo h la constante de Planck.

A. Problema 2.-

a) $\lambda_{228Ra} = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}, 228Ra}} = \frac{3,66}{5,76 \cdot 365} = 0,00174$ o también $\lambda_{224Ra} = 574,4 \lambda_{228Ra}$

b) $\tau_{228Ra} = \frac{1}{\lambda_{228Ra}} = \frac{1}{0,00174} = 574,4$ o también $\tau_{224Ra} = 0,00174 \tau_{228Ra}$





c) El dato del gramo nos permite obtener el número de núcleos de cada isótopo, que será relativamente similar. $n=m/M$, tomando M como 228 g/mol para ^{228}Ra y 224 g/mol para ^{224}Ra

$$A_{^{228}\text{Ra}} = \lambda_{^{228}\text{Ra}} \cdot N_{^{228}\text{Ra}} = \lambda_{^{228}\text{Ra}} \cdot \frac{1}{228} \cdot N_A$$

$$A_{^{224}\text{Ra}} = \lambda_{^{224}\text{Ra}} \cdot N_{^{224}\text{Ra}} = \lambda_{^{224}\text{Ra}} \cdot \frac{1}{224} \cdot N_A$$

$$\frac{A_{^{224}\text{Ra}}}{A_{^{228}\text{Ra}}} = \frac{\lambda_{^{224}\text{Ra}}}{\lambda_{^{228}\text{Ra}}} \cdot \frac{228}{224} = \frac{3,66}{5,76 \cdot 365} \cdot \frac{228}{224} = 1,77 \cdot 10^{-3} \text{ o también } \frac{A_{^{228}\text{Ra}}}{A_{^{224}\text{Ra}}} = 564$$

d) El tiempo necesario para que el número de núcleos radiactivos se reduzca a la cuarta parte de su valor inicial es igual a dos periodos de semidesintegración, ya que el número de núcleos radiactivos ha de reducirse a la mitad dos veces sucesivas.

$$\frac{t_{1/4; ^{228}\text{Ra}}}{t_{1/4; ^{224}\text{Ra}}} = \frac{2 \cdot T_{1/2; ^{228}\text{Ra}}}{2 \cdot T_{1/2; ^{224}\text{Ra}}} = \frac{5,76 \cdot 365}{3,66} = 574,4$$

2008-Septiembre

Cuestión 5.-

a) Falso. La energía de los fotones depende de la frecuencia de la luz, no de la intensidad, por lo que no variaría la energía cinética máxima de los electrones emitidos. El aumento de intensidad sólo provocará que haya un mayor número de electrones emitidos.

$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_0 + E_{c \text{ máx}}$$

b) Falso. La luz ultravioleta tiene mayor frecuencia, luego es más energética que la amarilla y también producirá emisión de electrones.

A. Problema 1.-

$$N_0 = \frac{2,1 \cdot 10^{24}}{10^{12}} = 2,1 \cdot 10^{12}$$

a)

$$A_0 = \lambda N_0; \lambda = \frac{8,1}{2,1 \cdot 10^{12}} = 3,86 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

$$A = A_0 e^{-\lambda \cdot t}; 0,01 = 8,1 e^{-3,86 \cdot 10^{-12} \cdot t}; \ln\left(\frac{0,01}{8,1}\right) = -3,86 \cdot 10^{-12} \cdot t; t = \frac{-6,697}{-3,86 \cdot 10^{-12}} = 1,735 \cdot 10^{12} \text{ s}$$

b)

$$\frac{1,735 \cdot 10^{12} \text{ s}}{3600 \cdot 24 \cdot 365 \text{ s/año}} = 55016 \text{ años}$$

Con tiempos mayores la actividad será menor de 0,01 Bq

2008-Junio

Cuestión 4.-

a) El potencial de frenado está asociado a la E_c que tienen los electrones emitidos: $qV = E_c$

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_c = W_0 + qV_{\text{Frenado}}$$

$$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$W_0 = h \frac{c}{\lambda} - qV_{\text{Frenado}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} - 1,48 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 7,58 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_0 = 7,58 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J} \cdot 1 \text{ J}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ eV}} = 4,74 \text{ eV}$$

$$b) W_0 = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{W_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,58 \cdot 10^{-19}} = 2,62 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 262 \text{ nm}$$

Cuestión 5.-

a) Falso. Según la teorema de la relatividad, la masa de una partícula en movimiento es:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Donde m_0 representa la masa de la partícula en reposo, luego la masa aumenta al





aumentar la velocidad y su masa será mayor.

b) Verdadero. Principio de conservación de la energía. La energía que se desprende al formarse el átomo viene expresada por: $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$

2008-Modelo

Cuestión 5.-

a) Falso, ya que haciendo cálculos, valor de longitud de onda De Broglie mínimo, asociado a la velocidad máxima con la que pueden salir los electrones, es mayor de 10^{-9} m

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c \text{ máx}} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{Fotón } c = \lambda \cdot f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

$$h \frac{c}{\lambda} - W_0 = \frac{1}{2} m v^2; \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} - 2,1 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

$$\frac{6,18 \cdot 10^{-20} \cdot 2}{9,1 \cdot 10^{-31}} = v^2; v = 368543 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 368543} = 1,98 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

b) Verdadero, haciendo los cálculos $W_0 = h \cdot f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{2,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-9}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 5,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

B. Problema 2.-

a) $Z=1$ ya que tiene sólo un protón. $A=2$ ya que tiene dos nucleones: un protón y un neutrón

b) $\Delta m = m_p + m_n - m_{\text{Deuterio}} = 1,0073 + 1,0087 - 2,0136 = 0,0024 \text{ u} = 4,008 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$

$$c) E_{\text{menlace}} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} = \frac{4,008 \cdot 10^{-30} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{2} = 1,8036 \cdot 10^{-13} \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

$$1,12725 \cdot 10^6 \text{ eV} = 1,12725 \text{ MeV}$$

d) Al acelerar el ion de deuterio mediante una diferencia de potencial, este gana energía cinética. La carga es la de un electrón, y su masa 2,0136 u.

$$qV = E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{2 \frac{qV}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{2,0136 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}}} = 436260 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2,0136 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 436260} = 4,52 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

2007-Septiembre

Cuestión 5.-

a) Primero calculamos la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 10^4 eV

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^4 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,124 \text{ nm}$$

Ahora calculamos la energía cinética de un electrón con ese valor de longitud de onda de De Broglie

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{mv}; v = \frac{h}{m \lambda_{\text{De Broglie}}}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{h}{m \lambda_{\text{De Broglie}}} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m \lambda_{\text{De Broglie}}^2} = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (1,24 \cdot 10^{-10})^2} = 1,57 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

$$E_c = 1,57 \cdot 10^{-17} \frac{\text{J} \cdot 1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 98,1 \text{ eV}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 0,0802^2 = 0,16 \text{ J} = 0,16 \text{ J} \cdot \frac{1 \text{ eV}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^{18} \text{ eV}$$

b)

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,0802 \cdot 2} = 4,14 \cdot 10^{-33} \text{ m}$$





2007-Junio

Cuestión 4.-

b) Tomamos el valor del módulo de la velocidad calculado en el apartado anterior

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^5} = 1,99 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Cuestión 5.-

$$A = A_0 e^{-\lambda t}; 85,2 = 115 e^{-\lambda \cdot 2 \cdot 60 \cdot 60}; \ln\left(\frac{85,2}{115}\right) = -\lambda \cdot 7200; \lambda = \frac{-0,3}{-7200} = 4,17 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

a)

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{4,17 \cdot 10^{-5}} = 16622 \text{ s}$$

b) $A_0 = \lambda N_0; N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{115}{4,17 \cdot 10^{-5}} = 2,76 \cdot 10^6 \text{ Núcleos}$

2007-Modelo

Cuestión 5.-

Este ejercicio, que no tiene apartados, mezcla aspectos de “física moderna” (energía cuantizada de un fotón) con aspectos de “óptica física” (índice de refracción y longitud de onda en medio distinto del vacío), pero que tratamos por separado de acuerdo a la agrupación de bloques de ejercicios: aquí resolvemos la parte inicial de física moderna:

El fotón emitido tendrá una energía igual a la diferencia de energía entre los dos niveles, es decir

$$5 - 3 = 2 \text{ eV} = 2 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Como la energía está cuantizada por lo que $E = hf \Rightarrow f = \frac{E}{h} = \frac{3,2 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 4,83 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

B. Problema 2.-

a) $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{0,693}{13 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,69 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$ (Usamos SI en lugar de indicar años⁻¹)

b) $N_0 = 10^{20} \cdot \frac{20}{100} = 2 \cdot 10^{19}$

c) $A_0 = \lambda N_0 = 1,69 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{19} = 3,38 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

d) $N = N_0 e^{-\lambda t} = 2 \cdot 10^{19} e^{-1,69 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,39 \cdot 10^{18} \text{ Núcleos}$

e) $A = A_0 e^{-\lambda t} = 3,38 \cdot 10^{10} e^{-1,69 \cdot 10^{-9} \cdot 50 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,35 \cdot 10^9 \text{ Bq}$

2006-Septiembre

Cuestión 5.-

$$\lambda = 0,003 \text{ días}^{-1} = \frac{0,003}{24 \cdot 3600} = 3,47 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$
 (Usamos SI)

a)

$$T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{3,47 \cdot 10^{-8}} = 2 \cdot 10^7 \text{ s}$$

b) $N = N_0 e^{-\lambda t}; \text{ Para } t = 5 \cdot T_{1/2} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \cdot 5 \cdot \frac{\ln(2)}{\lambda}} = e^{-5 \cdot \ln(2)} = 2^{-5} = 0,03125 = 3,1 \%$

Como se da t en función $T_{1/2}$ se puede plantear $\frac{N}{N_0} = 2^{\frac{-t}{T_{1/2}}}; \text{ Para } t = 5 \cdot T_{1/2} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = 2^{-5}$

2006-Junio

Cuestión 5.-

b) Al acelerar el protón mediante una diferencia de potencial, este gana energía cinética.





$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}; v = \frac{h}{m\lambda_{De\ Broglie}}$$

$$q\Delta V = E_c = \frac{1}{2}mv^2; \Delta V = \frac{1}{2} \frac{m}{q} \left(\frac{h}{m\lambda_{De\ Broglie}} \right)^2 = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 5 \cdot 10^{-13}} = 3290\ V$$

2006-Modelo

Cuestión 5.-

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c\ máx} = W_0 + \frac{1}{2}mv^2$$

a) $c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$

$$h \frac{c}{\lambda} - W_0 = E_{c\ máx} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} - 2,46\ eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ J/eV = 2,69 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$W_0 = h \cdot f_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda_0} = h v - E_{c\ máx} \Rightarrow \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{h \frac{c}{\lambda} - E_{c\ máx}} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda} - \frac{E_{c\ máx}}{hc}}$$

b)
$$\lambda_0 = \frac{1}{\frac{1}{300 \cdot 10^{-9}} - \frac{2,69 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}} = 5,05 \cdot 10^{-7}\ m = 505\ nm$$

2005-Septiembre

Cuestión 5.-

Nota: apartado a, conceptualmente de campo eléctrico, se resuelve en bloque asociado

b) Utilizamos velocidad calculada en el apartado anterior $v = 4,38 \cdot 10^4\ m/s$, que vemos que es muy inferior a c, por lo que no es relativista.

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 4,38 \cdot 10^4} = 9,06 \cdot 10^{-12}\ m$$

2005-Junio

Cuestión 5.-

Nota: apartado a, conceptualmente de campo eléctrico, se resuelve en bloque asociado

b) Utilizamos velocidad calculada en el apartado anterior $v = 4,19 \cdot 10^6\ m/s$, que podemos ver que

es $\beta = \frac{v}{c} = \frac{4,19 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} \approx 0,014 = 1,4\%$. Al no ser superior al 14% de c, no es relativista, por lo que el aumento de inercia, "masa relativista", será despreciable. Lo comprobamos

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,014^2}} \approx 1,0001 \Rightarrow m = \gamma m_0 \approx m_0 \Rightarrow \text{no es relativista}$$

Usamos la velocidad obtenida en apartado a) con expresión clásica $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ y conservación E_m

$$\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4,19 \cdot 10^6} = 1,74 \cdot 10^{-10}\ m$$

2005-Modelo

Cuestión 5.-

a) $E_{c\alpha} = E_{c\ protón}; \frac{1}{2}m_\alpha v_\alpha^2 = \frac{1}{2}m_{protón} v_{protón}^2; \frac{m_\alpha}{m_{protón}} = 4 = \left(\frac{v_{protón}}{v_\alpha} \right)^2 \Rightarrow v_{protón} = 2v_\alpha$

$$\frac{p_\alpha}{p_{protón}} = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{m_{protón} \cdot v_{protón}} = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2$$

b)
$$\frac{\lambda_{De\ Broglie\ \alpha}}{\lambda_{De\ Broglie\ protón}} = \frac{\frac{h}{p_\alpha}}{\frac{h}{p_{protón}}} = \frac{m_{protón} \cdot v_{protón}}{m_\alpha \cdot v_\alpha} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$$

2004-Septiembre





Cuestión 5.-

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + E_{c\text{máx}} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2$$

$$c = \lambda f \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

a)
$$h \frac{c}{\lambda} = W_0 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{W_0 + \frac{1}{2} m v^2}$$

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,5 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} + \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^7)^2} = 4,3 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 4,3 \text{ nm}$$

b)
$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^7} = 7,286 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

2004-Junio

Cuestión 5.-

a) Si aumenta la intensidad (número de fotones por unidad de tiempo y área), hay mayor número de electrones con la misma energía cinética

b) Si aumenta la frecuencia de la luz incidente, aumenta la energía de cada uno de los fotones, y se tiene el mismo número de electrones con mayor energía cinética.

c) Si disminuye la frecuencia de la luz incidente por debajo de la frecuencia umbral, no se emiten fotoelectrones, sea cual sea la intensidad, ya que la energía de cada uno de los fotones es menor al trabajo de extracción.

d) El trabajo de extracción es la energía que debemos aportar a un electrón para arrancarlo de un metal.

2004-Modelo

Cuestión 5.-

$$\Delta E = h \cdot f; f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{2 \cdot 10^{-15}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 3,02 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

$$c = \lambda \cdot f; \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3,02 \cdot 10^{18}} = 9,93 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

2003-Septiembre

Cuestión 5.-

a) El momento lineal (masa y velocidad). $\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

Si es posible, siempre que tengan el mismo momento lineal.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$$

b)
$$\frac{\lambda_{\text{De Broglie } 2\text{eV}}}{\lambda_{\text{De Broglie } 8\text{eV}}} = \frac{\frac{h}{p_{2\text{eV}}}}{\frac{h}{p_{8\text{eV}}}} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot 8 \text{ eV}}{m}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot 2 \text{ eV}}{m}}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

A. Problema 2.-

$$W_0 = h \cdot f_0 = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,5 \cdot 10^{14} = 2,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

a)
$$h \cdot f = W_0 + E_c; E_c = \frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - 2,98 \cdot 10^{-19} = 1,99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,99 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 661334 \text{ m/s}$$





$$b) h \cdot f' = W_0 + E_c'; f' = \frac{2,98 \cdot 10^{-19} + 2 \cdot 1,99 \cdot 10^{-19}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 1,05 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

2003-Junio

Cuestión 5.-

a) Enunciado confuso: se usa τ (tao) que se usa habitualmente para “tiempo de vida [media]”

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \text{ pero se indica período de semidesintegración (semivida) } T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Entre ambas opciones tomamos lo que dice el texto como válido, por lo que $T_{\frac{1}{2}} = 3,64 \text{ días}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{3,64} = 0,19 \text{ día}^{-1} = \frac{\ln 2}{3,64 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{18} = 1,1 \cdot 10^{13} \text{ Bq}$$

$$b) N = N_0 e^{-\lambda t} = 5 \cdot 10^{18} e^{-0,19 \cdot 30} = 1,67 \cdot 10^{16} \text{ Núcleos}$$

B. Problema 2.-

b) Utilizamos el momento lineal calculado en el apartado anterior $\vec{p} = 1,44 \cdot 10^{-26} \vec{i} \text{ kg m/s}$ donde hemos visto que la velocidad es $v = 1,59 \cdot 10^4 \text{ m/s}$, muy inferior a c , por lo que no es relativista.

$$\lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1,44 \cdot 10^{-26}} = 4,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

2003-Modelo

Cuestión 5.-

a) El valor de la frecuencia tiene que ser suficientemente alto para que la energía de cada fotón sea igual o superior al trabajo de extracción.

b) Si se aumenta la frecuencia de la radiación, los fotones son más energéticos, y los electrones extraídos tendrán mayor energía cinética.

c) Si aumenta la intensidad (número de fotones por unidad de tiempo y área), hay mayor número de electrones con la misma energía cinética

2002-Septiembre

Cuestión 5.-

$$a) \lambda = \frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{\ln 2}{250000} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ año}^{-1} = \frac{\ln 2}{250000 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 3600} = 8,79 \cdot 10^{-14} \text{ s}^{-1}$$

$$b) m = m_0 e^{-\lambda t}; m = 10 e^{-2,77 \cdot 10^{-6} \cdot 50000} = 8,71 \text{ g}$$

A. Problema 2.-

a) Los 0,8 V de frenan la energía cinética de los electrones. planteando conservación de la energía mecánica $E_p = E_c$, $|q|V = E_c$

$$h \cdot f = W_0 + E_c; W_0 = \frac{h \cdot c}{\lambda} - qV = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{400 \cdot 10^{-9}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,8 = 3,69 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$b) h \cdot f = W_0 + E_c; V = \frac{\frac{h \cdot c}{\lambda} - W_0}{q} = \frac{\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{300 \cdot 10^{-9}} - 3,69 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,84 \text{ V}$$

2002-Junio

Cuestión 5.-





$$200 = \frac{\lambda_{De\ Broglie\ electrón}}{\lambda_{De\ Broglie\ neutrón\ 6\ eV}} = \frac{\frac{h}{m_e v_e}}{\frac{h}{m_n v_n}} = \frac{m_n v_n}{m_e v_e} \Rightarrow v_e = \frac{m_n v_n}{m_e 200}$$

a)

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2; v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m}}$$

$$v_e = \frac{m_n \sqrt{\frac{2 \cdot E_c}{m_n}}}{m_e 200} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \sqrt{\frac{2 \cdot 6\ eV \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\ J/eV}{1,7 \cdot 10^{-27}}}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 200} = 313909\ m/s$$

b) $\frac{v_e}{c} = \frac{313909}{3 \cdot 10^8} = 0,1\%$ No es relativista

2002-Modelo

Cuestión 5.-

a) La actividad de una muestra radiactiva es la velocidad de desintegración, el número de núcleos que se desintegra por segundo. Matemáticamente $A(t) = \frac{-d}{dt} N(t) = A_0 e^{-\lambda t}$

En el Sistema Internacional la actividad se mide en Bq (becquerel) que es una desintegración por segundo.

b) En un gramo de radio tenemos $1\ g/226\ g/mol = 1/226\ mol$ de radio, que suponen $(1/226) \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 2,665 \cdot 10^{21}$ núcleos = N_0 .

$$1\ curio = A_0 = \lambda N_0 = 1,4 \cdot 10^{-11} \cdot 2,665 \cdot 10^{23} = 3,73 \cdot 10^{10}\ Bq$$

2001-Septiembre

Cuestión 5.-

a) $\lambda_{De\ Broglie} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$

$$\lambda_{De\ Broglie\ 1} = \lambda_{De\ Broglie\ 2} \Rightarrow \frac{h}{p_1} = \frac{h}{p_2} \Rightarrow p_1 = p_2$$
 Los momentos lineales de ambas partículas deben de ser

iguales para tener la misma longitud de onda de De Broglie, independientemente de la relación entre sus masas.

b) Si llamamos $m_2 = 3m_1$, como $p_2 = p_1$, $m_2 v_2 = m_1 v_1$; $3m_1 v_2 = m_1 v_1 \rightarrow v_1 = 3v_2$

2001-Junio

Cuestión 5.-

a) $W_{extracción} = h \cdot f_{umbral} = h \cdot \frac{c}{\lambda_{umbral}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{612 \cdot 10^{-9}} = 3,25 \cdot 10^{-19}\ J$

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{cmáx} \Rightarrow E_{cmáx} = h \cdot f_{incidente} - W_{extracción}$$

b) $E_{cmáx} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{450 \cdot 10^{-9}} - 3,25 \cdot 10^{-19} = 1,17 \cdot 10^{-19}\ J$

2001-Modelo

Cuestión 5.-

Los tipos de radiaciones más comunes en la desintegración radiactiva son tres:

-Radiación alfa. Un núcleo inestable al tener un número muy elevado de neutrones emite partículas alfa. Las partículas alfa emitidas son dos protones y dos neutrones, núcleos de helio, $\alpha = {}^4_2\text{He}$, con carga positiva. El elemento se convierte en un elemento de dos unidades menos de número atómico. Un ejemplo: ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^4_2\text{He}$

-Radiación beta. Un núcleo inestable por tener una relación entre neutrones y protones muy descompensada emite partículas beta. Hay dos tipos de radiación beta:

--Radiación β^- . La relación n/p (nº de neutrones/nº de protones) es muy elevada por lo que se reduce el n y se aumenta p: un neutrón se convierte en protón y se emite un e^- y un antineutrino electrónico. El elemento se convierte en un elemento de una unidad más de número atómico.





Ejemplo: ${}^{24}_{11}\text{Na} \rightarrow {}^{24}_{12}\text{Mg} + e^- + \bar{\nu}_e$ ($n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$)

--**Radiación β^+** . La relación n/p (nº de neutrones/nº de protones) es muy baja por lo que se aumenta n y se reduce p: un protón se convierte en neutrón y se emite un e^+ (positrón) y un neutrino electrónico. El elemento se convierte en un elemento de una unidad menos de número atómico.

Ejemplo: ${}^{30}_{15}\text{P} \rightarrow {}^{30}_{14}\text{Si} + e^+ + \nu_e$ ($p^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$)

-**Radiación gamma**. Un núcleo se encuentra excitado y al pasar a su estado fundamental emite la energía en forma de radiación electromagnética de muy alta energía, radiación gamma. Se emiten fotones. El elemento continua siendo el mismo elemento, no varía el número de protones en el núcleo. El núcleo puede quedar en estado excitado por ejemplo tras emitir radiación alfa o beta, o tras un choque de un neutrón con el núcleo en la fisión nuclear.

Ejemplo: ${}^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni}^* + e^- + \bar{\nu}_e$; ${}^{60}_{28}\text{Ni}^* \rightarrow {}^{60}_{28}\text{Ni} + \gamma$

Además de estas tres se podría mencionar otras:

-Emisión de neutrones. Un núcleo que tiene muchos neutrones emite un neutrón. También se absorben y emiten en procesos de fisión. No se produce transmutación.

Ejemplo: ${}^5_2\text{He} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$

-Captura electrónica. Un protón del núcleo captura un electrón del mismo átomo, de las capas internas, y se convierte en neutrón, emitiendo un neutrino electrónico. El elemento se convierte en un elemento de una unidad menos de número atómico.

Ejemplo: ${}^{26}_{13}\text{Al} \rightarrow {}^{26}_{12}\text{Mg} + \nu_e$

A. Problema 2.-

a) El potencial de frenado está asociado a la energía cinética máxima de los electrones, ya que consigue frenar los electrones extraídos por el efecto fotoeléctrico que tienen la $E_{c\text{máx}}$. Al frenarlos toda la E_c pasa a E_p eléctrica, y podemos plantear $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$ $E_p = e \cdot V_{\text{frenado}} = E_{c\text{máx}}$

Si planteamos para los dos casos

$$E_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + E_{c\text{máx}} \rightarrow h \cdot f_{\text{incidente}} = W_{\text{extracción}} + e \cdot V_{\text{frenado}}$$

Para el primer caso:

$$E_{c\text{máx}1} = eV_1 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7,2 = 1,15 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} = W_{\text{extracción}} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

Para el segundo caso:

$$E_{c\text{máx}2} = eV_2 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,8 = 6,08 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$c = \lambda_2 f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,78 \cdot 10^{-7}} = 1,685 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

$$h \cdot (1,685 \cdot 10^{15}) = W_{\text{extracción}} + 6,08 \cdot 10^{-19}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (h y $W_{\text{extracción}}$)

En este apartado se nos pide primero h: despejamos $W_{\text{extracción}}$ en ambas ecuaciones para igualarlos y obtener h.

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$W_{\text{extracción}} = h \cdot 1,685 \cdot 10^{15} - 6,08 \cdot 10^{-19}$$

Igualando

$$h \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = h \cdot 1,685 \cdot 10^{15} - 6,08 \cdot 10^{-19}$$

$$h \cdot (2,5 \cdot 10^{15} - 1,685 \cdot 10^{15}) = -6,08 \cdot 10^{-19} + 1,15 \cdot 10^{-18}$$

$$h = 5,42 \cdot 10^{-19} / 8,15 \cdot 10^{14} = 6,65 \cdot 10^{-34} \text{ Js (del orden de magnitud de su valor correcto } 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js)}$$

Nota: no se da el valor real en el enunciado pero comprobamos cómo se aproxima al valor real

$$\text{Error relativo} = \frac{|h_{\text{obtenida}} - h_{\text{real}}|}{h_{\text{real}}} = \frac{6,65 \cdot 10^{-33} - 6,63 \cdot 10^{-34}}{6,63 \cdot 10^{-34}} = 0,003 = 0,3\% \text{ Buena aproximación.}$$

b) Si sustituimos el valor de h obtenido en el apartado anterior en cualquiera de las expresiones anteriores, por ejemplo en la primera

$$W_{\text{extracción}} = 6,65 \cdot 10^{-34} \cdot 2,5 \cdot 10^{15} - 1,15 \cdot 10^{-18} = 5,125 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

2000-Septiembre

Cuestión 5.-





a) El intervalo de frecuencias es

$$f_{\text{rojo}} = c/\lambda_{\text{rojo}} = 3 \cdot 10^8 / 740 \cdot 10^{-9} = 4,05 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{violeta}} = c/\lambda_{\text{rojo}} = 3 \cdot 10^8 / 390 \cdot 10^{-9} = 7,69 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

El intervalo de energías es

$$E_{\text{rojo}} = h \cdot f_{\text{rojo}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,05 \cdot 10^{14} = 2,69 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1,68 \text{ eV}$$

$$E_{\text{violeta}} = h \cdot f_{\text{violeta}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 7,69 \cdot 10^{14} = 5,10 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3,19 \text{ eV}$$

$$b) \lambda_{\text{De Broglie}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Asociar una energía a los electrones implica asociarles una energía cinética, que puede provenir de la aceleración con cierta diferencia de potencial como sugieren las unidades eV.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}}$$

$$v_{\text{rojo}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,69 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 7,69 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{violeta}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,10 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 1,06 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie Rojo}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 7,69 \cdot 10^5} = 9,47 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$\lambda_{\text{De Broglie Violeta}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,06 \cdot 10^6} = 6,87 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

2000-Junio

Cuestión 5.-

Enunciado: el principio de incertidumbre o indeterminación de Heisenberg, enunciado en 1927, establece la imposibilidad de determinar simultáneamente y con precisión arbitraria, ciertos pares de variables físicas, como son la posición y el momento lineal, o la energía y el tiempo.

Matemáticamente se puede enunciar de dos maneras

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} = \frac{h}{4\pi} \quad \Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Significado físico: desde un punto de vista clásico donde se asume el determinismo, se suele explicar asociado al efecto del observador, ya que el proceso de medición para obtener un valor de la medida, supone una perturbación mayor cuanto más pequeña es el valor a medir: debe existir interacción mínima para obtener posición. Por ejemplo al medir posición y momento lineal de un electrón, en el proceso de medida usamos un fotón que perturba al electrón, perturbación imposible eliminar porque el fotón siempre tendrá cierta cantidad de energía, y que siempre se modifican los valores a medir al realizar la medida.

Esta descripción clásica omite el principal aspecto del principio de incertidumbre: establece un límite más allá del cuál los conceptos de la física clásica no se pueden emplearse. No sólo implica no poder conocer la posición en un instante, sino que en escala cuántica las partículas no siguen una trayectoria determinada, ya que eso implicaría conocer en todo momento posición y momento. Dos ejemplos que muestran que la idea de trayectoria clásica no tiene sentido son los orbitales y el experimento de la doble rendija. Si hubiera determinismo clásico, tuviera una posición y momento con valores conocidos, aunque no los pudiésemos medir, la partícula sí seguiría una trayectoria clásica, pero eso no es así. La mecánica cuántica es determinista en la evolución probabilidades, pero no en valores medidos.

Es importante destacar el valor tan pequeño de la constante de Planck que aparece en el principio de incertidumbre, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, lo que hace que a nivel macroscópico el principio de incertidumbre sea inapreciable.

A. Problema 2.-

a) La frecuencia de la radiación es $f = c/\lambda = 3 \cdot 10^8 / 600 \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

La energía de cada fotón $E_{\text{fotón}} = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3,32 \cdot 10^{-19} \text{ J}$





La potencia es energía por unidad de tiempo, $P=E/t$, luego la energía de la radiación en un segundo es $E_{\text{radiación}}=P \cdot t=0,54 \cdot 1=0,54 \text{ J}$

El número de fotones por segundo será $E_{\text{radiación}}/E_{\text{fotón}}=0,54/3,32 \cdot 10^{-19}=1,63 \cdot 10^{18}$ fotones/s

b) $h \cdot f_{\text{umbral}}=h \cdot c/\lambda_{\text{umbral}}=W_{\text{extracción}} \rightarrow \lambda_{\text{umbral}}=h \cdot c/W_{\text{extracción}}$

$$\lambda_{\text{umbral}}=6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8/(2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})=6,22 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 622 \text{ nm}$$

c) $E_{\text{incidente}}=W_{\text{extracción}} + E_{\text{cmáx}} \rightarrow E_{\text{cmáx}}=E_{\text{incidente}}-W_{\text{extracción}}=3,32 \cdot 10^{-19} - 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}=1,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$

$$E_{\text{cmáx}}=\frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \Rightarrow v_{\text{máx}}=\sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{cmáx}}}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-20}}{9,1 \cdot 10^{-31}}}=1,62 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

d) En el cátodo (+) es donde se emiten electrones, que llegan al ánodo (-). No se indica explícitamente, pero asumimos que el potencial se aplica de manera que se están acelerando los electrones; los electrones son partículas con carga negativa y se mueven hacia potenciales mayores, luego 100 V sería la diferencia de potencial de ánodo menos cátodo. Si fueran 100 V de diferencia de potencial entre cátodo y ánodo, sería un potencial de frenado, que sería suficientemente alto para que los electrones nunca llegasen al ánodo, ya que $E_{\text{cmáx}}=1,2 \cdot 10^{-20}/1,6 \cdot 10^{-19}=0,075 \text{ eV}$.

La aceleración con una diferencia de potencial supone aumentar su energía en

$$E=q \cdot V=1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100=1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

La energía cinética máxima de llegada al ánodo sería $1,2 \cdot 10^{-20} + 1,6 \cdot 10^{-17}=1,6012 \cdot 10^{-17} \text{ J}$

$$E_{\text{cmáx}}=\frac{1}{2} m v_{\text{máx}}^2 \Rightarrow v_{\text{máx}}=\sqrt{\frac{2 \cdot E_{\text{cmáx}}}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 1,6012 \cdot 10^{-17}}{9,1 \cdot 10^{-31}}}=5,93 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Esta velocidad es un 2% ($5,93 \cdot 10^6/3 \cdot 10^8 \approx 0,02$) de la velocidad de la luz, luego se podría contemplar energía relativista con el aumento de masa relativista, que haría que la velocidad fuese algo menor.

2000-Modelo

Cuestión 5.-

a) Usamos la expresión de momento lineal no relativista tal y como indica el enunciado.

$$\lambda_{\text{De Broglie}}=\frac{h}{p}=\frac{h}{m v} \quad \frac{\lambda_{\text{De Broglie protón}}}{\lambda_{\text{De Broglie electrón}}}=\frac{\frac{h}{m_p v_p}}{\frac{h}{m_e v_e}}=\frac{m_e v_e}{m_p v_p}$$

Si $v_e=v_p$, como $m_p > m_e$, tenemos que $\lambda_{\text{De Broglie electrón}} > \lambda_{\text{De Broglie protón}}$

b) Usamos la expresión de energía cinética no relativista tal y como indica el enunciado.

Si $E_{ce}=E_{cp} \Rightarrow m_e v_e^2=m_p v_p^2 \Rightarrow \frac{v_e}{v_p}=\sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$ y sustituyendo

$$\frac{\lambda_{\text{De Broglie protón}}}{\lambda_{\text{De Broglie electrón}}}=\frac{m_e}{m_p} \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}=\sqrt{\frac{m_e}{m_p}} \quad \text{Como } m_p > m_e, \text{ tenemos que } \lambda_{\text{De Broglie electrón}} > \lambda_{\text{De Broglie protón}}$$

B. Problema 2.-

a) La intensidad es potencia por unidad de superficie, $I=P/S$, y la sección de superficie del haz es, siendo el diámetro según enunciado 10^{-3} m , $S=\pi r^2=\pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3})^2=\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$

$$I=10 \cdot 10^{-3}/(\pi \cdot 2,5 \cdot 10^{-7})=1,27 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2$$

b) La frecuencia de la radiación es $f=c/\lambda=3 \cdot 10^8/630 \cdot 10^{-9}=4,76 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

La energía de cada fotón $E_{\text{fotón}}=h \cdot f=6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,76 \cdot 10^{14}=3,16 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

La potencia es energía por unidad de tiempo, $P=E/t$, luego la energía del láser en un segundo es

$$E_{\text{láser}}=P \cdot t=10 \cdot 10^{-3} \cdot 1=10^{-2} \text{ J}$$

El número de fotones por segundo será $E_{\text{láser}}/E_{\text{fotón}}=10^{-2}/3,16 \cdot 10^{-19}=3,16 \cdot 10^{16}$ fotones/s

