Como los ejercicios se ponen en orden cronológico inverso, añadir nuevos ejercicios al principio implica recolocar todas las páginas posteriores con todos los diagramas; para evitarlo se intentan dejar fijas las hojas finales y a veces se insertan espacios en blanco deliberadamente.
En la resolución de estos ejercicios de óptica geométrica se usa norma DIN 1335, lo que supone un convenio concreto de signos y de símbolos utilizados. Para más información consultar los apuntes sobre óptica geométrica donde se detalla la norma DIN 1335 (ver código QR junto a este texto)
*En los criterios específicos de corrección de Física se indica "la calificación ...**en múltiplos de 0,25 puntos**", por lo que un error resta al menos 0,25 puntos. Se comentan ideas de errores que pueden restar, a veces son fallos habituales comentados en actas EvAU. Se comentan algunos fallos genéricos y algunos asociados a óptica geométrica:*
- No indicar las unidades correctamente, no pasar a SI o mezclar unidades en los cálculos.
- No citar norma DIN 1335 y su convenio de signos y asignar signos mal a datos, que pueden no tenerlos explícitamente en el enunciado, lo que lleva a error en los cálculos y signos. El aumento tiene signo.
- No realizar el trazado de rayos correctamente: norma DIN 1335 indica que es obligatorio que el rayo indique su sentido de propagación, y que trazado de rayo sea discontinuo si es una prolongación.
- Las ecuaciones de espejos y lentes delgadas son válidas en aproximación paraxial: se puede citar la idea /validar si la aproximación paraxial es válida (se hace en estas soluciones), pero en 2º Bach no se hacen problemas sin ser válida

2024-Modelo

A.4. a y b) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para un espejo esférico cóncavo su radio es negativo y R=-60 cm, y la posición de la imagen es negativa, s=-80 cm. Tomamos y= 5 cm.

Usamos la ecuación de espejos válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ y f'=R/2=-30 cm

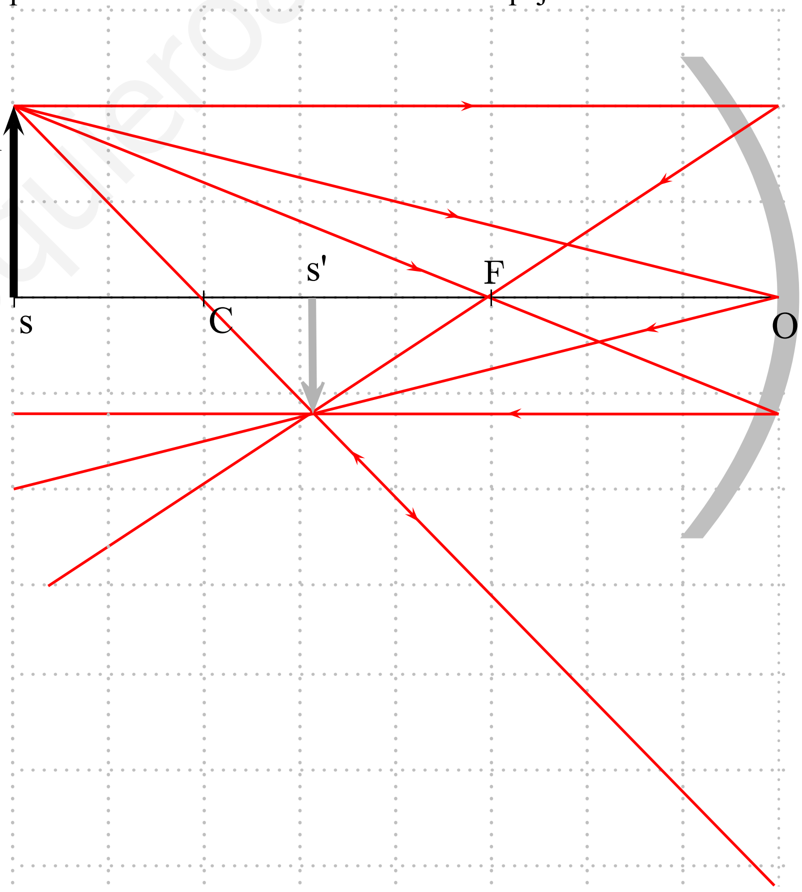
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-80}=\frac{2}{-60}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{-1}{30}+\frac{1}{80}}=-48\,cm$$

Calculamos el tamaño de la imagen a partir del aumento lateral asociado a espejos

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(-48)}{-80}=-0{,}6$$

$$y'=A\,y=-0{,}6\cdot 5=-3\,cm$$

Al ser el aumento negativo la imagen es invertida.
Realizamos el trazado de rayos con tres rayos principales, aunque enunciado solo pide el rayo principal que sale del objeto paralelo al eje óptico y el rayo principal que pasa por el centro de curvatura del espejo.
Como se da el tamaño de la imagen validamos la aproximación de rayos paraxiales. y/f =5/30= 0,17. El error de asumir 0,17=sen(0,17) es menor del 1%, aceptable.



2023-Julio

B.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal imagen es positiva. La posición es negativa, s=-30 cm.

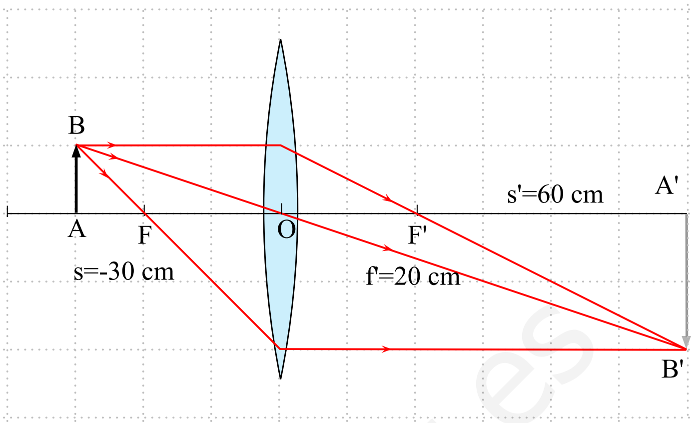
El aumento lateral negativo indica que la imagen es invertida.

$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow -2=\frac{s'}{s}\Rightarrow s'=-2s=60\,cm$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ y P=1/f'

$\frac{1}{0,6}-\frac{1}{-0,3}=P=5\,dioptrías$

(a nivel informativo para trazado f'=1/P=0,2 m = 20 cm)



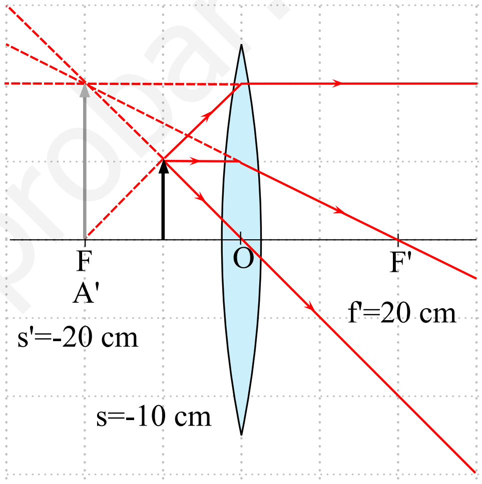
b) Ahora $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow +2=\frac{s'}{s}\Rightarrow s'=+2s$

$\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=5\Rightarrow s=\frac{-1}{5}\cdot 2=-0,1\,m=-10\,cm$

(a nivel informativo para trazado s'=-20 cm, misma posición que f)

Realizamos ambos trazados de rayos aunque enunciado solo lo pide explícitamente para la segunda situación.

Como no se da el tamaño de la imagen no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales



2023-Junio-Coincidentes

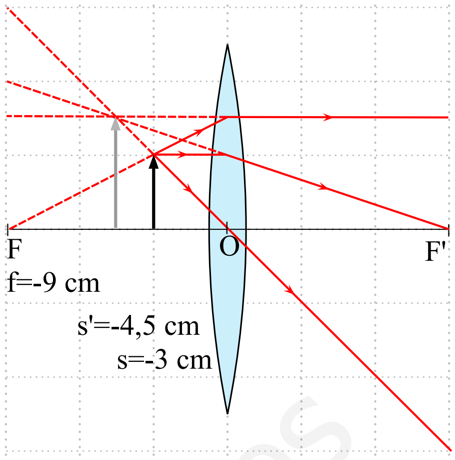
A.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335.
En la situación A s=-3 cm, y=2 cm, y'=3 cm (al indicarse "derecha" que quiere decir no invertida)

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{s'}{s}\Rightarrow s'=1{,}5s=-4{,}5\,cm$$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{-4{,}5}-\frac{1}{-3}=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=\frac{1}{\frac{-1}{4{,}5}+\frac{1}{3}}=9\,cm$$

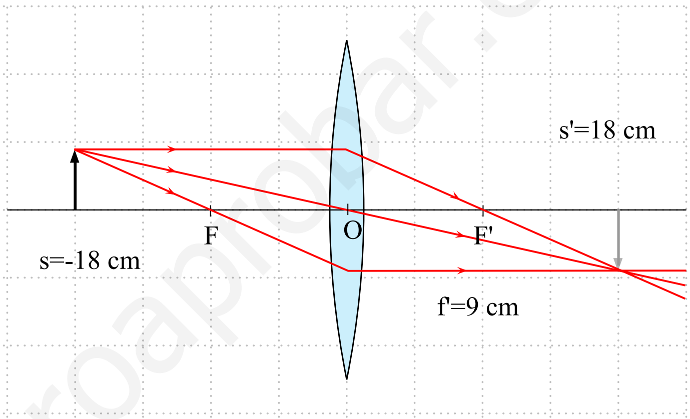


b) En la situación B s=-18 cm, aumento negativo (no asumimos que "invertida" del enunciado quiera decir sin más invertida con A=-1)

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-18}=\frac{1}{9}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{9}-\frac{1}{18}}=18\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{18}{-18}=-1$$

Realizamos el trazado de rayos de ambas situaciones.



Como se da el tamaño de la imagen validamos la aproximación de rayos paraxiales. y/f =2/9= 0,22. El error de asumir 0,22=sen(0,22) es menor del 1%, aceptable.

2023-Junio

A.4. a) Si la imagen se forma sobre una pantalla, es real. Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal imagen es positiva. La posición es negativa, s_1=-14,2 cm, y_1= 2 cm, s_1'=18-14,2=3,8 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Con esta primera lente

$$\frac{1}{3{,}8}-\frac{1}{-14{,}2}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow f_1'=\frac{1}{\frac{1}{3{,}8}+\frac{1}{14{,}2}}\approx 3\,cm$$

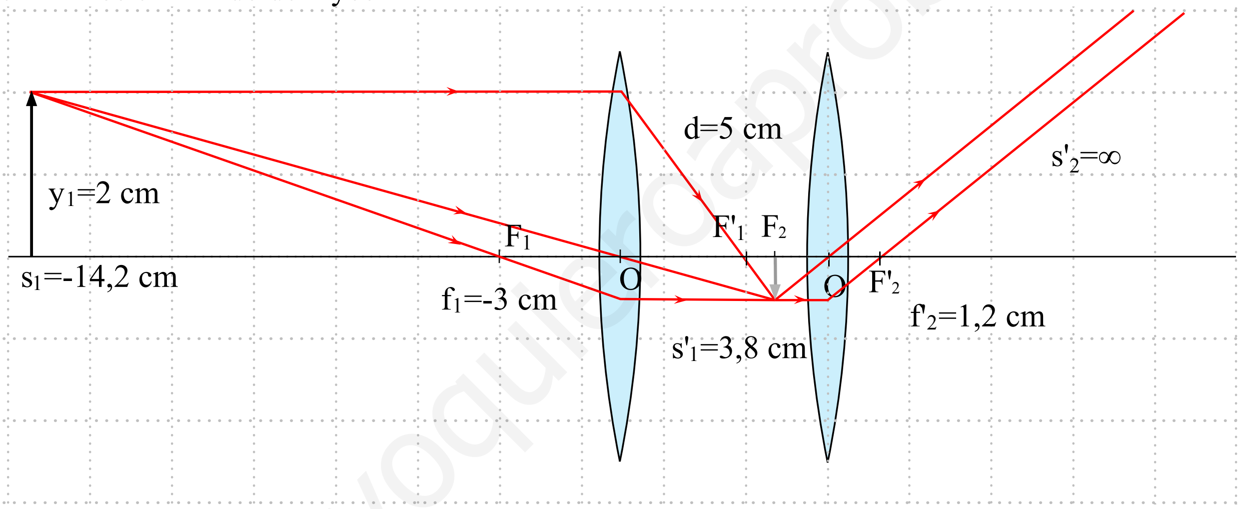
$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}\Rightarrow y'_1=\frac{s_1'}{s_1}y_1=\frac{3{,}8}{-14{,}2}2=0{,}267\cdot 2=-0{,}535\,cm$$

b) Si la distancia entre lentes es de 5 cm, la posición de la imagen de la primera lente, que es el objeto de la nueva lente es s_2=3,8-5=-1,2 cm

Se puede ver que la posición es el foco objeto, por lo que no se formará imagen (se formará en el infinito). Si lo planteamos numéricamente con la ecuación de lente

$$\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{-1{,}2}=\frac{1}{1{,}2}\Rightarrow s_2'=\infty$$

Realizamos el trazado de rayos



Como se da el tamaño de la imagen validamos la aproximación de rayos paraxiales. y/f =2/3= 0,67. El error de asumir 0,67=sen(0,67) es mayor del 1%, cuestionable.

2023-Modelo

A.4. a) Si la imagen se forma a la derecha de la lente se trata de una lente convergente. Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal imagen es positiva. La posición es negativa s_1=-15 cm y s'_1=30 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Con esta primera lente

$$\frac{1}{30}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow f_1'=\frac{1}{\frac{1}{30}+\frac{1}{15}}=10\,cm \qquad A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{30}{-15}=-2$$

b) Se nos indica el aumento total, y sabiendo que y_2=y_1' podemos plantear

$$A_{total}=\frac{y_2'}{y_1}=\frac{y_2'}{y_2}\cdot\frac{y_2}{y_1}=\frac{y_2'}{y_2}\cdot\frac{y_1'}{y_1}=A_2\cdot A_1$$

Por lo tanto $+3=A_2\cdot(-2)\Rightarrow A_2=-1{,}5=\frac{s_2'}{s_2}\Rightarrow s_2'=-1{,}5\,s_2$

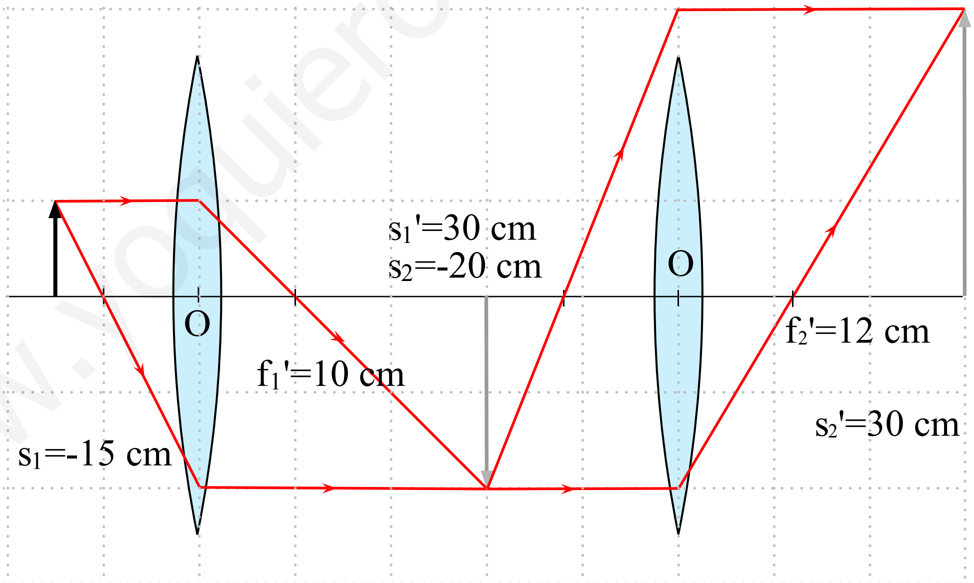
Se indica "distancia focal 12 cm pero entendemos que hace referencia a la distancia focal imagen, ya que se vemos que la segunda imagen tiene $|A_2|>1$ y en las divergentes siempre es menor que la unidad.

$$\frac{1}{-1{,}5\,s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{1+1{,}5}{-1{,}5\,s_2}=\frac{1}{12}\Rightarrow s_2=\frac{2{,}5\cdot 12}{-1{,}5}=-20\,cm$$

La posición respecto de la segunda lente s_2=s'_1-d, por lo que la distancia entre lentes es
$d=s_1'-s_2=A_1\cdot s_1-s_2=-2\cdot(-15)-(-20)=50$ cm
Se pide la distancia entre la primera lente y la imagen final que es
$d+s_2'=d+A_2\cdot s_2=50-1{,}5\cdot(-20)=80$ cm

Realizamos el trazado de rayos

No se da el tamaño de la imagen por lo que no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales.



2022-Julio-Coincidentes

A.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal imagen es positiva, f'_1= 20 cm y para lentes divergentes negativa, f'_2=-10 cm. La posición es negativa s_1=-30 cm y el tamaño positivo y_1=3 mm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Con la primera lente

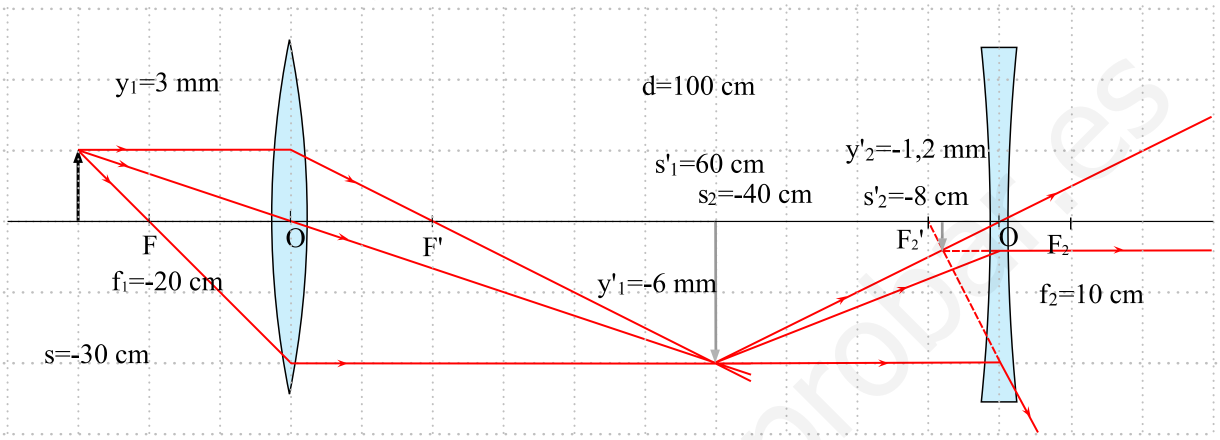
$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-30}=\frac{1}{20}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{20}-\frac{1}{30}}=60\,cm \qquad A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{60}{-30}=-2 \qquad y_1'=A_1\cdot y_1=-6\,mm$$

Al ser la distancia entre lente de 100 cm, la posición respecto de la segunda lente $s_2=s'_1-d=-40$ cm
Con la segunda lente

$$\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{-40}=\frac{1}{-10}\Rightarrow s_2'=\frac{1}{\frac{1}{-10}-\frac{1}{40}}=-8\,cm \qquad A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{-8}{-40}=0{,}2$$

$$y_2'=A_2\cdot y_2=-1{,}2\,mm$$

b) Realizamos el trazado de rayos



Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =0,03/20 = 0,0015. El error de asumir 0,0015=sen(0,0015) es menor del 1%, aceptable.

2022-Julio

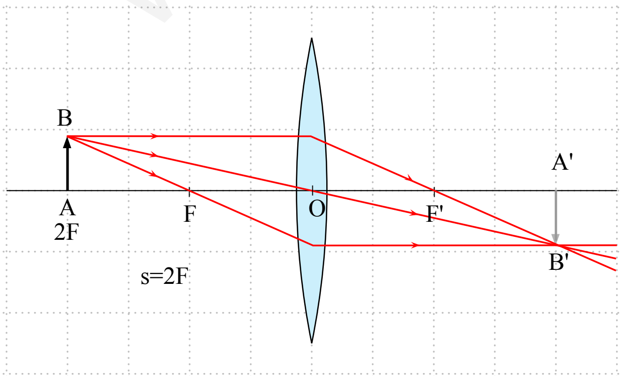
A.4. a) Si la imagen es real, la lente solo puede ser convergente ya que las divergentes forman siempre imágenes virtuales. Si la imagen está invertida y es de igual tamaño, el aumento es -1, y se puede visualizar que la posición es igual a 2 veces la distancia focal objeto, s = 2f (Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal objeto es negativa, y la posición del objeto también es negativa).
Como se pide determinar en función de f' las posiciones del objeto y de la imagen, obtenemos las expresiones usando la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{h}{-h}=-1\Rightarrow s'=-s$$

La expresión de la posición del objeto en función de f' es $\frac{1}{-s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s=-2f'$

La expresión de la posición del objeto en función de f' es $s'=2f'$

b) Hacemos un trazado de rayos cualitativo en el que no es necesario validar la aproximación paraxial.



2022-Junio-Coincidentes

A.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal imagen es positiva, $f'_A = 2$ cm, y la posición es negativa $s_1=-3$ cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-3}=\frac{1}{2}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=6\,cm \qquad A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{6}{-3}=-2 \qquad y_1'=A_1\cdot y_1=-2\,mm$$

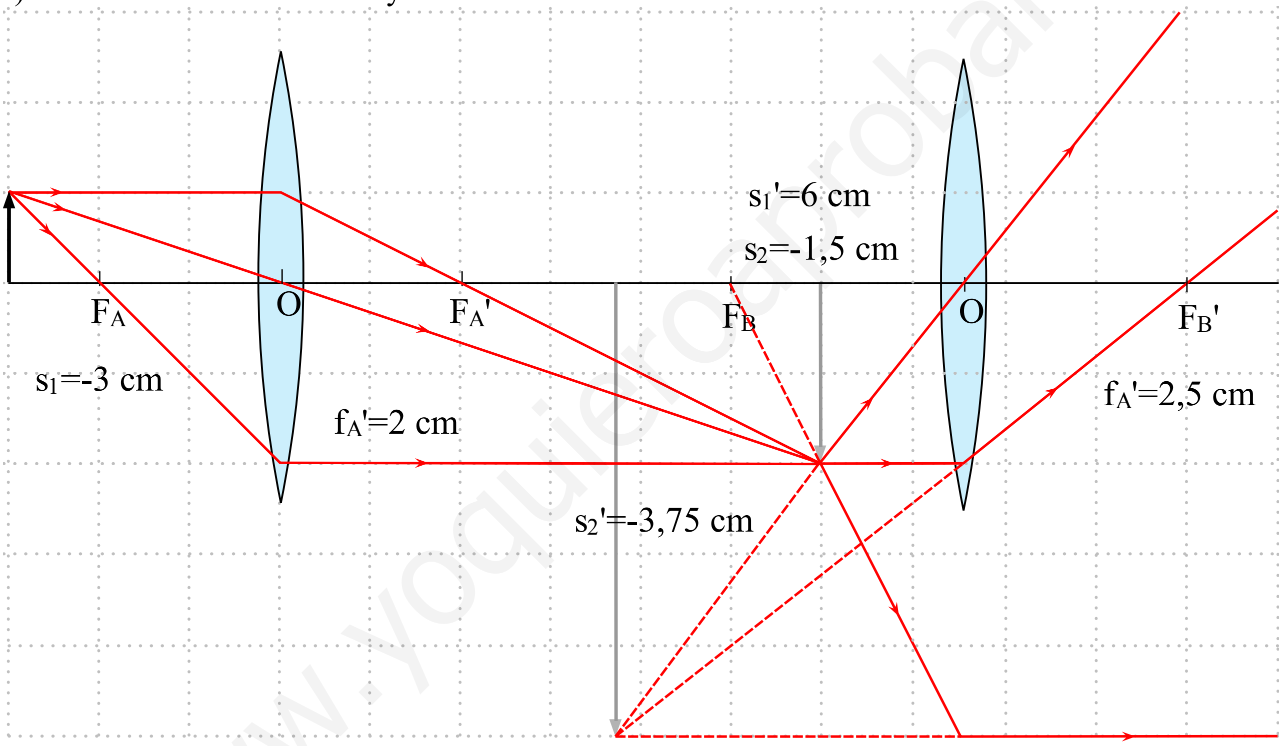
Si la segunda lente forma una imagen final virtual e invertida, la segunda lente no invierte la imagen. $A_2=y_2'/y_2=-5/-2=2{,}5$

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}\Rightarrow s_2'=2{,}5\,s_2 \qquad \frac{1}{2{,}5\,s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{2{,}5}\Rightarrow\frac{-1{,}5}{2{,}5\,s_2}=\frac{1}{2{,}5}\Rightarrow s_2=-1{,}5\,cm$$

$s_2'=2{,}5\cdot(-1{,}5)=-3{,}75$ cm

Como la imagen formada por la lente A es el objeto para la lente B, la distancia entre lentes debe ser $d=s_1'-s_2=6-(-1{,}5)=7{,}5$ cm

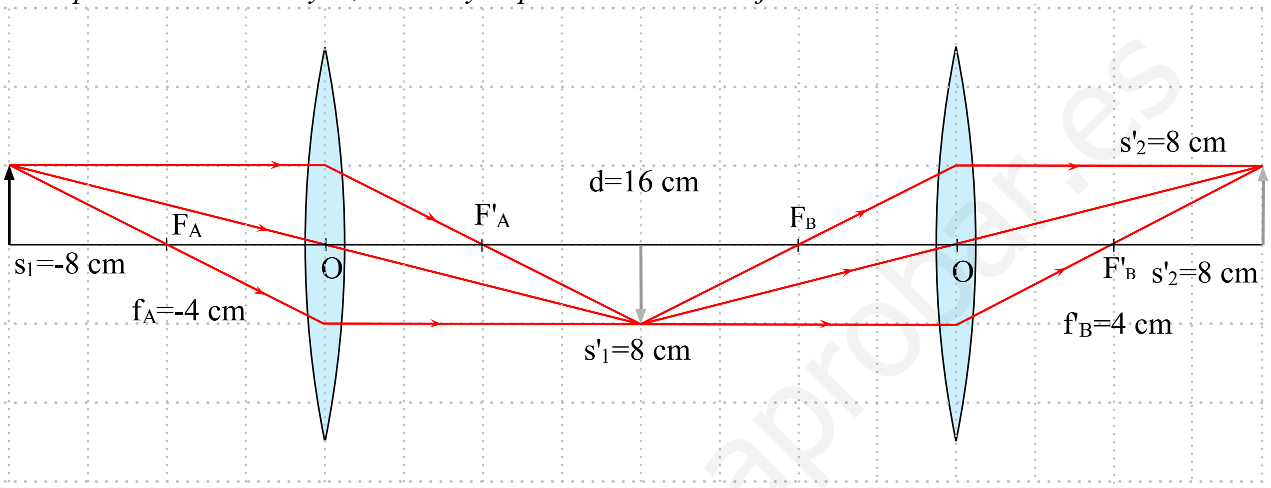
b) Realizamos el trazado de rayos

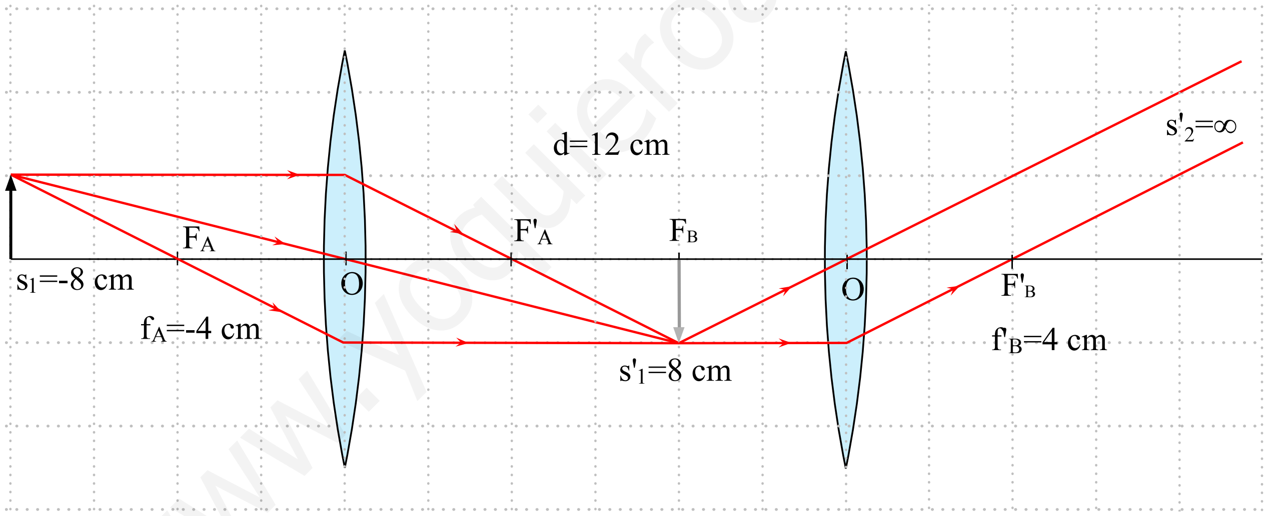


Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =0,1/2 = 0,05. El error de asumir 0,05=sen(0,05) es menor del 1%, aceptable.

2022-Junio

A.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para lentes convergentes la distancia focal imagen es positiva. Aumento -1 implica imagen invertida a tamaño natural, y eso solo ocurre cuando la posición del objeto es s=2f. Como la imagen de la primera lente pasa a ser el objeto de la segunda, y la distancia entre ellas es de 16 cm, la primera imagen se forma en el centro de ambas.
Por lo tanto s_1=-8 cm y s_2=-8 cm, ambas posiciones respecto a cada lente.
f=s/2=-4 cm, luego f'=4 cm=0,04 m y P=1/f'=25 dioptrías.
b) Para que la imagen de la segunda lente se forme en el infinito el objeto debe estar en su foco objeto, por lo que se deberá desplazar 4 cm hacia la izquierda, de modo que la distancia entre lentes pase a ser de 12 cm.
No se pide trazado de rayos, se incluyen para visualizar mejor cada situación.





2022-Modelo

A.4. Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y la posición del objeto es negativa.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

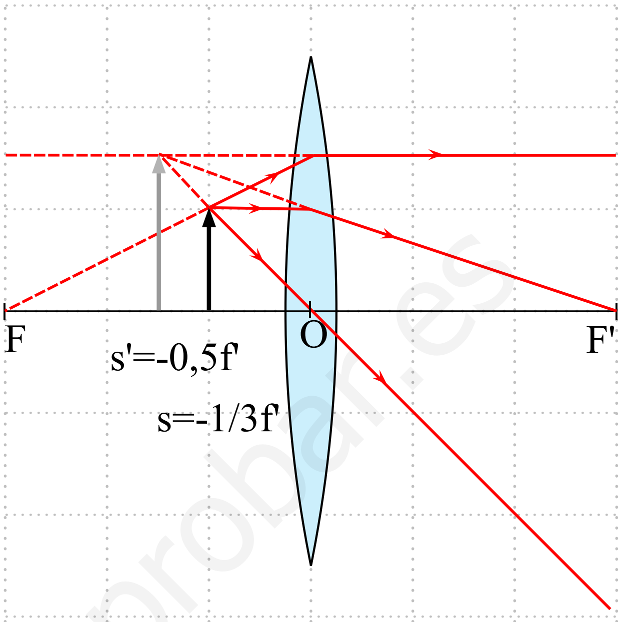
a) s=-f'/3

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-f'/3}=\frac{1}{f'}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{f'}-\frac{3}{f'}}=\frac{-f'}{2}$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-f'/2}{-f'/3}=\frac{3}{2}$$

Aumento positivo y de módulo mayor que 1, imagen mayor no invertida, virtual.



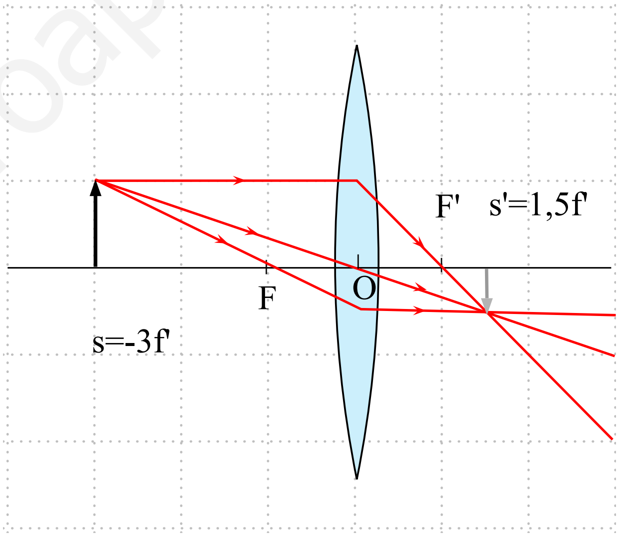
b) s=-3f'

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-3f'}=\frac{1}{f'}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{f'}-\frac{1}{3f'}}=\frac{3}{2}f'$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{3/2\cdot f'}{-3f'}=\frac{-1}{2}$$

Aumento negativo y de módulo menor que 1, imagen menor invertida, real.



2021-Julio

A.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'_B=30 cm, s_1=-15 cm y s_2=75 cm (usamos subíndice 1 para primera lente y 2 para la segunda)

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Calculamos la posición del objeto para la segunda lente.

$$\frac{1}{75}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{30}\Rightarrow s_2=\frac{1}{\frac{1}{75}-\frac{1}{30}}=-50\,cm$$

Como la distancia entre lentes es de 80 cm y la imagen de la primera es el objeto de la segunda, la posición de la imagen respecto a la primera lente es 30 cm.
Calculamos la distancia focal para la primera lente.

$$\frac{1}{30}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{f'_A}\Rightarrow f'_A=\frac{1}{\frac{1}{30}+\frac{1}{15}}=10\,cm$$

El tamaño de la imagen formada por la primera lente

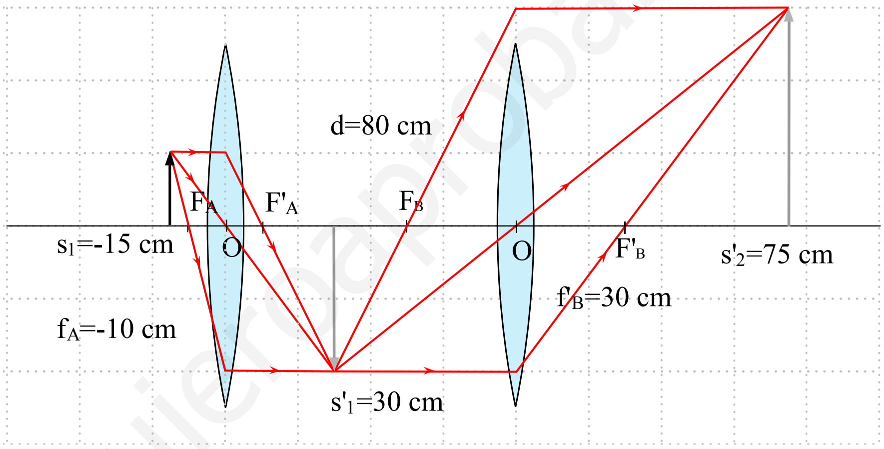
$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}$$

$$y_1'=\frac{30}{-15}\cdot 5=-10\,cm$$

El tamaño de la imagen formada por el sistema

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}$$

$$y_2'=\frac{75}{-50}\cdot(-10)=15\,cm$$



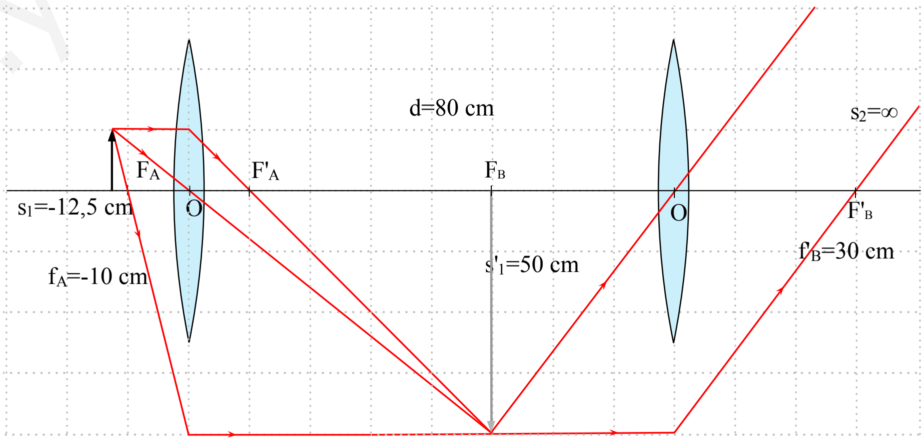
No se pide explícitamente trazado de rayos pero lo realizamos

b) Si la imagen de la segunda lente se forma en el infinito, la posición del objeto es el foco objeto de la segunda lente, que es s_2=-30 cm, por lo que la posición de la imagen de la primera lente será s'_2=50 cm. Calculamos la posición para la primera lente

$$\frac{1}{50}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{10}$$

$$s_1=\frac{1}{\frac{1}{50}-\frac{1}{10}}=-12{,}5\,cm$$

No se pide explícitamente trazado de rayos pero lo realizamos



Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =5/10 = 0,5. El error de asumir 0,5=sen(0,5) es mayor del 4%, cuestionable.

2021-Junio-Coincidentes

A.4.) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'_A=4 cm, f'_B=7 cm y s_1=-5 cm (usamos subíndice 1 para primera lente y 2 para la segunda)

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Calculamos la posición de la imagen formada por la primera lente.

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-5}=\frac{1}{4}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}=20\,cm$$

El tamaño de la imagen formada por la primera lente $A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}\Rightarrow y_1'=\frac{20}{-5}\cdot 2=-8\,mm$

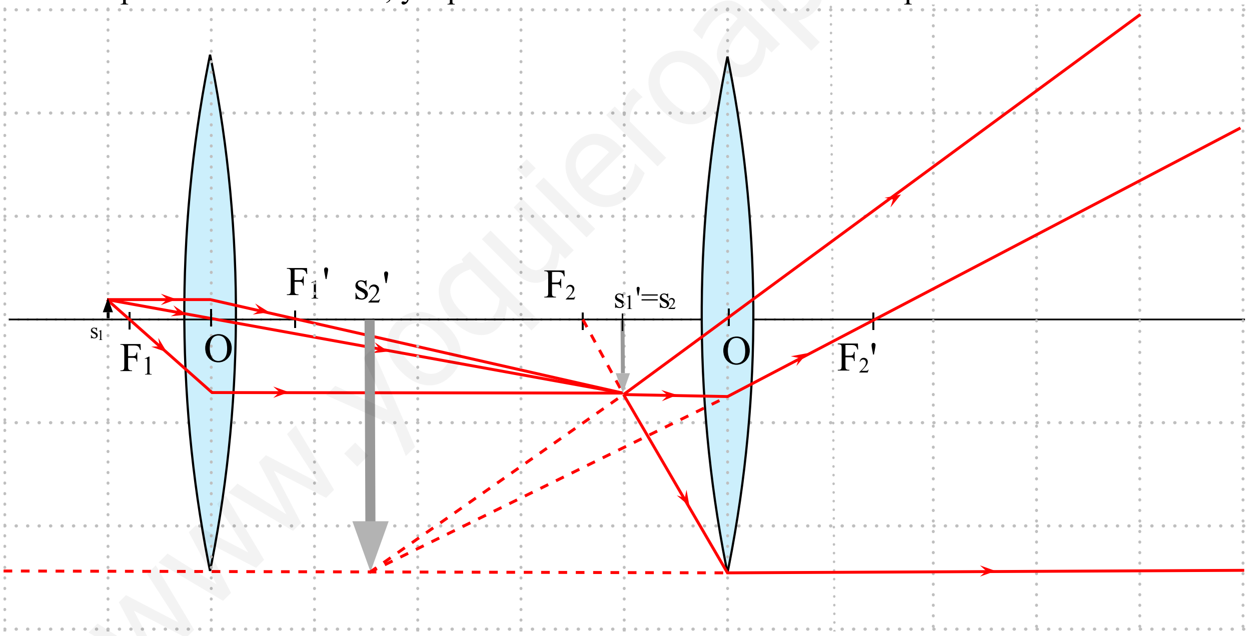
Como la distancia entre lentes es de 25 cm y la imagen de la primera es el objeto de la segunda, la posición del objeto respecto a la segunda lente es -5 cm.

Calculamos la posición de la imagen formada por la segunda lente.

$$\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{-5}=\frac{1}{7}\Rightarrow s_2'=\frac{1}{\frac{1}{7}-\frac{1}{5}}=-17{,}5\,cm$$

El tamaño de la imagen final formada $A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}\Rightarrow y_2'=\frac{-17{,}5}{-5}\cdot(-8)=-28\,mm$

b) Se pide trazado de rayos explícitamente: al haber un aumento de -14 (pasa de 2 mm a -28 mm, el trazado es poco visible a escala, ya que cualitativamente es un microscopio.



Validamos la aproximación de rayos paraxiales: 0,2/4 =0,05. El error de asumir 0,05=sen(0,05) es menor del 1%, aceptable

2021-Junio

A.4. Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'=1/40=0,025 m=2,5 cm y s_1=-15 cm. Como se habla en apartado b de una segunda lente, para la primera usamos subíndice 1

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}$

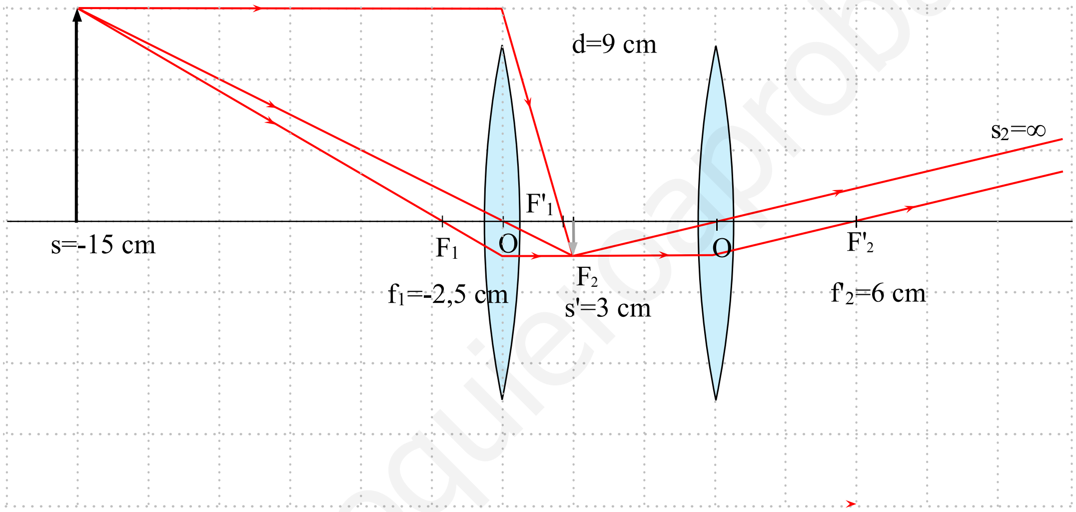
Calculamos la posición de la imagen formada por la primera lente.

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{2,5}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{2,5}-\frac{1}{15}}=3\,cm$$

El tamaño de la imagen formada por la primera lente $A_1=\frac{y_1'}{y}=\frac{s_1'}{s_1}\Rightarrow y_1'=\frac{3}{-15}\cdot 2=-0,4\,mm$

b) Para que la imagen se forme en el infinito, el objeto de la segunda lente debe estar situado en su foco objeto. Como la segunda lente es convergente, su foco objeto es negativo por lo que $s_2=f_2=-6$ cm. El objeto de la segunda lente es la imagen de la primera. Llamando d a la separación entre lentes, $s_2=s_1-d \rightarrow d=s_1-s_2=3-(-6)=9$ cm.

No se pide trazado y no sería necesario, pero se incluye



Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =0,2/6 = 0,003. El error de asumir 0,003=sen(0,003) es menor del 1%, aceptable.

2021-Modelo

A.4. Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'=20 cm y s_1=-25 cm.

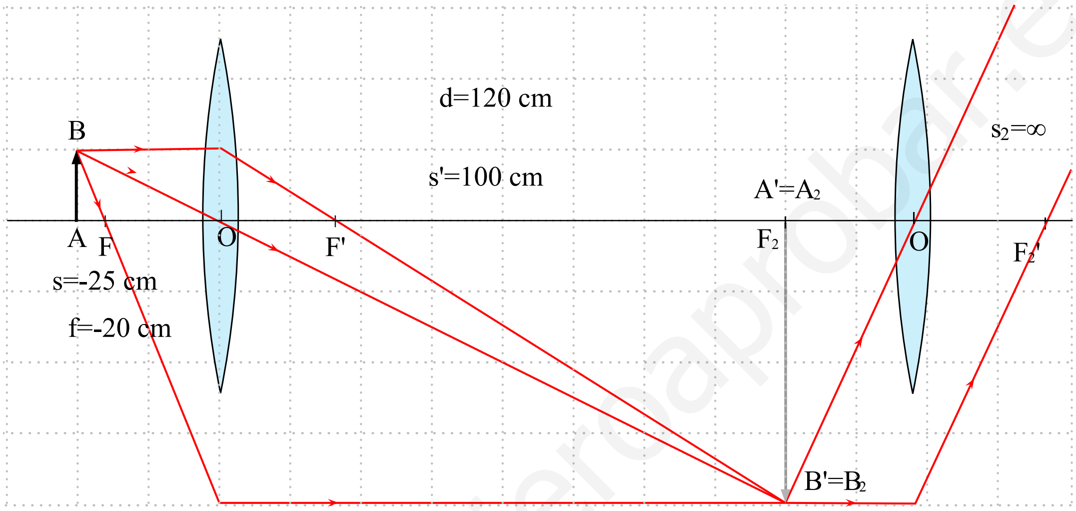
Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}$

Calculamos la posición de la imagen formada por la primera lente.

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-25}=\frac{1}{20}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{20}-\frac{1}{25}}=100\,cm$$

Esa imagen pasa a ser el objeto de la segunda lente: si queremos que la imagen se forme en el infinito, el objeto de la segunda imagen tiene que estar situado en el foco objeto, s_2=-20 cm.
Llamando d a la separación entre lentes, $s_2=s_1-d \rightarrow d=s_1-s_2=100-(-20)=120$ cm.

b) Realizamos trazado



Al no darse tamaño del objeto no es necesario validar la aproximación paraxial.

2020-Septiembre

B.4. Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'=1/P=0,4 m = 40 cm.

a) Si el aumento es del doble y es "derecha" (no invertida), es positivo.

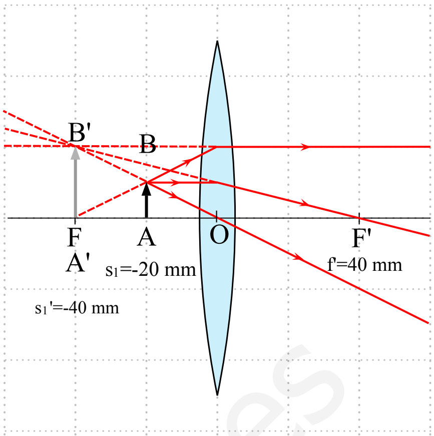
$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=2\Rightarrow s_1'=2s_1$$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{2s_1}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{40}\Rightarrow s_1=\frac{40\cdot(1-2)}{2}=-20\,cm$$

Realizamos trazado: la imagen es virtual.



b) Si el aumento es la mitad y es invertida, es negativo.

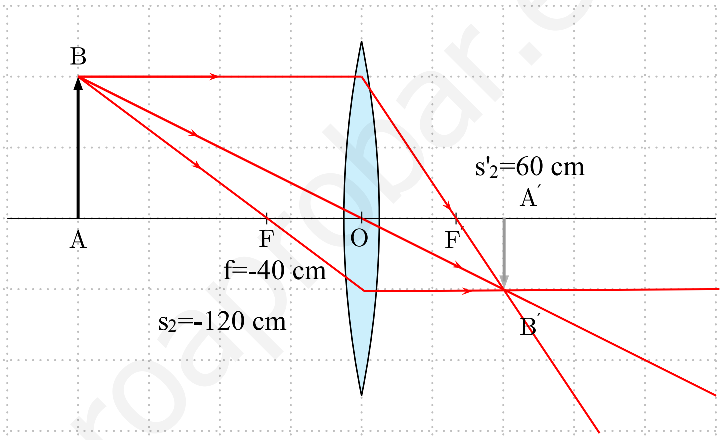
$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{-1}{2}\Rightarrow s_2'=\frac{-1}{2}s_2$$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{\frac{-1}{2}s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{40}$$

$$s_2=40\cdot(-2-1)=-120\,cm$$

Realizamos trazado: la imagen es real.



Al no darse tamaño del objeto no es necesario validar la aproximación paraxial.

2020-Julio-Coincidentes

B.4. a y b) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que la posición es negativa. En la pantalla se forma la imagen, por lo que 6 m es la distancia entre imagen y objeto s'-s=6 m. Si el aumento es 4 veces mayor y es invertida, es negativo.

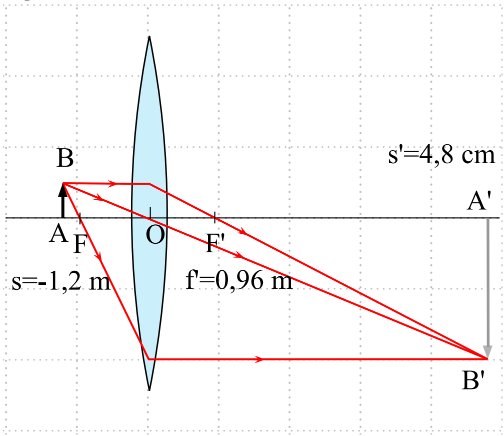
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-4\Rightarrow s'=-4s$$

$$6+s=-4s\Rightarrow -5s=6\Rightarrow s=\frac{-6}{5}=-1,2\,m$$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{-4\cdot(-1,2)}-\frac{1}{-1,2}=\frac{1}{f'}$$

$$f'=\frac{1}{\frac{1}{4,8}+\frac{1}{1,2}}=0,96\,m$$



Al no darse tamaño del objeto no es necesario validar la aproximación paraxial.

2020-Julio

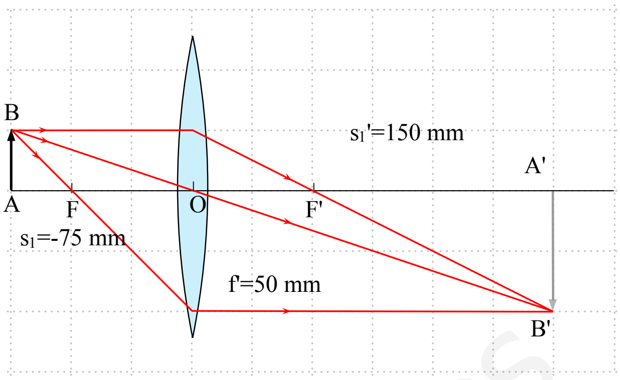
A.4. a) Usamos el convenio de signo DIN 1335, de modo que para una lente convergente la distancia focal imagen es positiva y f'=50 mm.

En la posición inicial el aumento es del doble, pero al estar invertida, es negativo.

$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=-2 \Rightarrow s_1'=-2 s_1$$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{-2 s_1}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{50} \Rightarrow s_1=\frac{50\cdot(-1-2)}{2}=-75\,mm$$



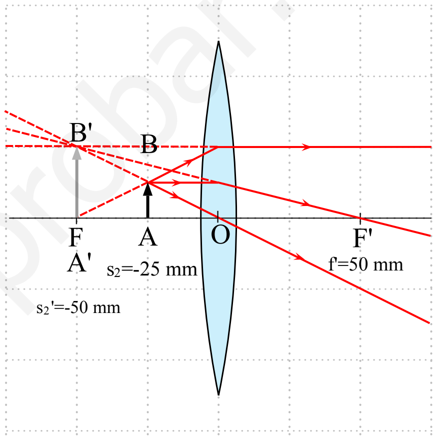
Se pide distancia entre imagen y lente que es s_1'=150 mm. No se pide trazado explícitamente pero lo realizamos.

b) En este caso el aumento es el doble, pero al no estar invertida, es positivo

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=2 \Rightarrow s_2'=2 s_2$$

Usamos de nuevo la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{2 s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{50} \Rightarrow s_2=\frac{50\cdot(1-2)}{2}=-25\,mm$$



Se pide distancia entre imagen y lente que es s_2'=-50 mm.
No se pide trazado explícitamente pero lo realizamos.
Al no darse tamaño del objeto no es necesario validar la aproximación paraxial.

2020-Modelo

A. Pregunta 4.-

a) Para calcular los radios utilizamos la ecuación del constructor de lentes

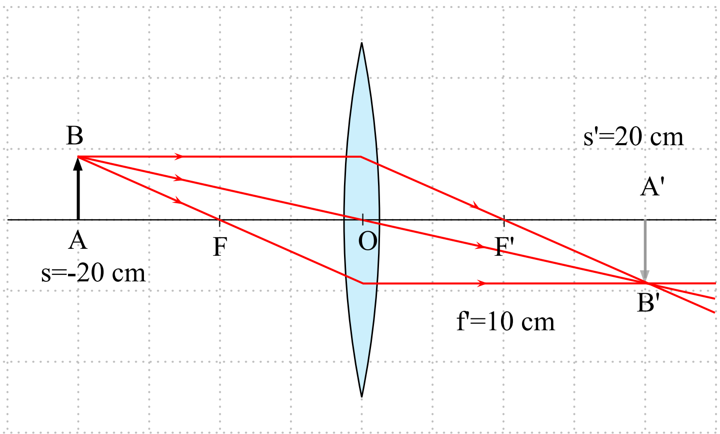
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=P=(n_L-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

La cara plana la consideramos con radio infinito.

Usamos la potencia en dioptrías como inversa de la distancia focal imagen, por lo que tomamos distancias en metros.

$$10=(1{,}6-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{\infty}\right)$$

$$R_1=\frac{0{,}6}{10}=0{,}06\,m=6\,cm$$

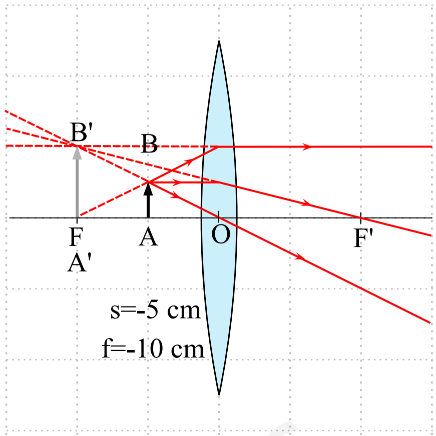


Utilizando el convenio de signos DIN 1335, podemos decir que f'=1/P=0,1 m = 10 cm, y s=-20 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-20}=\frac{1}{10} \Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{20}}=20\,cm$$

No se pide trazado explícitamente pero lo realizamos (aunque la lentes sea convexoplana, ponemos representación general de lente convergente).



b) Cuando una lente actúa como lupa, el aumento es positivo, y podemos plantear

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=2\Rightarrow s'=2s$$

Usamos de nuevo la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}1}\Rightarrow\frac{1-2}{2s}=\frac{1}{0{,}1}\Rightarrow s=\frac{-0{,}1}{2}=-0{,}05\,m=-5\,cm$$

s'=2s=-10 cm

No se pide trazado explícitamente pero lo realizamos

Al no darse tamaño del objeto no es necesario validar la aproximación paraxial.

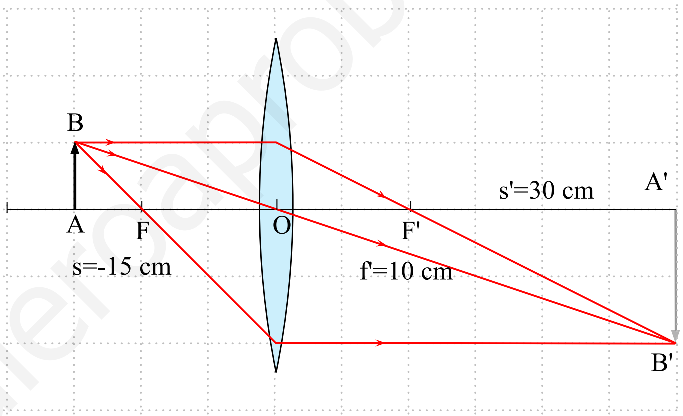
2019-Julio-Coincidentes

A. Pregunta 4.-

a) Si la imagen es real e invertida, se trata de una lente convergente. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, podemos decir que f' = 1/P = 1/10 = 0,1 m = 10 cm , y que s' = 30 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

$$\frac{1}{30}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow s=\frac{-1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{30}}=-15\,cm$$



Al estar invertida el aumento es negativo.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{30}{-15}=-2$$

$$y=\frac{y'}{-2}=\frac{-20}{-2}=10\,cm$$

Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y (una cuadrícula horizontal son 5 cm, en vertical son 20 cm). Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =20/10 = 2. El error de asumir 2=sen(2) sería mayor 100% y supone que no es válida la aproximación paraxial.

2019-Julio

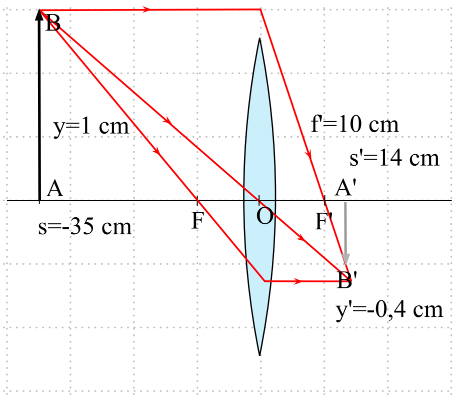
A. Pregunta 4.-

a) Si la lente es convergente y la imagen se forma a la derecha de la lente, la imagen es real e invertida. Usando el convenio de signos DIN 1335, podemos decir que s' = 14 cm, y que y = 1 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{14}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow s=\frac{-1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{14}}=-35\,cm$$



Al estar invertida el aumento es negativo.

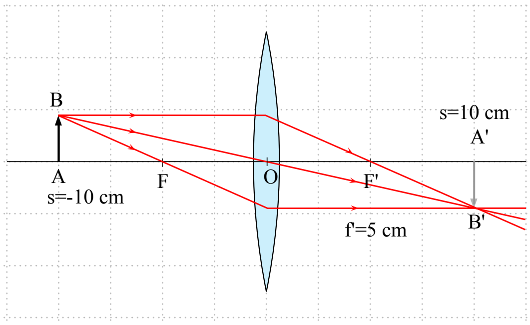
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{14}{-35}=\frac{-2}{5}$$

$$y'=\frac{-2}{5}y=\frac{-2}{5}\cdot 1=-0{,}4\,cm$$

Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y. Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =1/10 = 0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es menor 1%, aceptable.

2019-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 4.-



a) Usando el convenio de signos DIN 1335 f' = 1/P = 1/20 = 0,05 m = 5 cm. La posición de la imagen es s = -10 cm.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

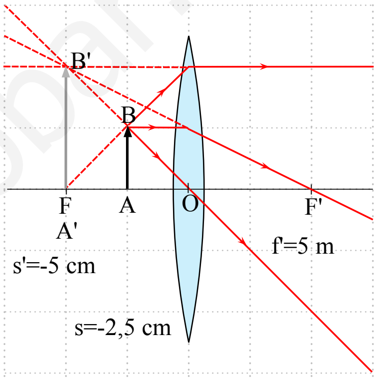
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-10}=\frac{1}{5}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}=10\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{10}{-10}=-1$$

$$y'=-1\,y=-1\cdot 4=-4\,cm$$

El aumento es negativo: se forma una imagen real e invertida.

Hacemos el trazado de rayos aunque no se pide explícitamente.



b) Con una lente convergente la imagen es virtual y no invertida si el objeto está entre el foco y la lente. El aumento en este caso sería A=y'/y=8/4=2, y la posición del objeto

$$\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{1-2}{2s}=\frac{1}{5}\Rightarrow s=\frac{-5}{2}=-2{,}5\,cm$$

La posición de la imagen será s'=A·s=2·(-2,5)=-5 cm.

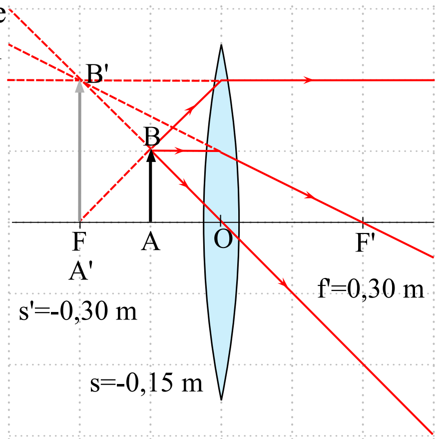
Hacemos el trazado de rayos aunque no se pide explícitamente.

Nota: el diagramas no se mantiene la proporción entre ejes x e y.

Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =4/5 = 0,2. El error de asumir 0,2=sen(0,2) es menor del 1%, aceptable.

2019-Junio

A. Pregunta 4.-



a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, podemos decir que f'=0,30 m al ser convergente. Si la imagen es virtual y derecha en una lente convergente, el objeto está situado entre foco y centro óptico, y el aumento es positivo. $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=2\Rightarrow s'=2s$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}3}\Rightarrow\frac{1-2}{2s}=\frac{1}{0{,}3}\Rightarrow s=\frac{-0{,}3}{2}=-0{,}15\,m$$

No se pide explícitamente trazado de rayos pero lo realizamos.

Al no darse tamaño del objeto no es necesario validar la aproximación paraxial.

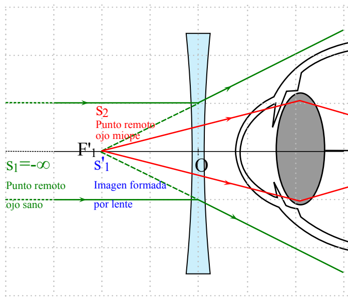
b) El punto remoto es el punto más lejano que el ojo puede enfocar de manera nítida, haciendo que la imagen se forme en la retina. En un ojo sano sería infinito, pero en un ojo miope el punto está más cercano, viéndose los objetos más alejados de manera no nítida.

En el enunciado nos indican que el punto remoto son 0,5 m.

La miopía se corrige con una lente divergente, de modo que la potencia es negativa.

Se pueden plantear de dos maneras:

-Ponemos una lente divergente que haga que la imagen de un objeto en el punto remoto de un ojo sano, infinito, se forme en el punto remoto del ojo miope, que es -0,5 m. Esa imagen virtual formada por la lente divergente será el objeto del ojo miope, y de esa manera la imagen a través del sistema lente + ojo miope se verá nítida. Para ello la distancia focal de esa lente será -0,5 m, y su potencia -2 dioptrías.



-Consideramos que potencia de la combinación de lentes es la suma de potencias. No se indica la separación entre lentes (cristalino con ojo miope y lente correctora), de modo que se puede asumir que son lentes que están en contacto, o aproximar separación entre lentes "d" es mucho menor que las distancias focales.
En ambos casos la distancia de la imagen es la misma, que es la distancia a la retina para que la imagen se vea nítida.

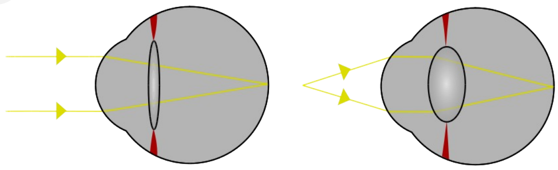
$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-0,5}=P_1 \Rightarrow s_1'=\frac{1}{P_1-2}$ $\quad \frac{1}{s_1'}-\frac{1}{\infty}=P_1+P_2 \Rightarrow s_1'=\frac{1}{P_1+P_2}$ Igualando, P_2=-2 dioptrías.

Comentario: en el currículo oficial se indica en contenidos "El ojo humano. Defectos visuales.", en criterios de evaluación "3. Conocer el funcionamiento óptico del ojo humano y sus defectos y comprender el efecto de las lentes en la corrección de dichos efectos." y en estándares de aprendizaje evaluables "3.1. Justifica los principales defectos ópticos del ojo humano: miopía, hipermetropía, presbicia y astigmatismo, empleando para ello un diagrama de rayos.", estando este estándar dentro de la matriz de especificaciones que regula la prueba. No hay una mención explícita al concepto de punto remoto que aparece en enunciado, aunque implícitamente se puede asociar a la comprensión de los defectos y su corrección con lentes.

2019-Modelo

A. Pregunta 4.-

a) La presbicia o vista cansada consiste en la pérdida consiste en que por edad se pierde capacidad de acomodación del ojo por rigidez del cristalino y disminuye capacidad de enfocar objetos cercanos. El cristalino es una lente convergente de potencia variable; por defecto el cristalino relajado supone enfocar a "punto remoto" que es infinito, y para enfocar objetos más próximos los músculos del ojo "comprimen" el cristalino aumentando su curvatura y haciendo que enfoque puntos más próximos, siendo el "punto próximo" habitual unos 25 cm.
Se corrige con lente convergente de pocas dioptrías (típico 1 a 3 dioptrías)

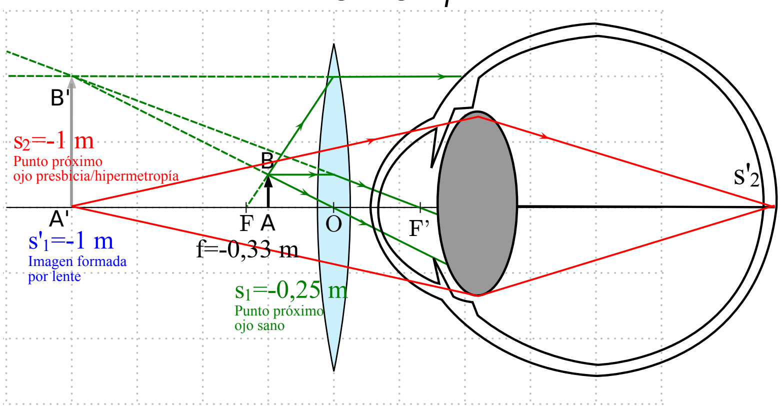

Acomodación: AzaToth, cc-by-sa, wikimedia

b) Si su punto próximo es de 1 m, esa es la menor distancia a la que esa persona con presbicia puede enfocar un objeto. Sin embargo distancia del objeto (el texto que quiere leer) es menor, 0,25 m, y es necesaria una lente de modo que la imagen que produzca sí sea visible. Usando convenio de signos DIN 1335, podemos decir que s=-0,25 m, y que s'=-1 m.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=P$

$$\frac{1}{-1}-\frac{1}{-0,25}=P \Rightarrow P=3\,dioptrías$$

$$f'=\frac{1}{P}=\frac{1}{3}m=0,33\,m$$



La potencia es positiva que indica que se trata de una lente convergente.
No se pide pero podemos hacer un trazado de rayos asociado a esta lente (no el ojo)

$$A_2=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-1}{-0,25}=4$$

La imagen es virtual, no invertida y mayor. *Al no tener tamaño del objeto no validamos la* *aproximación de rayos paraxiales, asumimos que es pequeño para cumplirse.*

2018-Julio

A. Pregunta 4.-

a) Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ en cada lente

Utilizando el convenio de signos DIN 1335, distancias focales de ambas son negativas, y en la primera lente s_1=-60 cm.

$$\frac{1}{s'_1}-\frac{1}{-60}=\frac{1}{-20}\Rightarrow s'_1=\frac{1}{\frac{1}{-20}+\frac{1}{-60}}=-15\,cm$$

$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{-15}{-60}=\frac{1}{4}\Rightarrow y'_1=\frac{1}{4}y_1=\frac{1}{4}\cdot 2=0{,}5\,cm$$

En una lente divergente la imagen siempre es virtual, no invertida y menor. Al ser su posición negativa está a la izquierda del centro óptico de la primera lente.

Se pide explícitamente solamente el trazado asociado a la primera lente pero realizamos el trazado completo en ambas lentes.

b) En la segunda lente, separada 5 cm de la primera, $s_2=s'_1-d$=-15-5=-20 cm

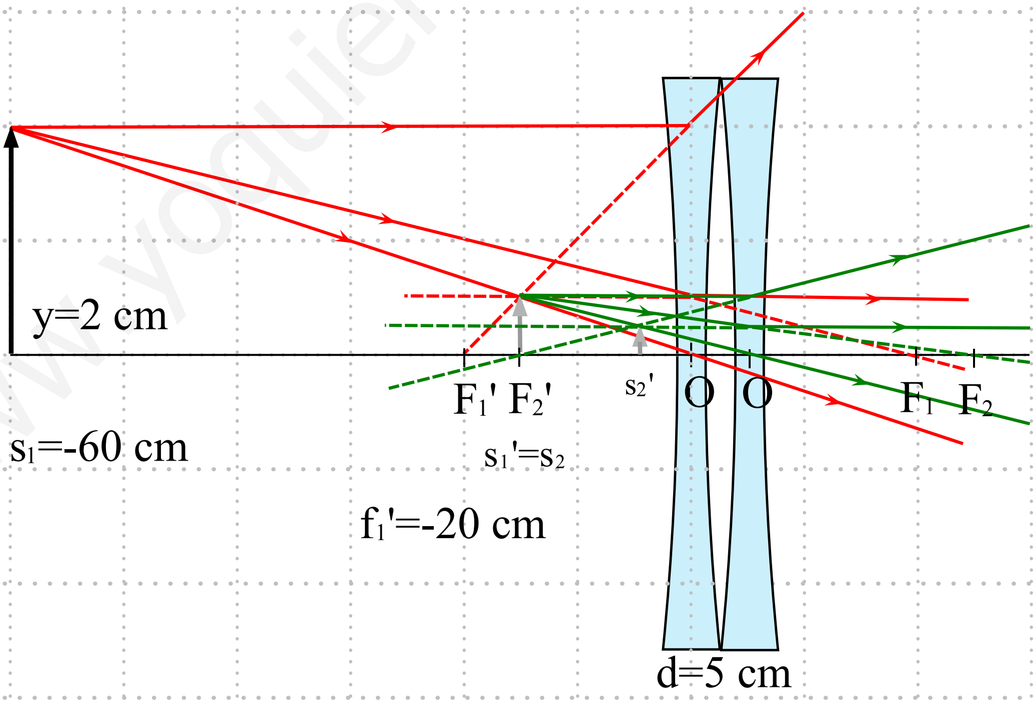
$$\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{-20}=\frac{1}{-20}\Rightarrow s'_2=\frac{1}{\frac{1}{-20}+\frac{1}{-20}}=-10\,cm$$

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{-10}{-20}=\frac{1}{2}\Rightarrow y'_2=\frac{1}{2}y_2=\frac{1}{2}\cdot 0{,}5=0{,}25\,cm$$

La imagen final es virtual, no invertida y menor. Al ser su posición negativa está a la izquierda del centro óptico de la segunda lente, y también a la izquierda de la primera..

Realizamos el trazado de rayos.

Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y (una cuadrícula horizontal son 10 cm, en vertical es 1 cm), y se ve que los ángulos son pequeños. Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =2/20 = 0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es menor 1%, aceptable.



2018-Junio-coincidentes

A. Pregunta 4.- *Similar 2005-Septiembre-A2*

a) Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ en cada lente

Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en la primera lente s_1=-30 cm.

$$\frac{1}{s'_1}-\frac{1}{-30}=\frac{1}{20}\Rightarrow s'_1=\frac{1}{\frac{1}{20}-\frac{1}{30}}=60\,cm$$

$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{60}{-30}=-2\Rightarrow y'_1=-2\,y_1=-2\cdot 3=-6\,cm$$

La primera imagen es real, invertida y mayor.

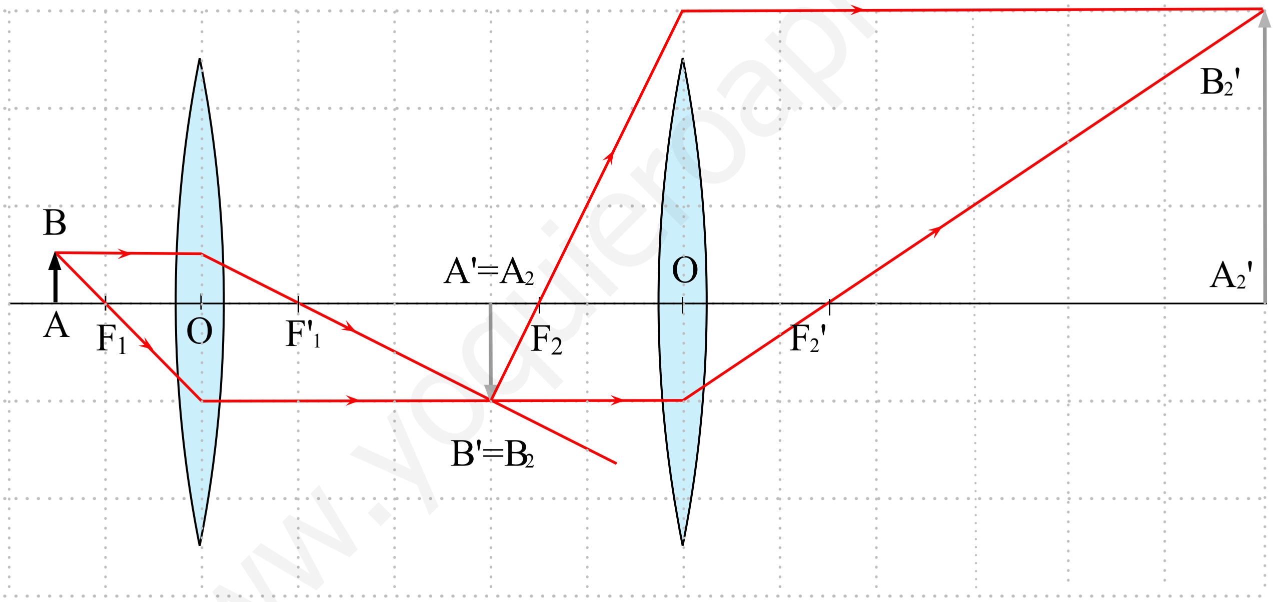
En la segunda lente, separada 100 cm de la primera, $s_2=s'_1-d$=60-100=-40 cm

$$\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{-40}=\frac{1}{30}\Rightarrow s'_2=\frac{1}{\frac{1}{30}-\frac{1}{40}}=120\,cm$$

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{120}{-40}=-3\Rightarrow y'_2=-3\,y_2=-3\cdot(-6)=18\,cm$$

La imagen final es real, invertida respecto a la primera imagen pero no invertida respecto a objeto inicial, y mayor.

b) Realizamos el trazado de rayos.



Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y (una cuadrícula horizontal son 20 cm, en vertical son 6 cm), y se ve que los ángulos son pequeños. Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =3/20 = 0,15. El error de asumir 0,15=sen(0,16) es del 1%, aceptable.

2018-Junio

A. Pregunta 4.- *Similar a 2008-Junio*

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, la potencia P=1/f' de la primera lente nos indica que tiene f' es positivo y es una lente convergente, y la segunda lente tiene f' negativo y es divergente.

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=P$ en cada lente

En la primera lente s_1=-15 cm=-0,15 m

$$\frac{1}{s'_1}-\frac{1}{-0{,}15}=10 \Rightarrow s'_1=\frac{1}{10-\frac{1}{0{,}15}}=0{,}3\,m$$

$$A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{0{,}3}{-0{,}15}=-2 \Rightarrow y'_1=-2\,y_1=-2\cdot 10=-20\,cm$$

La primera imagen es real, invertida y mayor.

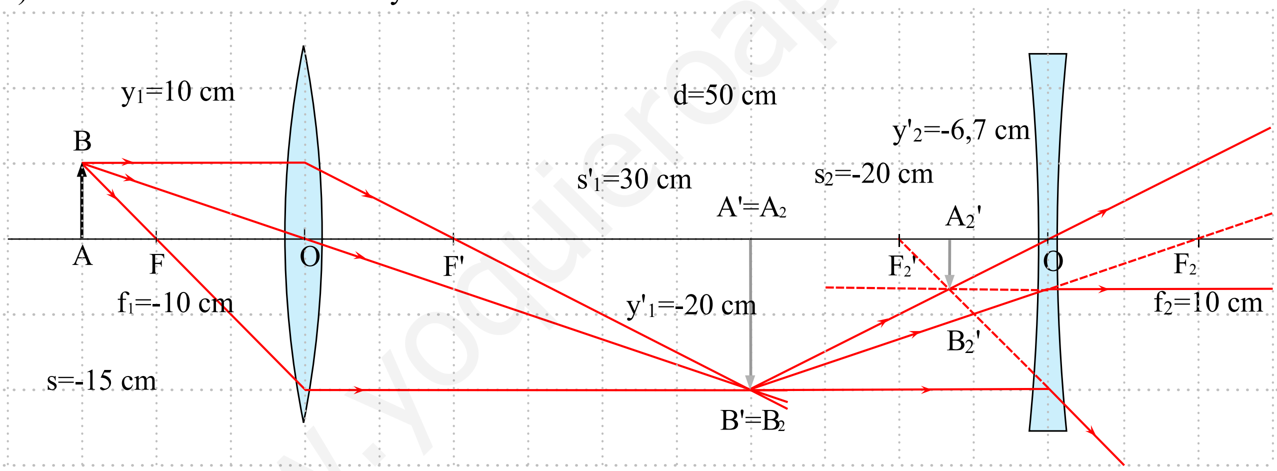
En la segunda lente, separada 50 cm = 0,5 m de la primera, $s_2=s'_1-d$=0,3-0,5=-0,2 m

$$\frac{1}{s'_2}-\frac{1}{-0{,}2}=-10 \Rightarrow s'_2=\frac{1}{-10-\frac{1}{0{,}2}}=-0{,}067\,m$$

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{-0{,}067}{-0{,}2}=0{,}33 \Rightarrow y'_2=0{,}33\,y_2=0{,}33\cdot(-20)=-6{,}7\,cm$$

La imagen final es virtual, no invertida respecto a la primera imagen pero invertida respecto a objeto inicial, y menor.

b) Realizamos el trazado de rayos.



Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y (una cuadrícula horizontal son 5 cm, en vertical son 10 cm), pero sí se ve que los ángulos son grandes. Validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f =10/10 = 1. El error de asumir 1=sen(1) es del 16%, más que cuestionable.

2018-Modelo

A. Pregunta 4.-

a) Usamos subíndice 1 para la primera situación y subíndice 2 para la segunda, en la que se ha desplazado el objeto 20 cm hacia la lente
Utilizando el convenio de signos DIN 1335, si la lente convergente forma una imagen real, el aumento es negativo, y tenemos $A_1=-2$, y si forma una imagen virtual, el aumento es positivo, y tenemos $A_2=2$.

Por definición de aumento $A_1=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}\Rightarrow s_1'=-2s_1$ y $A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}\Rightarrow s_2'=2s_2$

Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$ en ambos casos e igualamos

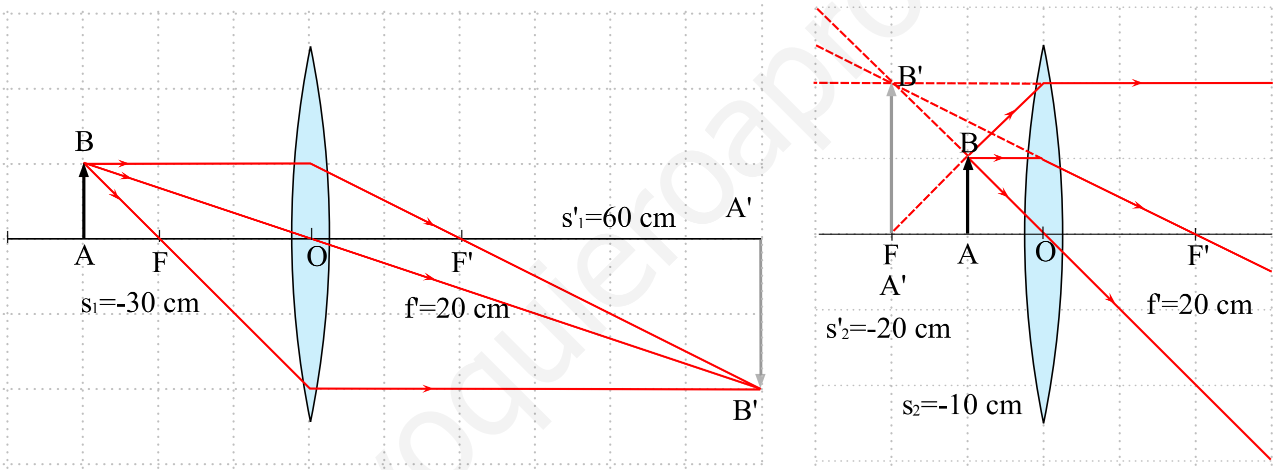
$$\frac{1}{-2s_1}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'} \quad \frac{1}{2s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f'} \quad \rightarrow \quad \frac{-3}{2s_1}=\frac{-1}{2s_2}\Rightarrow s_1=3s_2$$

Si combinamos con el dato asociado a desplazamiento $s_2=s_1+20$

$$s_1=3s_1+60\Rightarrow s_1=-30\,cm\Rightarrow s_2=-10\,cm\Rightarrow s_1'=60\,cm\Rightarrow s_2'=-20\,cm$$

$$P=\frac{1}{f'}=\frac{-1}{-2\cdot 0{,}1\,m}=5\,dioptrías\Rightarrow f'=\frac{1}{5}=0{,}2\,m=20\,cm$$

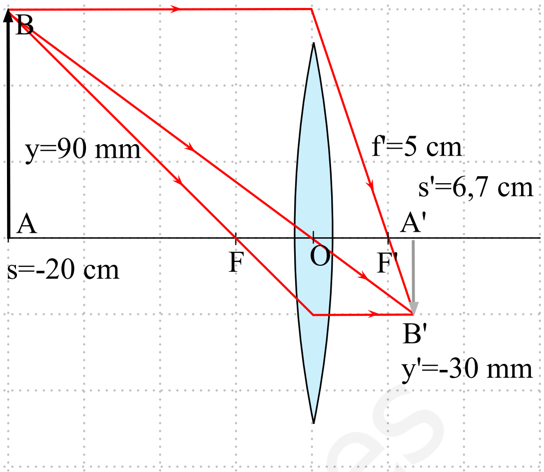
b) Realizamos el trazado de rayos, que son dos. Se podrían superponer pero se hacen por separado.



No es necesario comprobar si es válida la aproximación de rayos paraxiales, ya que no se da tamaño objeto.

2017-Septiembre

A. Pregunta 4.-



a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, f'=5 cm.
Usamos la ecuación de lentes válida en aproximación paraxial $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Para s=∞, s'=f'=5 cm por definición de foco imagen, o sustituyendo en la ecuación anterior.
Para s=-20 cm.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-20}=\frac{1}{5}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{5}-\frac{1}{20}}=\frac{20}{3}\,cm\approx 6{,}7\,cm$$

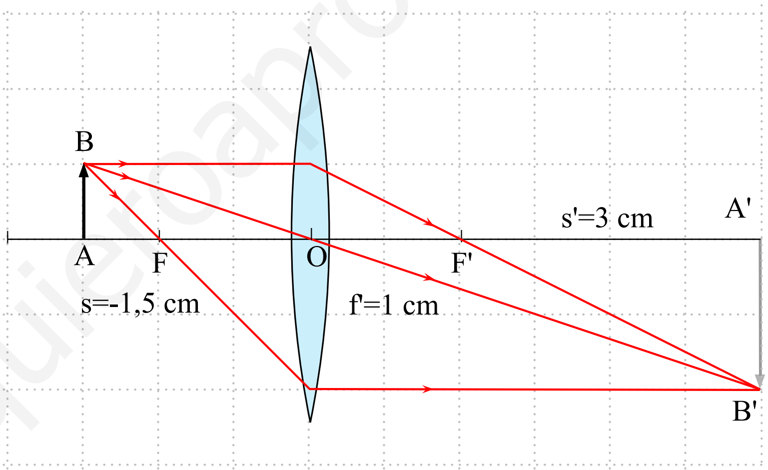
b) $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{20/3}{-20}=\frac{-1}{3}\Rightarrow y=\frac{y'}{A}=\frac{-30}{-1/3}=90\,mm$

Realizamos el trazado de rayos: la escala vertical está ampliada respecto a la horizontal.

Comprobamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 9/5 = 1,8. El error de asumir 1,8=sen(1,8) es aproximadamente del 100%, la aproximación paraxial no es válida.

2017-Junio-coincidentes

A. Pregunta 4.-



a) En una lente convergente la imagen es invertida si la posición del objeto está más alejada de la distancia focal. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, A=-2, s'=3 cm, y la distancia focal imagen será positiva.

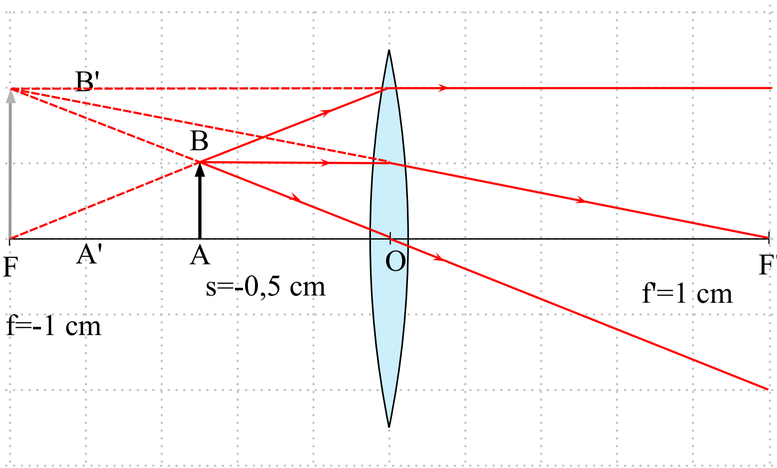
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow s=\frac{s'}{-2}=-1{,}5\,cm$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{-1{,}5}=\frac{1}{f'}$$

$$f'=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{1}{1{,}5}}=1\,cm$$

b) Se pide trazado de rayos, pero no es el asociado a apartado a (se incluye aunque no se pide)
Para apartado b, como se indica "un objeto situado a una distancia de la lente menor que su distancia focal", se habla de módulo de distancia, y se trata de una situación distinta, asociada a "lupa"

Al no indicarse tamaño de imagen no es necesario comprobar la la aproximación paraxial.



2017-Junio

A. Pregunta 4.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-1 cm, f’=2 cm positivo al ser convergente. Si la distancia focal es mayor que la posición de la imagen con una imagen convergente se obtiene una imagen virtual, sabemos s’ es negativo.

Usamos la ecuación de lentes delgadas y manejamos distancias en metros

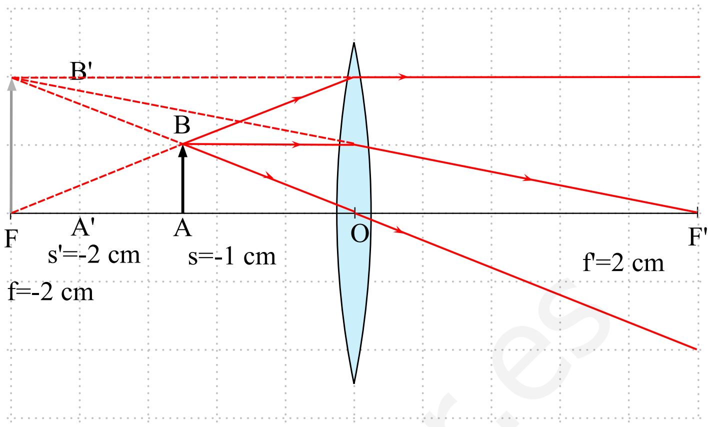
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{f}'+\frac{1}{s}}=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{-1}}=-2\,cm$$

Calculamos el aumento lateral

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-2}{-1}=2$$

b) Realizamos el trazado de rayos



Al no indicarse tamaño de imagen no es necesario comprobar la la aproximación paraxial.

2017-Modelo

A. Pregunta 4.-

a) Al indicarse que la imagen es real sabemos que la lente es convergente, ya que las lentes divergentes solamente forman imágenes virtuales. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-40 cm=-0,4 m, f’ será positivo.

Usamos el valor de aumento

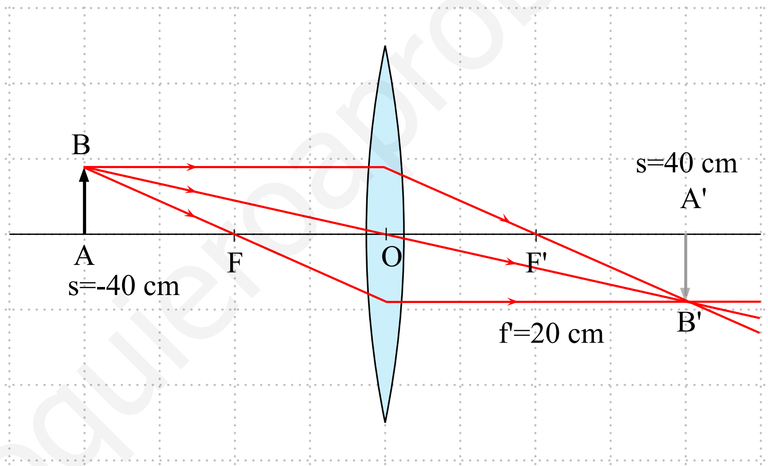
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-1$$

$$s'=-s=0{,}4\,m$$

Usamos la ecuación de lentes delgadas y manejamos distancias en metros $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}=P \Rightarrow P=\frac{1}{0{,}4}-\frac{1}{-0{,}4}=5\,dioptrías$

La distancia focal imagen es f’=1/P=0,2 m

b) Realizamos el trazado de rayos

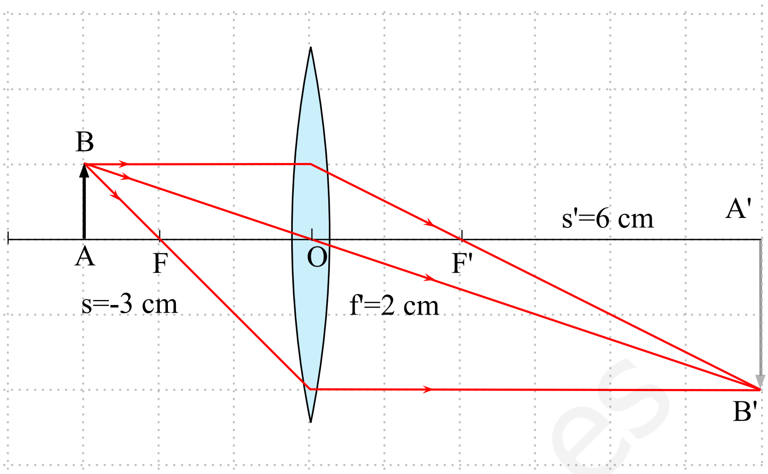


Al no indicarse tamaño de imagen no es necesario comprobar la la aproximación paraxial.

2016-Septiembre

A. Pregunta 4.-

a) Realizamos el trazado de rayos



b) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-3 cm, f'=2 cm

Usamos la ecuación de lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{-3}}=6\,cm$$

Para el aumento

$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{6}{-3}=-2$ Se trata de una imagen mayor, invertida y real.

Al no indicarse tamaño de imagen no es necesario comprobar la la aproximación paraxial.

2016-Junio

A. Pregunta 4.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-30 cm

Usamos la expresión de aumento en espejos

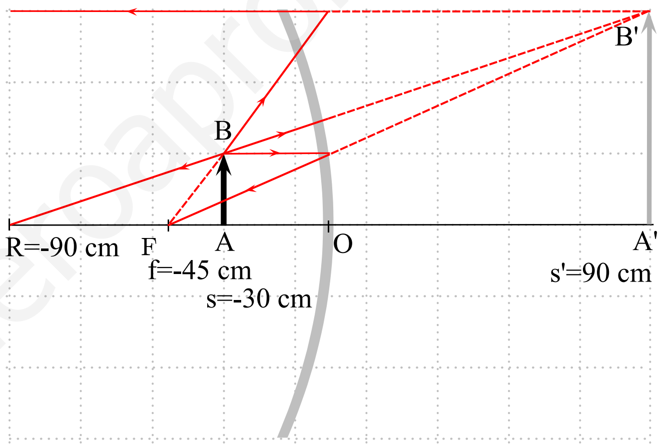
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}\Rightarrow\frac{6}{2}=3=\frac{-s'}{-30}$$

$$s'=30\cdot 3=90\,cm$$

Usando la ecuación para espejos y f=R/2

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}\Rightarrow R=\frac{2}{\frac{1}{90}+\frac{1}{-30}}=-90\,cm$$

b) Realizamos el trazado de rayos



Comprobamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 6/45 = 0,13. El error de asumir 0,13=sen(0,13) es inferior al 1%, aceptable.

2016-Modelo

A. Pregunta 4.-

(Enunciado no indica explícitamente si el aumento es positivo o negativo, debemos deducirlo conociendo las casuísticas)

a) Para obtener una imagen virtual y mayor en un espejo cóncavo, la posición del objeto debe estar entre el foco y el centro óptico, f<s<0, y A>0.

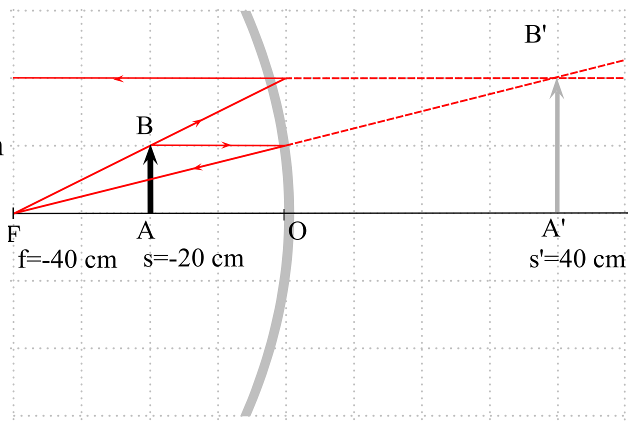
Utilizando convenio de signos DIN 1335, f=-40 cm

Utilizando la ecuación para espejos y teniendo en cuenta que en espejos $A=\frac{-s'}{s}\Rightarrow s'=-As$

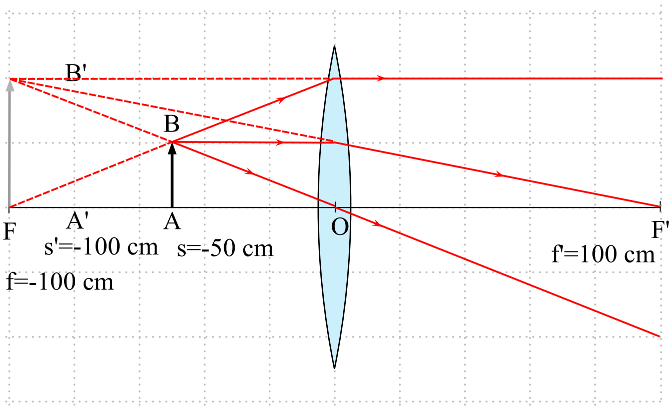
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{-2s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-40}$$

$$(1-2)\cdot(-40)=-2s\Rightarrow s=-20\,cm\Rightarrow s'=40\,cm$$

Se incluye trazado aunque no se pide explícitamente.



b) Para obtener una imagen virtual y mayor con una lente delgada, la lente será convergente y posición del objeto debe estar entre el foco y el centro óptico, f<s<0, A>0 ("lupa")
Utilizando el convenio de signos DIN 1335, f'=1/P = 1 m = 100 cm
Usando la ecuación de las lentes delgadas y teniendo en cuenta que en lentes



$A=\frac{s'}{s} \Rightarrow s'=As$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{100}$$

$(1-2)\cdot 100=2s \Rightarrow s=-50\,cm \Rightarrow s'=-100\,cm$

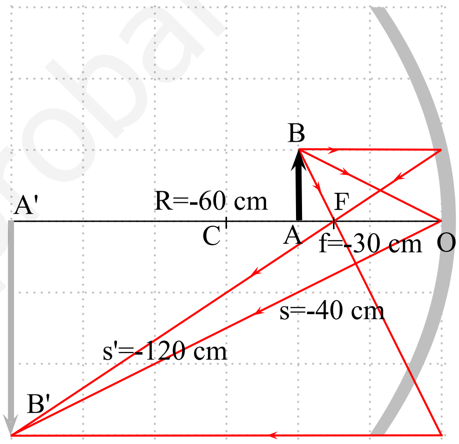
Se incluye trazado aunque no se pide explícitamente.

2015-Septiembre

A. Pregunta 4.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, R=-60 cm, y=10 cm, s=-40 cm. Utilizando la ecuación para espejos y teniendo en cuenta que en espejos f=R/2

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'}+\frac{1}{-40}=\frac{2}{-60} \Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{2}{-60}-\frac{1}{-40}}=-120\,cm$$



La imagen es real, se puede ver con el trazado.
b) En los espejos

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s} \Rightarrow y'=\frac{-s'}{s}y=\frac{-(-120)}{-40}\cdot 10=-30\,cm$$

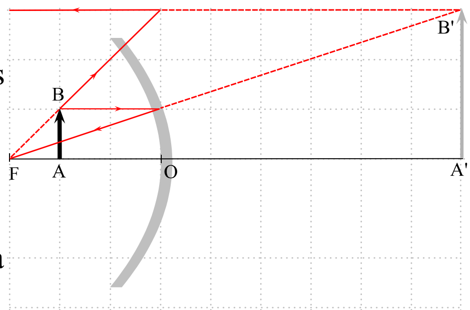
Como el aumento es negativo, la imagen es invertida.
Se incluye trazado aunque no se pide explícitamente.
Comprobamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 10/30 = 0,33. El error de asumir 0,33=sen(0,33) es del 1,8%, cuestionable.

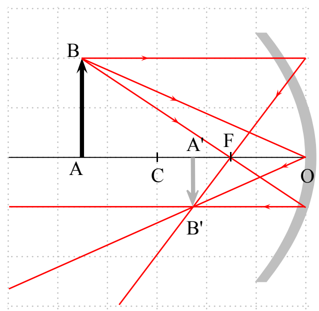
2015-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 4.-

Cierta similitud con 2006-Septiembre-A2. Apartado b similar a 2014-Junio-Coincidentes-A4.

a) En un espejo cóncavo se puede razonar que si la imagen está entre el espejo y el foco, F<s<0, la imagen es virtual, no invertida y mayor.
Lo validamos con un diagrama de rayos genérico.





b) En un espejo cóncavo se puede razonar que si la imagen está más a la izquierda del centro de curvatura, s<R, la imagen es real, invertida y menor.
Lo validamos con un diagrama de rayos genérico.

2015-Junio

A. Pregunta 4.-

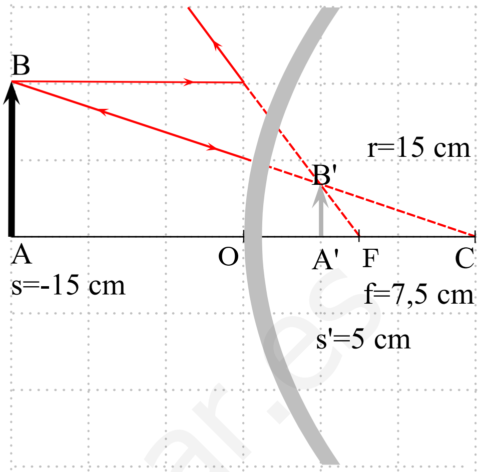
a) Los espejos convexos producen imágenes virtuales a la derecha del espejo, por lo que utilizando el convenio de signos DIN 1335, tenemos s'=5 cm, y'=1 cm, y el radio del espejo convexo será positivo.

Utilizando la ecuación para espejos y sabiendo que para los espejos f=R/2=15/2

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{5}+\frac{1}{s}=\frac{2}{15}\Rightarrow s=\frac{1}{\frac{2}{15}-\frac{1}{5}}=-15\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}\Rightarrow A=\frac{-5}{-15}=\frac{1}{3}$$

$$y=\frac{y'}{A}=\frac{1}{(1/3)}=3\,cm$$



b) Realizamos el diagrama de rayos: en el eje x cada cuadrícula equivale a 5 cm, pero el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y.

Comprobamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 3/7,5 = 0,4. El error de asumir 0,4=sen(0,4) es del 2,6%, cuestionable.

B. Pregunta 4.-

a y b) Razonamos el tipo de lente para asignar el signo al dato de distancia focal, que aunque se da positivo podría estarse dando como valor absoluto. Se indica objeto real, pero no se indica el tipo de imagen, ,real o virtual. Si la imagen formada por la lente "derecha" (no invertida) y menor, se puede tratar de una de estos dos casos:

a. Lente divergente (en este caso según convenio DIN 1335 f es positivo y f' negativo, por lo que sería f=6 cm)

b. Lente convergente en la que la posición del objeto es s<2F (en este caso según convenio DIN 1335 f es negativo y f' positivo, por lo que sería f=-6 cm)

Como se indica que está situada a 4 cm a la izquierda del centro óptico, no se puede tratar del caso b, ya que s estaría situado entre el foco y el centro óptico y la imagen sería mayor (idea de lupa).

Por lo tanto f=6 cm y f'=-6 cm y se trata de una lente divergente.

Según el convenio DIN 1335, s'=-4 cm, y'=1 cm

Usando la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{-4}-\frac{1}{s}=\frac{1}{-6}\Rightarrow s=\frac{1}{\frac{1}{-4}+\frac{1}{6}}=-12\,cm$$

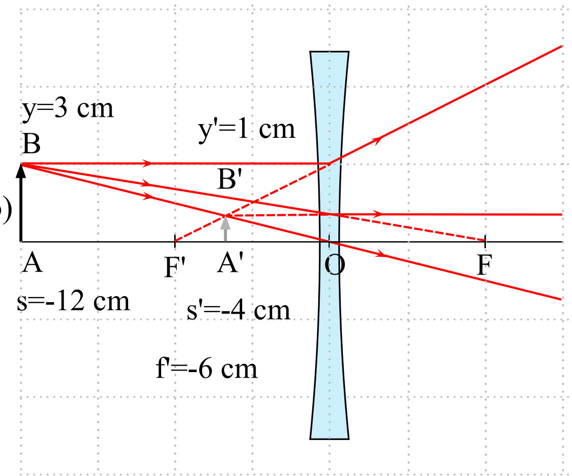
Calculamos el tamaño del objeto

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-4}{-12}=\frac{1}{3}$$

$$y=\frac{y'}{A}=\frac{1}{1/3}=3\,cm$$

Realizamos el trazado de rayos (similar a 2001-Junio)

Comprobamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 0,625/6 = 0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es inferior al 1%, aceptable.



2015-Modelo

B. Pregunta 4.-

a) Realizamos los cálculos.

Para una lente $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=2 \Rightarrow s'=2s$

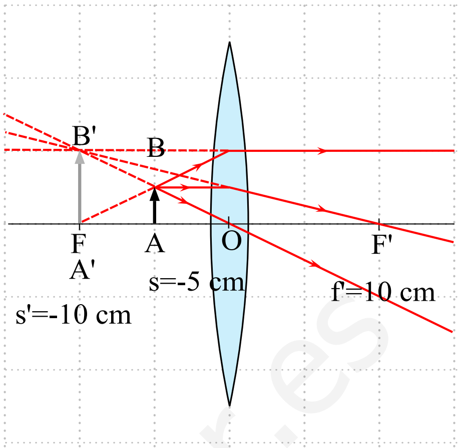
Con la potencia podemos calcular el valor de f'

$$P=\frac{1}{f'}=10 \Rightarrow f'=\frac{1}{10}m=10\,cm$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1-2}{2s}=\frac{1}{10}$$

$$s=\frac{-1\cdot 10}{2}=-5\,cm \Rightarrow s'=2s=-10\,cm$$

b) Realizamos el diagrama de rayos



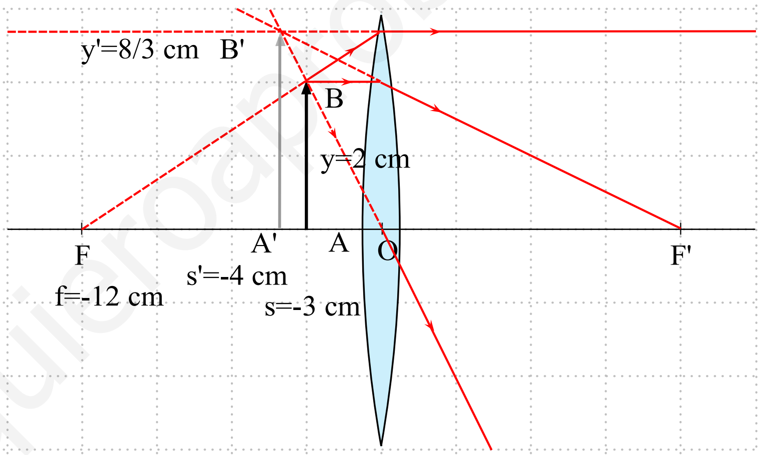
Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y.
No es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales: no se indica tamaño del objeto así que se puede tomar todo lo pequeño que se quiera para que se cumpla.

2014-Septiembre

A. Pregunta 4.-

a) Realizamos el diagrama de rayos que es lo que se indica, y aunque no se pide realizamos los cálculos.

Cualitativamente podemos decir que la imagen es virtual: el objeto está situado en una lente convergente entre el foco y la lente, la imagen se forma no por los cruces de los rayos en su propagación, sino por por los cruces de las prolongaciones de los rayos.



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{-3}=\frac{1}{12}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{12}-\frac{4}{12}}=-4\,cm$$

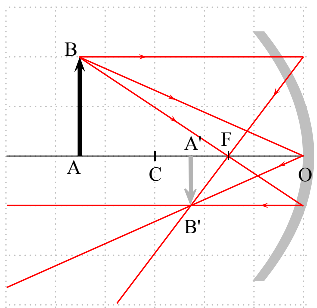
b) Para una lente $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3} \Rightarrow y'=\frac{4}{3}\cdot 2=\frac{8}{3}cm$

Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y. Validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 2/12 = 0,17. El error de asumir 0,17=sen(0,17) es de inferior al 1%, aceptable.

2014-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 4.-

a) Realizamos un diagrama de rayos genérico donde s<R.



b) En un espejo cóncavo se puede razonar que si la imagen está más a la izquierda del centro de curvatura, s<R, la imagen es real (se obtiene por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones), invertida y menor.

B. Pregunta 4.-

a y b) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-10 cm

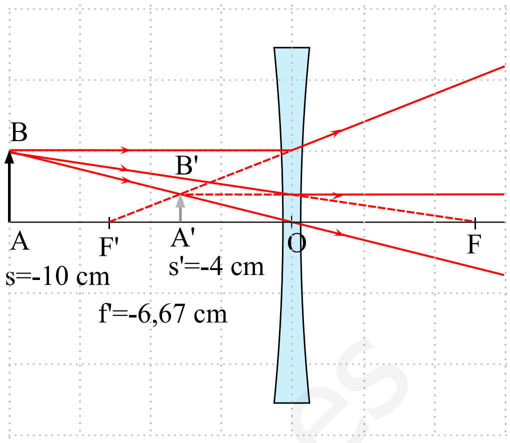
Usando la ecuación de las lentes delgadas y teniendo en cuenta que en lentes $A=\frac{s'}{s} \Rightarrow s'=As$

En una lente divergente el aumento siempre es positivo, la imagen es no invertida.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{0{,}4\cdot(-10)}-\frac{1}{-10}=\frac{1}{f'}$$

$$f'=\frac{1}{\frac{-1}{4}+\frac{1}{10}}=\frac{-20}{3}cm \approx -6{,}67\,cm$$

Calculamos la posición de la imagen aunque no se pide explícitamente $s'=0{,}4\cdot(-10)=-4\,cm$



2014-Junio

A. Pregunta 4.-

Se indica "Determine, basándose en el trazado de rayos", pero determinar con trazado de rayos no es posible, a no ser que se hicieran los trazados de rayos asociados a todas las situaciones posibles y se determinara así cuales producen imagen real e invertida. Se sobreentiende que hay que razonar en qué posición debe estar ubicado el objeto, conociendo las posibles casuísticas, y luego "validarlo, realizando el trazado de rayos"

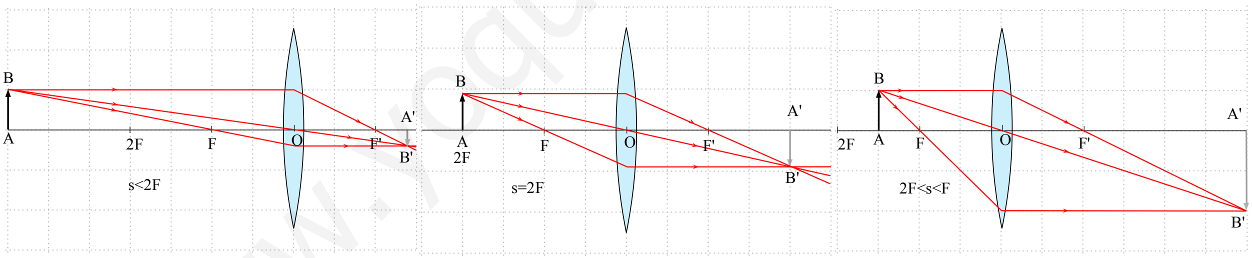
No se indica nada sobre el aumento, por lo que comentamos las posibilidades

a) Para que la imagen formada por una lente convergente sea real e invertida, el objeto debe encontrarse a la izquierda del foco: si el objeto estuviera en el foco no se formaría imagen, y si estuviera a la derecha del foco la imagen sería virtual, llevando a la idea de lupa.

Realizamos trazados de rayos, que siempre es convergente, y se obtiene imagen REAL

Si s<f, la imagen es INVERTIDA y el tamaño puede variar, con tres subcasos:

Si s<2f, imagen MENOR Si s=2f, tamaño real Si 2f<s, imagen MAYOR



B. Pregunta 4.-

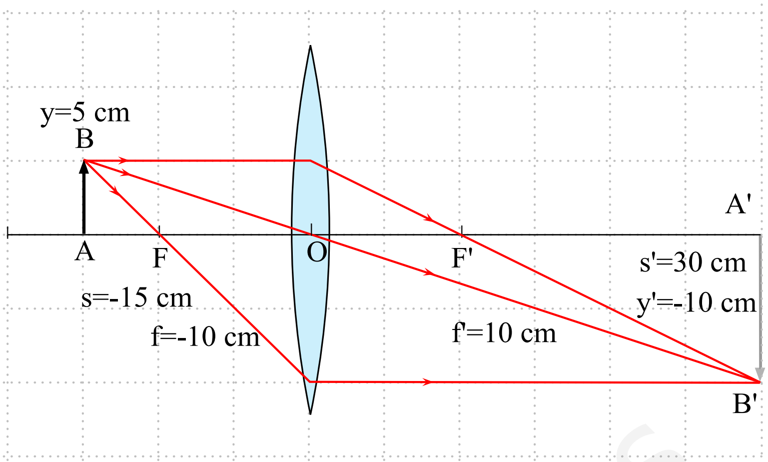
a) Se indica "El tamaño de la imagen es de 10 cm" pero también que es invertida, luego el tamaño es realmente -10 cm, utilizando convenio de signos DIN 1335 y'=-10cm.

Para una lente $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-10}{5}=-2 \Rightarrow s'=-2s$

Utilizamos la ecuación de la lente

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{-2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10} \Rightarrow 10\cdot(-1-2)=2s \Rightarrow s=\frac{-30}{2}=-15\,cm$$

b) Realizamos el trazado de rayos, donde se puede ver que la imagen está en s'=2s=30 cm, y que el aumento es -2.
Nota: el diagrama sí mantiene proporción entre ejes x e y (cada cuadrícula son 5 cm), por lo que vemos que los ángulos son relativamente grandes. Validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 5/10 = 0,5. El error de asumir 0,5=sen(0,5) es de 4%, cuestionable.



2014-Modelo

A. Pregunta 4.-

a) Para que se forme una imagen real e invertida en una lente convergente, la imagen tiene que formarse a la derecha de la lente. Utilizando el convenio de signos DIN 1335 tenemos que y'<0 (imagen invertida) y s'>0 (imagen a la derecha de la lente)
Utilizando el convenio de signos DIN 1335 f'=15 cm

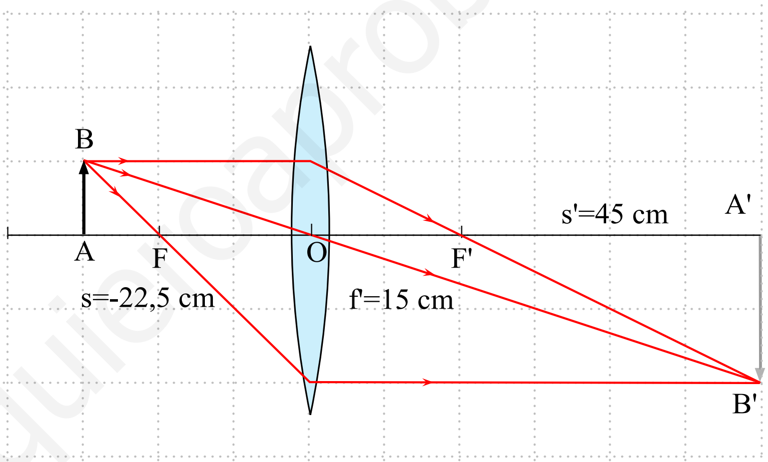
$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-2$ Tenemos que s'=-2s

Sustituyendo en la ecuación de lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{-2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{15}\Rightarrow\frac{-1-2}{2s}=\frac{1}{15}$$

$$s=\frac{-45}{2}=-22{,}5\,cm$$



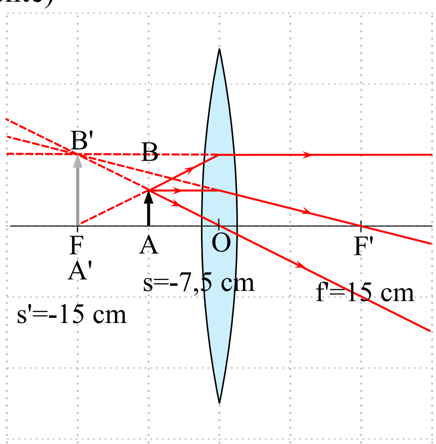
Realizamos el trazado de rayos aunque no se pide explícitamente.
Como no se indica la altura del objeto no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales.
b) Para que se forme una imagen virtual y no invertida en una lente convergente, la imagen tiene que formarse a la izquierda de la lente. Utilizando el convenio de signos DIN 1335 tenemos que y'>0 (imagen no invertida) y s'<0 (imagen a la izquierda de la lente)
Utilizando el convenio de signos DIN 1335 f'=15 cm

$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=2$ Tenemos que s'=2s

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

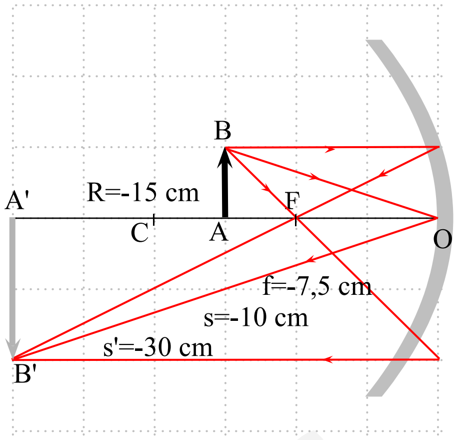
$$\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{15}\Rightarrow\frac{1-2}{2s}=\frac{1}{15}$$

$$s=\frac{-15}{2}=-7{,}5\,cm$$



Realizamos el trazado de rayos aunque no se pide explícitamente. Como no se indica la altura del objeto no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales.

B. Pregunta 4.-



Utilizando el convenio de signos DIN 1335 s=-10 cm

Como la imagen es tres veces mayor $A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=-3$

Tenemos que s'=3s=-30 cm.

Sustituyendo en la ecuación del espejo

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{-30}+\frac{1}{-10}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{-1-3}{30}=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=\frac{30}{-4}=-7{,}5\,cm$$

$$f'=\frac{R}{2}\Rightarrow R=-15\,cm$$

b) Como no se indica la altura del objeto no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales.

2013-Septiembre

A. Pregunta 3.-

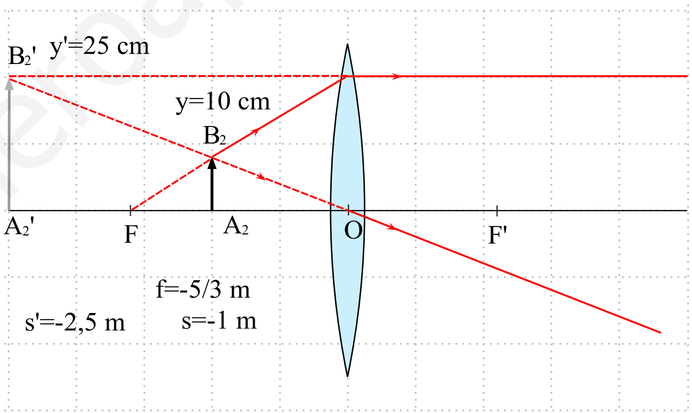
a) Las lentes divergentes producen imágenes no invertidas pero siempre menores, luego debe ser una lente convergente, que produce imágenes virtuales, no invertidas y mayores si f<s, llevando a la idea de lupa. Utilizando el convenio de signos DIN 1335 s=-1 m

$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{25}{10}=2{,}5$ Tenemos que s'=2,5s, y para s=-1 m s'=-2,5 m

Para una lente $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{-2{,}5}-\frac{1}{-1}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1-2{,}5}{-2{,}5}=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=\frac{1}{0{,}6}=5/3\,m$

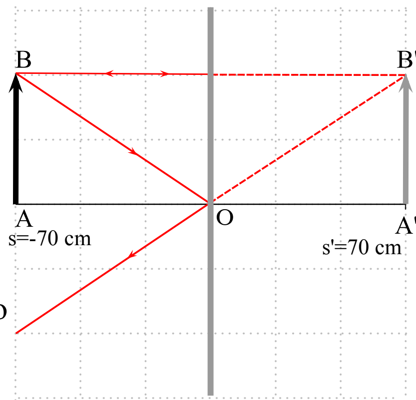
$$P=\frac{1}{f'}=\frac{1}{5/3}=3/5=0{,}6\,dioptrías$$

b) *Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que no vemos que los ángulos son relativamente grandes, aunque la imagen son centímetros y las posiciones metros, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 25/100 = 0,25. El error de asumir 0,25=sen(0,25) es de1%, cuestionable.*



2013-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 4.-



a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-70 cm. En un espejo plano s'=-s y A=1, luego la imagen se forma en s'=70 cm (a la misma distancia del espejo a la que se encuentra el objeto) y con el mismo tamaño.

b) La imagen formada por un espejo plano es virtual: se produce detrás del espejo por el cruce de la prolongación de los rayos. El diagrama de rayos es algo atípico: no se tienen focos, por lo que se representan simplemente dos rayos: uno paralelo al eje óptico y otro que pase por el centro óptico, representado de modo que ángulo de rayo incidente con la normal sea igual a ángulo del rayo reflejado.

2013-Junio

A. Pregunta 5.-

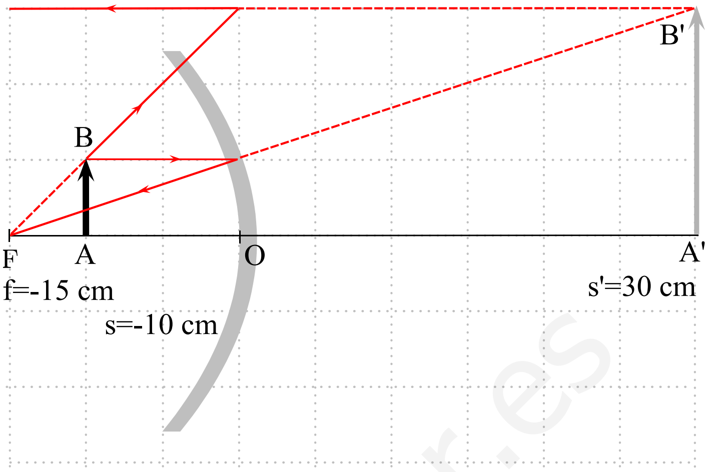
a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335 s=-10 cm, F=R/2=-30/2=-15 cm negativo al ser espejo cóncavo.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f};\frac{1}{s'}+\frac{1}{-10}=\frac{1}{-15}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{-15}+\frac{1}{10}}=30\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$$

$$y'=y\frac{-s'}{s}=5\cdot\frac{-30}{-10}=15\,cm$$



b) En el trazado de rayos se ve como la imagen es no invertida, mayor (el aumento es A=3) y virtual.

Nota: el diagrama mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente grandes, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 5/15 = 0,33. El error de asumir 0,33=sen(0,33) es1,8%, cuestionable.

B. Pregunta 3.-

a) Enunciado indica una única lente en un proyector: es lente convergente para formar imagen en pantalla. Al colocar el objeto un poco más alejado del foco la imagen será real, mayor e invertida. Al indicar dónde situar la pantalla para que la imagen se observe nítida, se nos pide la posición de formación de la imagen.

Utilizamos la expresión para lentes delgadas $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

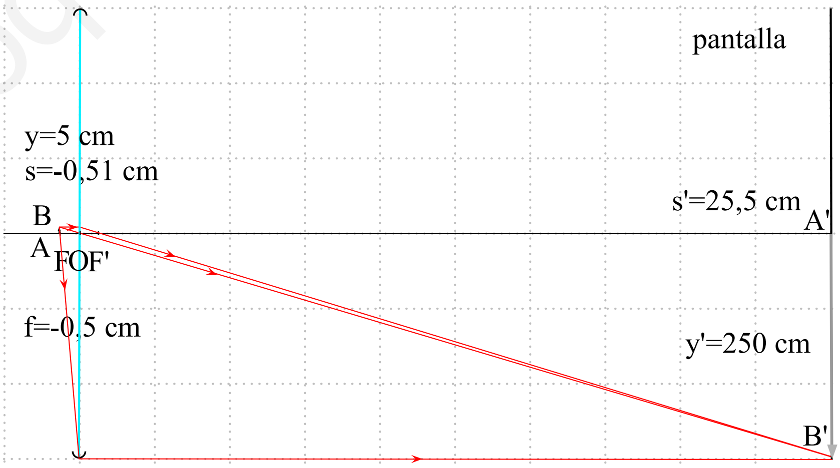
Utilizamos el convenio de signos DIN 1335: f'=0,5 cm, s=-0,51 cm

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}51}=\frac{1}{0{,}5}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{0{,}5}-\frac{1}{0{,}51}}=25{,}5\,cm$$

b) Al indicar el tamaño mínimo de la pantalla para que se proyecte entera la imagen, se nos pide el tamaño de la imagen

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

$$y'=y\frac{s'}{s}=5\cdot\frac{25{,}5}{-0{,}51}=-250\,cm$$



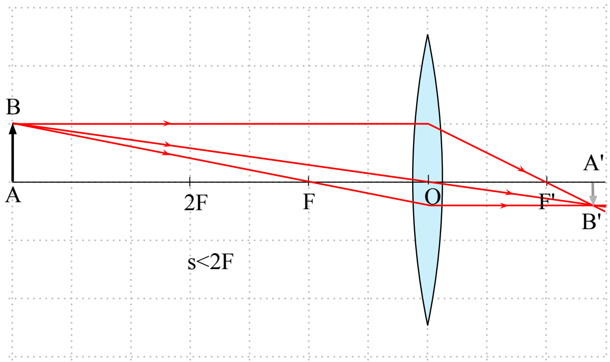
No se pide expresamente el trazado de rayos: se trata de una situación con una diferencia de posiciones y de tamaños muy grandes y es difícilmente visualizable a escala. Se incluye un trazado aproximado donde cada cuadrícula horizontal serían unos 5 cm y cada cuadrícula vertical serían unos 80 cm.

Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 5/0,5 = 10. La aproximación paraxial es totalmente inválida, no se puede asumir 10=sen(10).

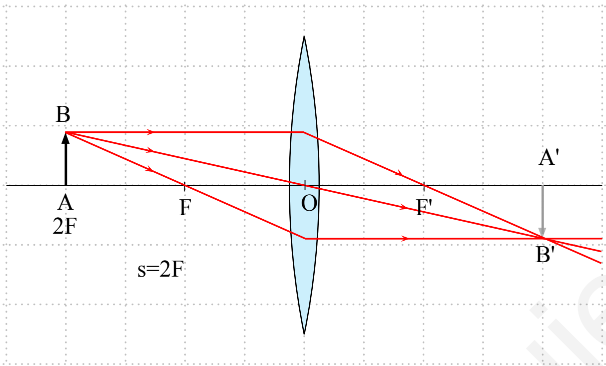
2013-Modelo

A. Pregunta 4.-

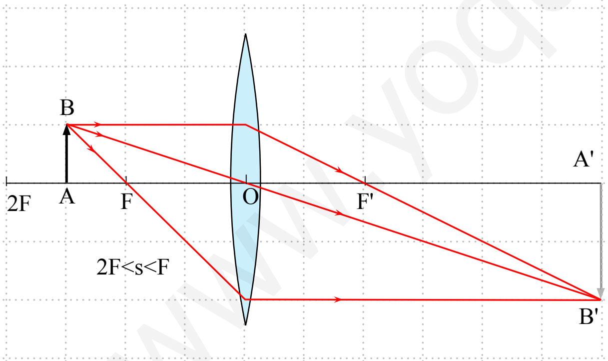
a) *Cierta analogía a 2002-Modelo-Cuestión 4.*
La naturaleza de la imagen puede ser:
1. Imagen real, implica que se forma a la derecha de la lente, con s' positiva.
Si s<F, el trazado de rayos siempre es convergente, y la imagen es real, invertida, y el tamaño puede variar en tres casos que se acompañan de construcciones geométricas.
-Si s<2F, imagen menor



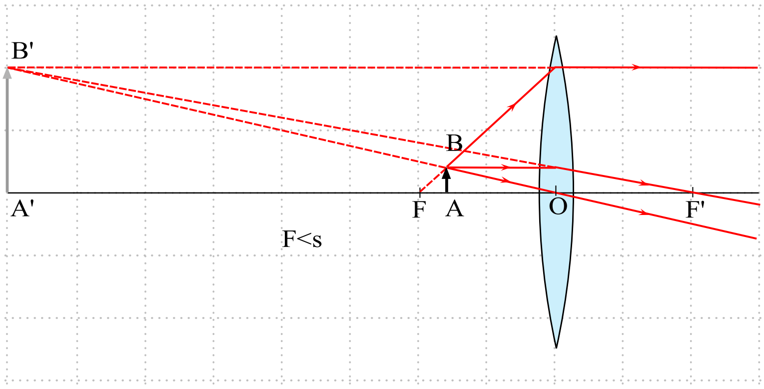
-Si s=2F, tamaño real



-Si 2F<s, imagen mayor

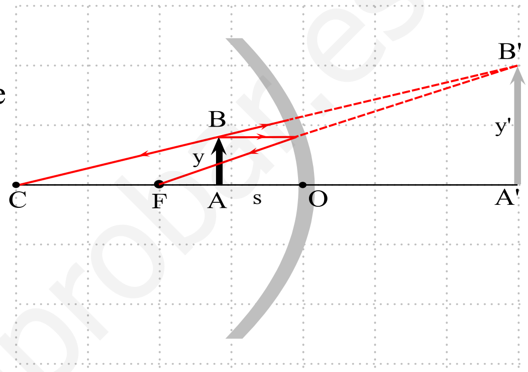


Nota: cuando s=F, no se forma imagen / "se forma en el infinito"
2. Imagen virtual, implica que se forma por el cruce de las prolongaciones de los rayos, y si la lente es convergente, esto ocurre cuando F<s. Con F<s, la imagen es virtual, "derecha" (no invertida) y mayor, llevando a la idea de lupa (construcción geométrica en apartado b)
b) La lupa es un instrumento óptico que utiliza una lente convergente, y colocando el objeto cerca del foco, con F<s, produce una imagen es virtual, "derecha" (no invertida) y mayor, por lo que produce un aumento.
(La lupa se menciona en otros problemas como 2008-Modelo-Cuestión3, 2006-Junio-Cuestión4, 2006-Modelo-Cuestión4, 2004-Modelo-Cuestión4)



2012-Septiembre

A. Pregunta 4.-

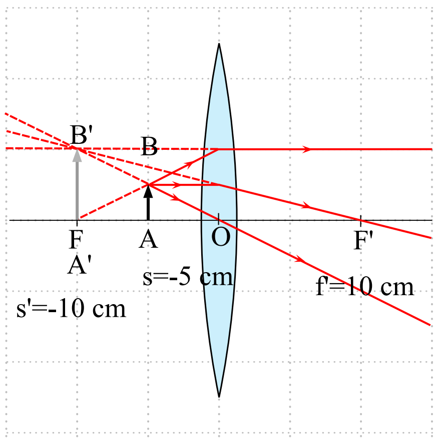


a) El foco [objeto] [F] de un sistema óptico es un punto tal que todos los rayos que salen de él y pasan por el sistema salen paralelos al eje óptico. “Es s para s'=∞”. En el caso de que el sistema óptico sea un espejo cóncavo, utilizando el convenio de signos de la norma DIN 1335, el foco tiene un valor negativo, y su valor es F=R/2 (asumiendo la aproximación de rayos paraxiales).

b) Si el objeto está entre el foco y el espejo, podemos expresar f=R/2 < s < 0.

Se puede ver como la imagen que se produce es virtual, no invertida y mayor.

B. Pregunta 4.-



Utilizamos la expresión para lentes delgadas $\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$

Utilizamos el convenio de signos DIN 1335: f'=10 cm, s siempre será negativa y s' en una lente convergente será positiva cuando esté invertida, en caso contrario negativa.

a) Teniendo en cuenta que la imagen es doble que el objeto y que la imagen es “derecha” no invertida $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=2\Rightarrow s'=2s$

Sustituyendo: $\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{1}{s}\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{1}{10}\Rightarrow s=-5\,cm$

$s'=-10\,cm$

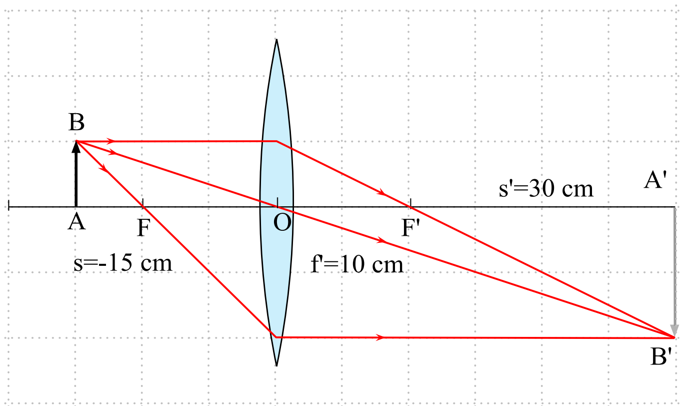
b) En el caso de que la imagen es invertida

$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-2\Rightarrow s'=-2s$ Sustituyendo:

$\frac{1}{-2}s-\frac{1}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow\frac{1}{s}\left(\frac{-3}{2}\right)=\frac{1}{10}$

$s=\frac{-30}{2}=-15\,cm$

$s'=30\,cm$



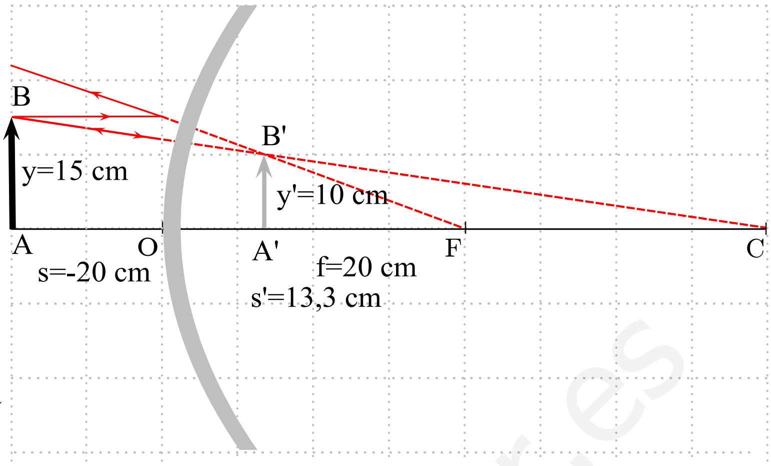
2012-Junio

B. Pregunta 4.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335 s=-20 cm, F=40 cm positivo al ser espejo convexo.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f};\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{40}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{40}+\frac{1}{20}}=13{,}33\,cm$$



$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$$

$$y'=y\frac{-s'}{s}=15\cdot\frac{(-13{,}33)}{-20}=10\,cm$$

b) En el trazado de rayos se ve como la imagen es no invertida, menor y virtual. Se ha colocado C a una distancia R=2F.

Nota: el diagrama mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente grandes, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 15/20 = 0,75. El error de asumir 0,75=sen(0,75) es 9%, superior al 1%, más que cuestionable.

2012-Modelo

A. Pregunta 3.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-6 cm, imagen virtual en un espejo implica s' positiva, y positiva implica que el aumento es positivo. La posición del foco debe ser negativa.

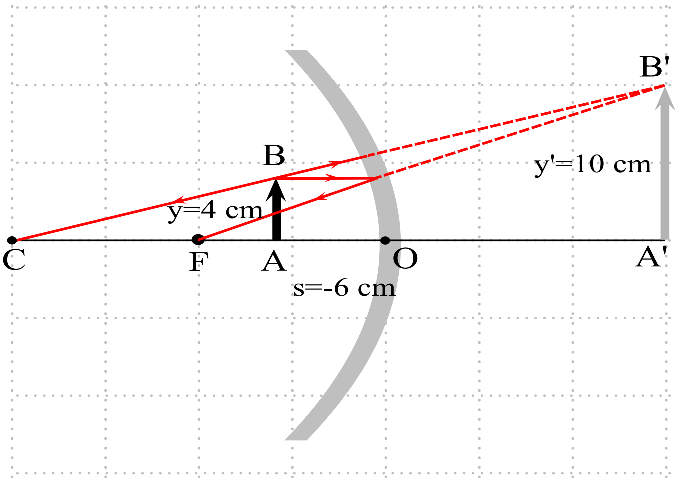
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{10}{4}=2{,}5$$

$$s'=-2{,}5\,s=-2{,}5\cdot(-6)=15\,cm$$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{15}+\frac{1}{-6}=\frac{1}{f}\Rightarrow f=\frac{15}{1-2{,}5}=-10\,cm$$

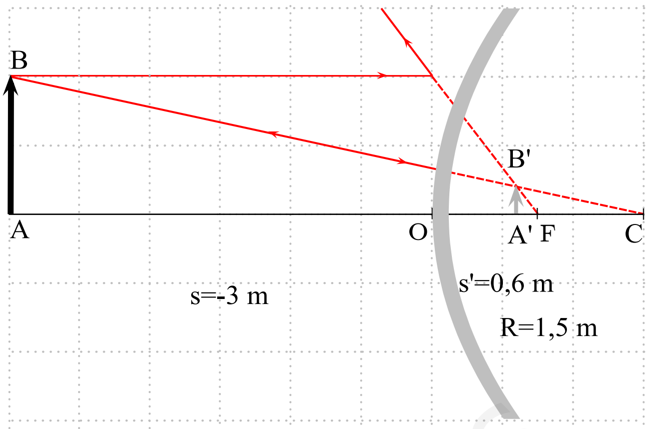
b) En el diagrama no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla serían 5 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OF=f=-10 cm, OA=s'=15 cm



Nota: el diagrama mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente grandes, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 4/10 = 0,4. El error de asumir 0,4=sen(0,4) es 2,7%, superior al 1%, cuestionable

2011-Septiembre-Coincidentes

A. Cuestión 1.-



a) Utilizamos el convenio de signos DIN 1335, por lo que la posición será negativa, s = -3 m. Al tratarse de un espejo convexo sabemos que la imagen será menor, virtual y no invertida, por lo que el aumento es positivo, A = 1/5.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{1}{5}$$

$$s'=\frac{-s}{5}=\frac{-(-3)}{5}=0{,}6\,m$$

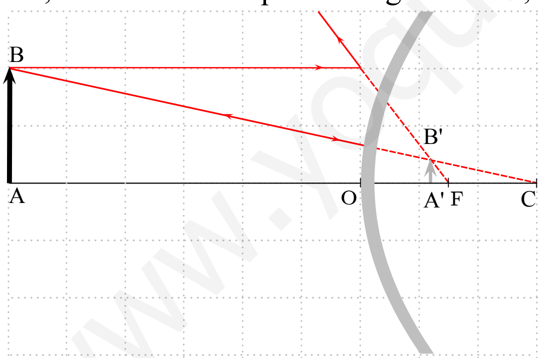
En el trazado de rayos comprobamos la validez del cálculo realizado. Se ve como al representar el espejo como convexo los rayos representados no llegan al objeto, dado que no hemos representado a escala para que sean visibles los objetos: si lo hiciéramos, el espejo sería prácticamente plano, para que fuese válida la aproximación paraxial (no se indica tamaño del objeto así que se puede tomar todo lo pequeño que se quiera).

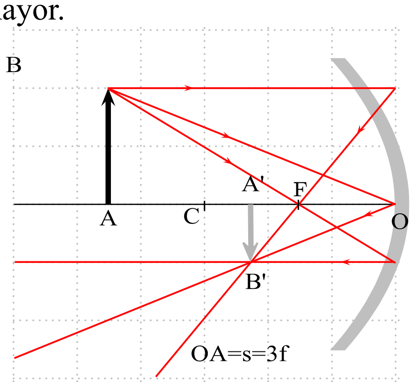
b) $f=\frac{R}{2};\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{0{,}6}+\frac{1}{-3}=\frac{2}{R}\Rightarrow R=\frac{2}{\frac{1}{0{,}6}-\frac{1}{3}}=1{,}5\,m$

2011-Septiembre

A. Cuestión 2.-

a) De manera general las imágenes reales son las formadas por el cruce de los rayos en su propagación, mientras que las imágenes virtuales son formadas por el cruce de las prolongaciones de los rayos. En un sistema óptico centrado formado por espejos, la imagen que se forme detrás del espejo, con posición de imagen positiva, siempre será virtual. Esto ocurre siempre en un espejo plano. En un espejo convexo la imagen siempre es virtual, menor y no invertida. En un espejo cóncavo la imagen es real salvo si s=F, situación en la que no se forma imagen (s' e y' son infinito) y si F<s<0, situación en la que la imagen virtual, no invertida y mayor.

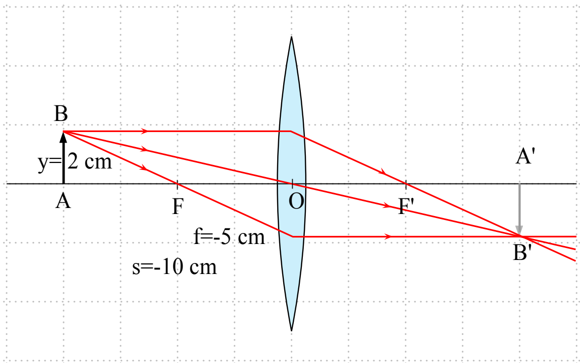




b) Se pone un ejemplo de imagen virtual en un espejo convexo (F positivo), y un ejemplo de imagen real en un espejo cóncavo (F negativo).

2011-Junio-Coincidentes

B. Problema 1.-



a) Con el convenio de signos DIN 1335f=-5 cm, y=2 cm, s=-10 cm. El objeto está entre foco e infinito, por lo que la imagen en una lente convergente será real e invertida. Hacemos cálculos de la primera lente.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\left(\frac{1}{-10}\right)=\frac{1}{5}$$

$$s'=\frac{1}{0{,}2-0{,}1}=\frac{1}{0{,}1}=10\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{10}{-10}=-1$$
$$y'=-1\cdot 2=-2\,cm$$

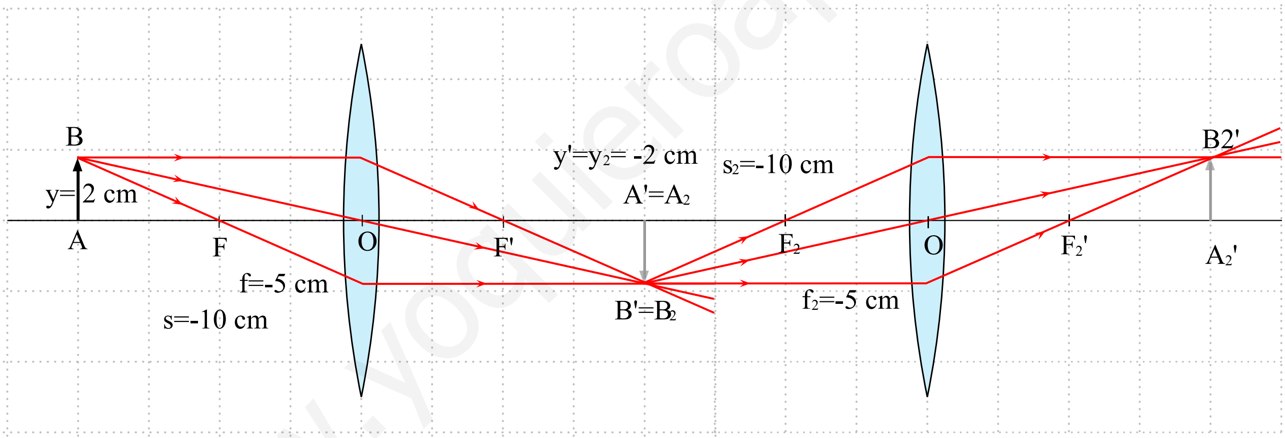
En el trazado de rayos el objeto está a la izquierda del foco ya que s=-10 cm < f = -5 cm.
En el diagrama no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla serían 2,5 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=10 cm, A'B'=y'=-2 cm. Se forma una imagen igual en tamaño y a la misma distancia de la lente pero invertida.
b) Volvemos a utilizar el convenio de signos DIN 1335 pero ahora en la segunda lente, tomando el centro óptico en la segunda lente, por lo que el objeto, que es la imagen formada por la primera lente, tendrá posición negativa. Como la distancia entre lentes es 20 cm

$$s_2=-20+s_1'=-20+10=-10\,cm$$

Tenemos una situación muy similar, ya que la lente tiene la misma distancia focal y un objeto del mismo tamaño, que volverá a formar una imagen igual pero invertida. Los cálculos son muy similares

$$\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2'}\Rightarrow\frac{1}{s_2'}-\left(\frac{1}{-10}\right)=\frac{1}{5}\Rightarrow s_2'=\frac{1}{0{,}2-0{,}1}=\frac{1}{0{,}1}=10\,cm$$
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{10}{-10}=-1\Rightarrow y'=-1\cdot(-2)=2\,cm$$

En el diagrama no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla serían 2,5 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: $OA_2'=s_2'=10$ cm, $A_2'B_2'=y_2'=2$ cm. Se forma una imagen igual en tamaño y a la misma distancia de la lente pero invertida.
Globalmente el sistema formado por las dos lentes forma una imagen igual al objeto original, sin aumento ni inversión.



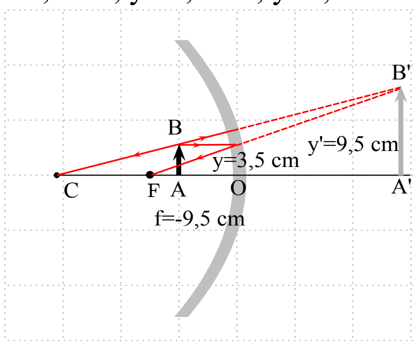
Nota: el diagrama mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente grandes, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 4/10 = 0,4. El error de asumir 0,4=sen(0,4) es 2,7% . superior al 1%, cuestionable

2011-Junio

B. Cuestión 1.-

a) Manejamos unidades en cm. Con convenio de signos DIN 1335 f=-9,5 cm, y'=9,5 cm, y=3,5 cm

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}\Rightarrow s'=-s\frac{y'}{y}=-s\frac{9{,}5}{3{,}5}$$
$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{s}-\frac{1}{s\frac{9{,}5}{3{,}5}}=\frac{1}{-9{,}5}$$
$$\frac{9{,}5-3{,}5}{9{,}5\,s}=\frac{1}{-9{,}5}\Rightarrow s=-6\,cm$$
$$s'=-(-6)\frac{9{,}5}{3{,}5}=16{,}3\,cm$$



Aunque no se pedía explícitamente en enunciado, hemos calculado la posición de la imagen.
b) En el diagrama no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla serían 6 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA=s=-6 cm, OA'=s'=16,3 cm. Se forma una imagen mayor y derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es virtual, ya que se forma por el cruce las prolongaciones de los rayos, no por el cruce de los rayos (se forma detrás del espejo)
Nota: el diagrama mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente grandes, validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 4/10 = 0,2. El error de asumir 0,2=sen(0,2) es 0,7%, inferior al 1%, aceptable.

2011-Modelo

A. Cuestión 2.-

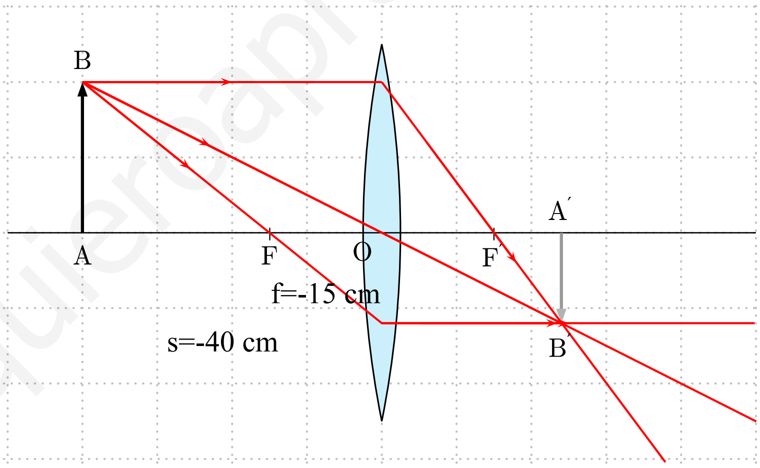
Nota: muy similar a 2010-Modelo-A.Cuestión 2, 2007-Septiembre-Cuestión 3 pero con otros datos.
a) Manejamos unidades en cm. Con el convenio de signos DIN 1335 f=-15 cm, s=-40 cm (posición del objeto negativa al estar a la izquierda de la lente)

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-40}=\frac{1}{15}\Rightarrow s'=\frac{1}{-0{,}025+\frac{1}{15}}=24\,cm$$

Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{24}{-40}=-0{,}6\Rightarrow y'=y\,A=-0{,}6\,y$$

Trazado de rayos: imagen real, invertida, menor



En el trazado de rayos no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=24 cm.
No se dan en enunciado tamaños de objetos y validamos solamente el aumento; podemos pensar que si en la rejilla vertical cada cuadrado es 1 cm, el objeto mide 2 cm y imagen mide -1,2 cm. Se forma una imagen menor e invertida (el aumento tiene signo negativo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es real, ya que se forma por el cruce los rayos, no por el cruce de sus prolongaciones.
b) El objeto está situado entre foco y origen. Si usamos metros

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-(-0{,}1)}=\frac{1}{0{,}15}$$

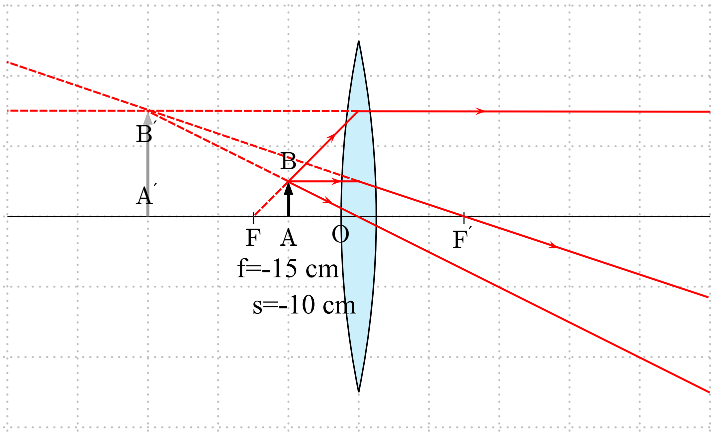
$$s'=\frac{1}{-10+\frac{100}{15}}=-0{,}3\,m=-30\,cm$$

Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-30}{-10}=3$$

$$y'=y\,A=3\,y$$

Trazado de rayos: imagen virtual, derecha (no invertida), mayor



En el trazado de rayos no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=-30 cm. No se dan en enunciado tamaños de objetos y validamos solamente el aumento; podemos pensar que si en la rejilla vertical cada cuadrado es 2 cm, el objeto mide 1 cm y imagen mide 3 cm. Se forma una imagen mayor y derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es virtual, ya que no se forma por los cruces de rayos, sino por el cruce de sus prolongaciones.

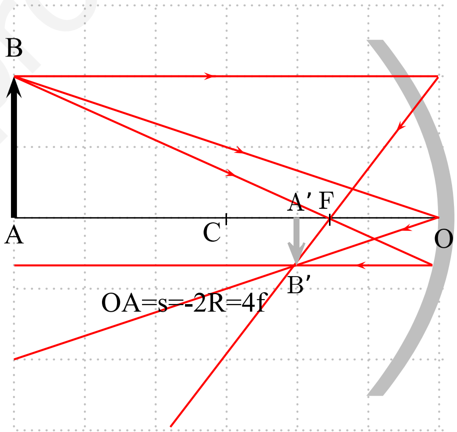
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

2010-Septiembre-Fase General

A. Cuestión 2.-

Se solicita diagrama de rayos, pero además hacemos cálculos en función de un valor de R que tomamos como positivo (por el convenio de signos DIN 1335 para un espejo convexo la posición del centro de curvatura es negativa, a una distancia R del centro óptico). Asumiendo rayos paraxiales podemos utilizar las expresiones

$$f=\frac{-R}{2}\Rightarrow R=-2f\,;\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}$$

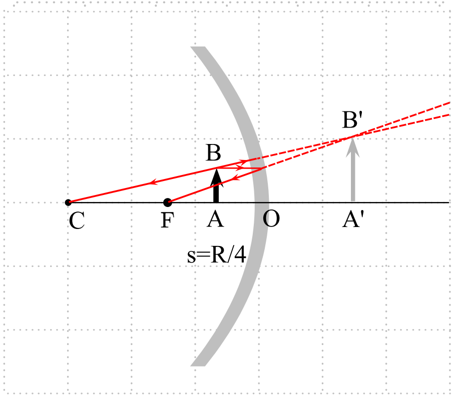


a) Tomando R positivo (posición de C = -R) : s = -2R = 4f

$$s'=\frac{1}{\frac{-2}{R}+\frac{1}{2R}}=\frac{1}{\frac{-4+1}{2R}}=\frac{-2}{3}R$$

Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente. No se da tamaño del objeto por lo que no se puede dar tamaño de imagen: podríamos tomar un tamaño de objeto arbitrario, pero suficientemente pequeño para cumplir la aproximación de rayos paraxiales.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(\frac{-2}{3})R}{-2R}=\frac{-1}{3}$$



En trazado de rayos se confirma la validez de datos calculados: al ser s' negativa en diagrama tiene que quedar a la izquierda del espejo. Al estar entre -R y -R/2 está entre C y F.

Se forma una imagen menor (más o menos una tercera parte en diagrama) e invertida (el aumento tiene signo negativo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es real, ya que se forma por el cruce de los rayos, no por el de sus prolongaciones.

b) Tomando R positivo (posición de C=-R) : s = -R/4 = f/2

$$s'=\frac{1}{\frac{-2}{R}+\frac{4}{R}}=\frac{-2+4}{2R}=\frac{R}{2}$$

Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente. No se da tamaño del objeto por lo que no se puede dar tamaño de imagen: podríamos tomar un tamaño de objeto arbitrario, pero suficientemente pequeño para cumplir la aproximación de rayos paraxiales.

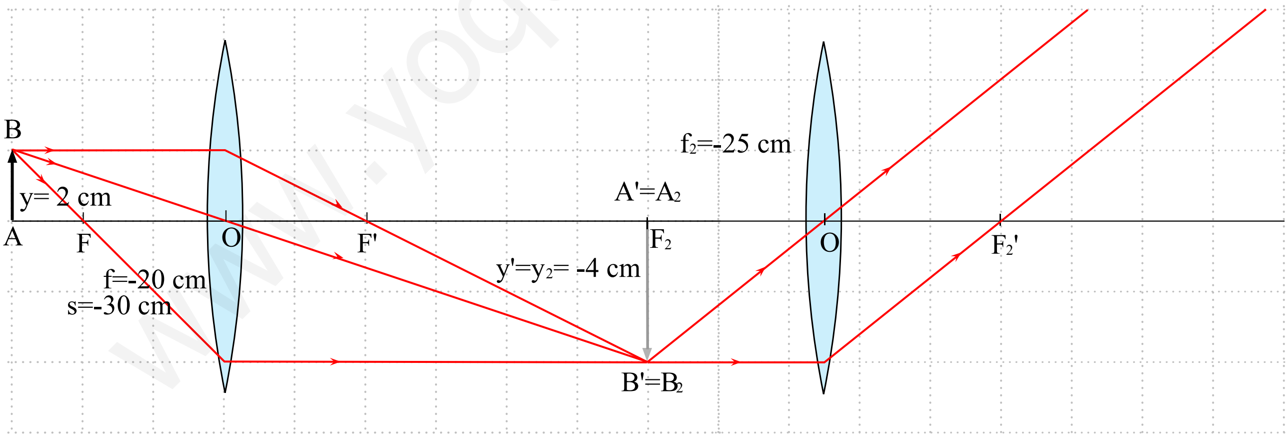
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{\frac{-R}{2}}{\frac{-R}{4}}=2$$

En trazado de rayos se confirma la validez de datos calculados: al ser s' positiva en diagrama tiene que quedar a la derecha del espejo. Aproximadamente A' simétrico a F, ambos a R/2 de centro.
Se forma una imagen mayor (más o menos el doble en diagrama) y derecha (no invertida, el aumento tiene signo negativo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es virtual, ya que no se forma por el cruce de los rayos, sino por el de sus prolongaciones.

2010-Septiembre-Fase Específica

B. Problema 1.-

a)
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-2\Rightarrow s'=-2s$$
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow\frac{1}{-2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow\frac{-1-2}{2s}=\frac{1}{0,2}\Rightarrow s=\frac{-0,6}{2}=-0,3\,m=-30\,cm$$
$$P=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=\frac{1}{P};f'_1=\frac{1}{5}=0,2\,m=20\,cm;f'_2=\frac{1}{4}=0,25\,m=25\,cm$$
b) Con el convenio de signos DIN 1335 invertida significa que objeto e imagen tienen signos opuestos. Real e invertida en una lente convergente implica que está entre el foco y el infinito, luego s será negativo y mayor en módulo que 0,2 m. Hacemos los cálculos para la primera lente.
c) Volvemos a utilizar el convenio de signos DIN 1335 pero ahora en la segunda lente, tomando el centro óptico en la segunda lente, por lo que el objeto, que es la imagen formada por la primera lente, tendrá posición negativa.
Como la distancia entre lentes es 85 cm
$$s_2=-85+s_1'=-85+60=-25\,cm$$
El objeto de la segunda lente está situado en su foco, y la imagen se formará en el infinito.
$$\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2'}\Rightarrow\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{-0,25}=\frac{1}{-0,25}\Rightarrow s_2'=\infty$$
d) Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm y de la rejilla vertical 2 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA=s=-30 cm, A'B'=y'=-4 cm. Con la primera lente se forma una imagen mayor, invertida (el aumento tiene signo positivo) y real ya que se forma por los cruces de sus rayos, no por sus prolongaciones.. Con la segunda lente no se forma imagen ya que los rayos no se cruzan.



Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 2/20 = 0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es inferior al 1%, aceptable.

2010-Junio-Coincidentes

B. Problema 1.-

a) Manejamos unidades en cm. Utilizamos el convenio de signos DIN 1335, por lo para un espejo cóncavo la posición del objeto y el foco serán negativos: s=-15 cm. Si la imagen es real, tiene que estar delante del objeto, y tener también posición negativa, por lo que la frase del enunciado “dos veces mayor” la interpretamos como dos veces en módulo, y A= -2.

Primero calculamos la posición de la imagen

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=-2\Rightarrow s'=-s\,A=-(-15)\cdot(-2)=-30\,cm$$

Conocida posición de objeto e imagen, calculamos la distancia focal

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{-30}+\frac{1}{-15}=\frac{1}{f}\Rightarrow f=\frac{1}{\frac{1}{-30}+\frac{1}{-15}}=-10\,cm$$

Conocida la distancia focal, obtenemos la posición de la imagen en la nueva posición del objeto s_2=-15/2=-7,5 cm

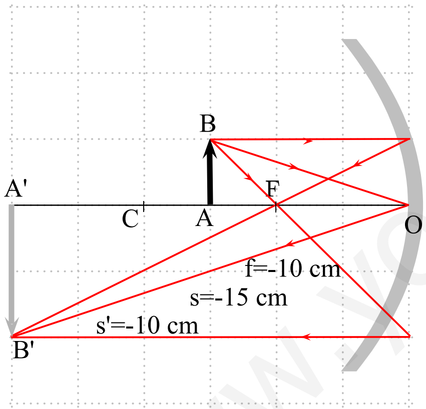
$$\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{-s_2'}+\frac{1}{-7{,}5}=\frac{1}{-10}\Rightarrow s_2'=\frac{1}{\frac{1}{-10}-\frac{1}{-7{,}5}}=30\,cm$$

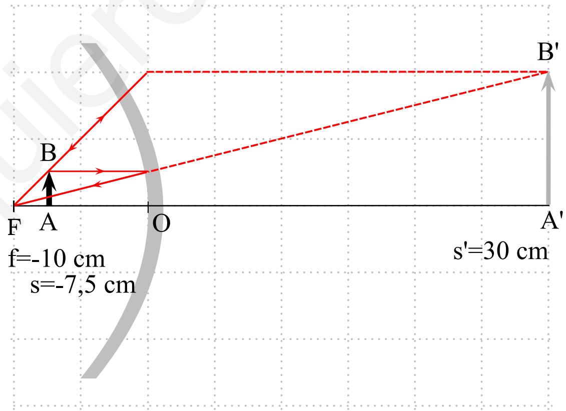
Ahora el objeto está colocado entre el foco y el espejo, y su imagen es virtual.

Aunque no se solicita, calculamos el aumento: $A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(30)}{-7{,}5}=4$

b) En la representación del apartado a vemos como la imagen es real, invertida y del doble de tamaño. En la representación del apartado b vemos que que la imagen es virtual, no invertida, y cuatro veces más grande.

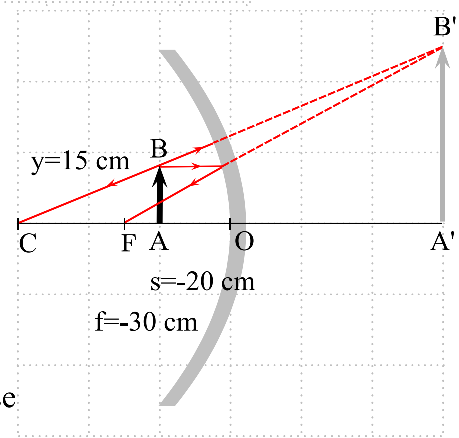
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño. En la representación se ve como el radio dibujado del espejo debería ser mucho mayor para que los rayos no "traspasaran" el espejo. Si fuera proporcional, dado que horizontalmente cada cuadrícula son 5 cm, en el apartado a el tamaño del objeto sería 5 cm y efectivamente no sería válida la aproximación ya que y/f = 5/10 = 0,5. El error de asumir 0,5=sen(0,5) es 4,3%, cuestionable.





2010-Junio-Fase General

A. Problema 2.-



a) Manejamos unidades en cm. Utilizamos el convenio de signos DIN 1335, por lo que la posición del objeto y el foco serán negativos: s=-20 cm, y=15 cm, f=-30 cm.

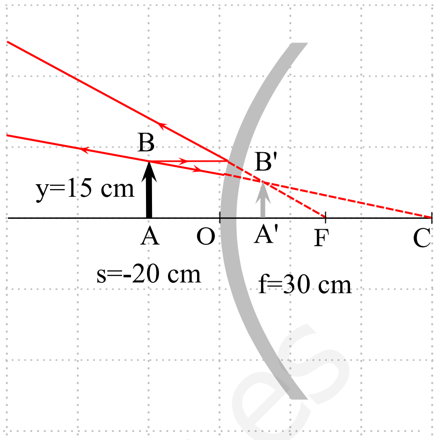
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{-30}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{20}-\frac{1}{30}}=\frac{1}{\frac{3-2}{60}}=60\,cm$$

b) Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 20 cm y de la rejilla vertical 20 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=60 cm, A'B'=y'=45 cm. Se forma una imagen mayor, derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo) y virtual ya que no se forma por los cruces de sus rayos, sino por sus prolongaciones.

Con los cálculos del apartado a, viendo que la posición de la imagen es positiva y se trata de un espejo convexo, podemos razonar que se encuentra por detrás del espejo y es imagen virtual.
c) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, la posición del objeto es negativa, pero ahora el foco será positivo. s=-20 cm, y=15 cm, f=30 cm.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{s'}+\frac{1}{-20}=\frac{1}{30}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{30}}=\frac{1}{\frac{3+2}{60}}=12\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-12}{-20}=0{,}6\Rightarrow y'=y\,A=15\cdot(0{,}6)=9\,cm$$



d) Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 20 cm y de la rejilla vertical 20 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=12 cm, A'B'=y'=9 cm. Se forma una imagen menor, derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo) y virtual ya que no se forma por los cruces de sus rayos, sino por sus prolongaciones..
Con los cálculos del apartado c, viendo que la posición de la imagen es positiva y se trata de un espejo cóncavo, podemos razonar que se encuentra por detrás del espejo y es imagen virtual.
Nota: los diagramas mantienen proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son grandes, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 15/30 = 0,5. El error de asumir 0,5=sen(0,5) es 4,3%, cuestionable.

2010-Modelo

A. Cuestión 2.-

Solución incluida en 2007-Septiembre-Cuestión 3. En ambos casos mismos datos, aquí se pide posición y naturaleza de imagen y allí posición y aumento de la imagen, incluyendo la solución completa las tres respuestas.

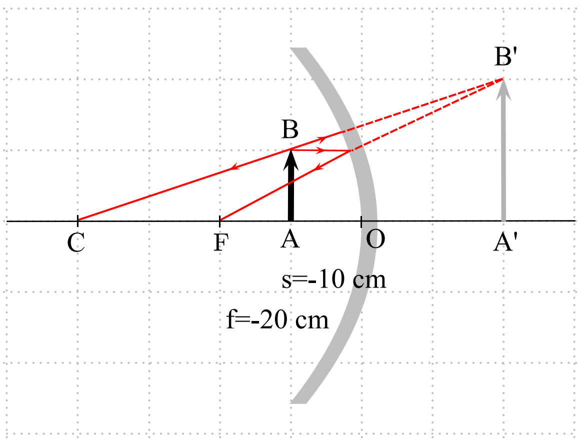
2009-Septiembre

Cuestión 3.-

Nota: la construcción geométrica de apartado a es idéntica a 2006-Septiembre-A-Problema 2.b
a) Manejamos unidades en cm. Utilizamos el convenio de signos DIN 1335, por lo que la posición del objeto y el foco serán negativos: s=-10 cm, f=-20 cm.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{s'}+\frac{1}{-10}=\frac{1}{-20}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{20}}=\frac{1}{\frac{2-1}{20}}=20\,cm$$



Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-20}{-10}=2$$

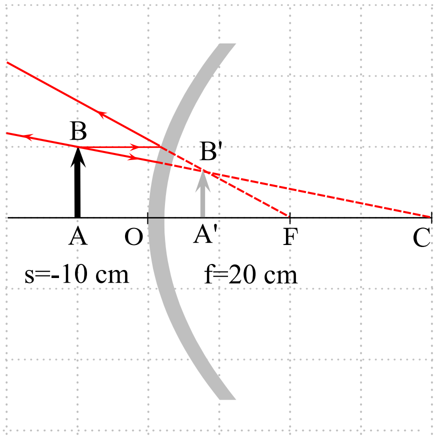
$$y'=y\,A=2\,y$$

Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=20 cm. Podemos pensar que si en la rejilla vertical cada cuadrado es 1 cm, el objeto mide 1 cm y imagen mide 2 cm. Se forma una imagen mayor, derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo) y virtual ya que no se forma por los cruces de sus rayos, sino por sus prolongaciones.
Con los cálculos realizados, viendo que la posición de la imagen es positiva y se trata de un espejo convexo, podemos razonar que se encuentra por detrás del espejo y es imagen virtual.

c) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, la posición del objeto es negativa, pero ahora el foco será positivo. s=-10 cm, f=20 cm.

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{s'}+\frac{1}{-10}=\frac{1}{20}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{20}}=\frac{1}{\frac{2+1}{20}}=6{,}6\,cm$$



Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-6{,}6}{-10}=0{,}66$$

$$y'=y\,A=0{,}66\,y$$

d) Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=6,6 cm. Podemos pensar que si en la rejilla vertical cada cuadrado es 1 cm, el objeto mide 1 cm y imagen mide 0,66 cm. Se forma una imagen menor, derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo) y virtual ya que no se forma por los cruces de sus rayos, sino por sus prolongaciones.
Con los cálculos anteriores, viendo que la posición positiva y se trata de un espejo cóncavo, podemos razonar que se encuentra por detrás del espejo y es imagen virtual.
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

2009-Junio

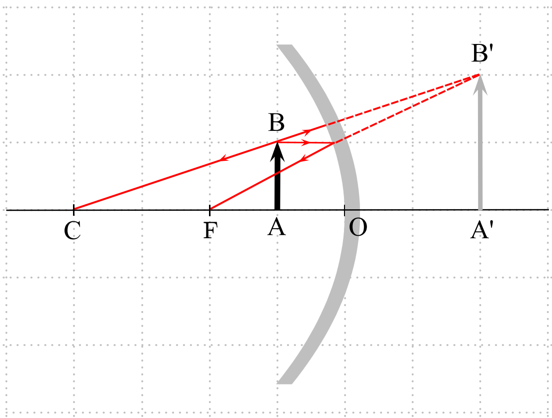
Cuestión 3.-

a) Conociendo las distintas casuísticas del tipo de imagen y aumento según la posición del objeto, se puede razonar que el objeto debe estar entre el foco y el centro óptico.
Razonándolo matemáticamente, sabiendo que como la imagen es derecha, el aumento A es positivo, y como la imagen es mayor, A>1

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}\Rightarrow s'=-sA$$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{-1}{sA}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{A-1}{sA}=\frac{1}{f}\Rightarrow s=\frac{(A-1)}{A}f$$



Si A>1, entonces de la expresión anterior, ignorando signos, tenemos que $|s|<|f|$, y como tanto s como f son negativos, s será un valor entre 0 y f, es decir, el objeto estará situado entre centro óptico y foco.
Como el aumento es positivo y s es negativa, s' debe ser positiva: la imagen se formará detrás del espejo, y será virtual.
Incluimos un esquema con un ejemplo del trazado de rayos.
b) Tomando R positivo, y utilizando la aproximación de rayos paraxiales, f=-R/2.
Si la imagen es derecha y de doble tamaño, el aumento es 2, por lo que utilizando la expresión del apartado anterior

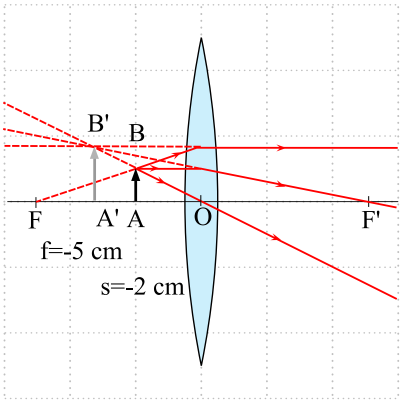
$$s=\frac{(2-1)}{2}\left(\frac{-R}{2}\right)=\frac{-R}{4}\quad \text{En este caso}\quad s=\frac{-30}{4}=-7{,}5\,cm$$

2009-Modelo

Cuestión 3.-

a) Manejamos unidades en cm. Utilizamos el convenio de signos DIN 1335, por lo que la posición del objeto y el foco serán negativos en ambos casos: s=-2 cm, f=-5 cm

Cálculos para el caso de lente convergente:



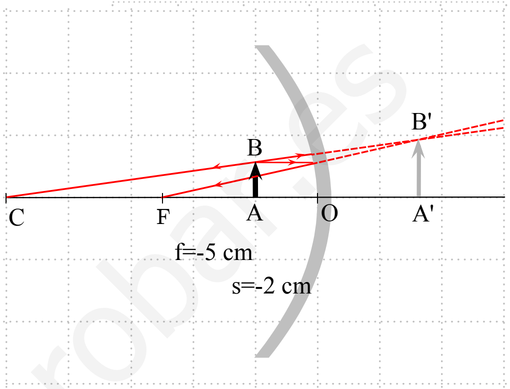
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{5}-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{2-5}{10}}=\frac{-10}{3}cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow A=\frac{\frac{-10}{3}}{-2}=\frac{10}{6}$$

Cálculos para el caso de espejo cóncavo

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{-1}{5}+\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{-2+5}{10}}=\frac{10}{3}cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}\Rightarrow A=\frac{\frac{-10}{3}}{-2}=\frac{10}{6}$$



Los aumentos laterales son iguales en ambos casos.
Las posiciones de las imágenes son iguales en módulo, pero opuestas en signo.
b) Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 2 cm. No se dan en enunciado tamaños de objetos y validamos solamente el aumento, podemos pensar que en la rejilla vertical cada cuadrado es también de 2 cm.
Se ve la validez de los datos calculados
Lente: OA'=s'=-3,3 cm, Aumento 1,66 ya que si AB=y= 1 cm, entonces A'B'=y'=1,66 cm.
Espejo: OA'=s'=3,3 cm, Aumento 1,66 ya que si AB=y=1 cm, entonces A'B'=y'=1,66 cm.
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

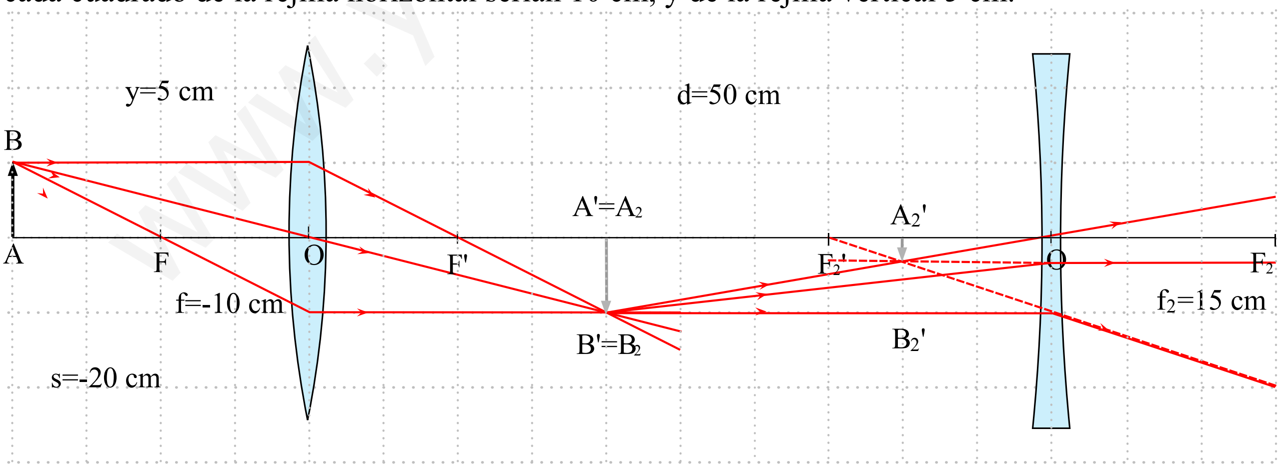
<u>2008-Septiembre</u>

Cuestión 4.- *Resolución similar apartado a de 2004-Modelo-Cuestión 4.*

<u>2008-Junio</u>

B. Problema 1.-

a) Realizamos un esquema gráfico con el trazado de rayos, en el que no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, y de la rejilla vertical 5 cm.



b) Manejamos unidades en cm. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en la primera lente convergente f=-10 cm, f'=10 cm, s=-20 cm

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{20}}=20\,cm$$

c) Volvemos a utilizar el convenio de signos DIN 1335 pero ahora en la segunda lente, tomando el centro óptico en la segunda lente, por lo que el objeto, que es la imagen formada por la primera lente, tendrá posición negativa. Como la distancia entre lentes es 50 cm

$$s_2=-50+s_1'=-50+20=-30\,cm$$

Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en la segunda lente divergente f_2=+15 cm, f_2'=-15, s=-30 cm $\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2'}\Rightarrow\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{-30}=\frac{1}{-15}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{-15}-\frac{1}{30}}=-10\,cm$

d) Calculamos el aumento de las lentes y tamaño imágenes, sabiendo que s'=s_2

$$A_1=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{20}{-20}=-1\Rightarrow y_1'=A_1 y=-5\,cm$$

$$A_2=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-10}{-30}=\frac{1}{3}\Rightarrow y_2'=A_2 y_2=\frac{1}{3}(-5)=\frac{-5}{3}\,cm$$

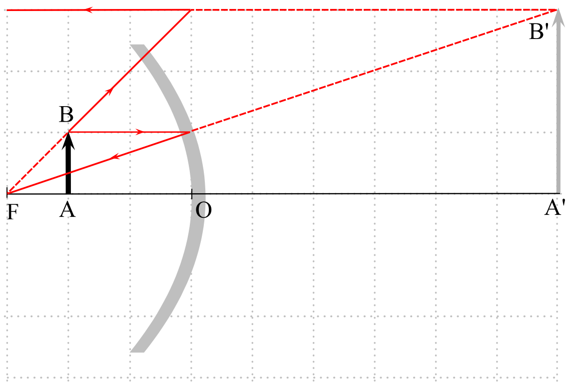
El aumento total es la multiplicación de ambos, $A_{total}=A_1\cdot A_2=-1\cdot(\frac{1}{3})=\frac{-1}{3}$

Al ser el aumento global negativo, la imagen es invertida. Se forma una imagen virtual ya que no se forma por los cruces de sus rayos, sino por sus prolongaciones.
Nota: el diagrama mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son grandes, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 5/20 = 0,25. El error de asumir 0,25=sen(0,25) es del 1%, aceptable.

2008-Modelo

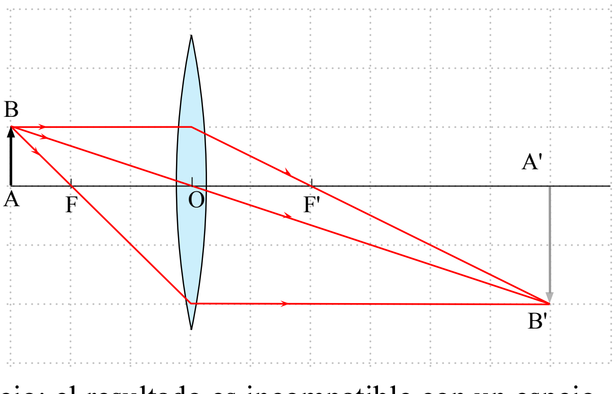
Cuestión 3.-

a) Lo podemos razonar cualitativa y matemáticamente, aunque aportamos un diagrama de rayos tal y como se solicita. Cualitativamente en un espejo cóncavo la imagen virtual implica que se forma detrás del espejo, y eso ocurre cuando el objeto está entre el foco y el centro óptico; cualquier posición del objeto más a la izquierda del foco genera una imagen real. Con el objeto entre foco y centro óptico la imagen siempre es derecha (no invertida) y mayor, por lo que podemos concluir que no es posible que la imagen sea a la vez virtual, derecha (no invertida) y menor.



Matemáticamente en un espejo cóncavo el foco es negativo, y la imagen virtual implica que se forma detrás del espejo, (s'>0), y eso ocurre cuando el objeto está entre el foco y el centro óptico (f<s<0). Derecha (no invertida) y menor implica que el aumento lateral es positivo y menor que 1 (0<A<1)

$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}\Rightarrow s'=-sA$ Con s negativo, no habría problema en que s' fuera positivo.



Pero combinando con la ecuación del espejo

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{-1}{sA}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{A-1}{sA}=\frac{1}{f}\Rightarrow s=\frac{(A-1)}{A}f$$

Si asumimos que 0<A <1, tendremos que -1 < A-1 < 0, por lo que como f es negativo, la posición del objeto sería positiva, lo que implicaría detrás del espejo: el resultado es incompatible con un espejo cóncavo, luego es imposible.

b) Lo podemos razonar cualitativa y matemáticamente, aunque aportamos un diagrama de rayos tal y como se solicita.
Cualitativamente se trata de una lupa: si el objeto está a la izquierda del foco, la imagen será real, invertida y mayor.
Matemáticamente, si la imagen es invertida y mayor, el aumento lateral cumple A<-1

$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow s'=sA$ Con s negativo, la imagen s' sería positiva, por lo que será real, ya que los rayos se propagan de izquierda a derecha.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{sA}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1-A}{sA}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s=\frac{(1-A)}{A}f'$$

Si asumimos que A<-1, tendremos que 1-A>0, por lo que como f' es positivo, la posición del objeto s será negativa, lo que implica delante de la lente: el resultado es posible.
Sabiendo que -f'=f, y que A = $|A|$ podemos reescribir la expresión:

$s=\frac{1}{A}f'-f'=f-\frac{1}{|A|}$, luego la posición debe ser a la izquierda del foco.

2007-Septiembre

Cuestión 3.-

a) Manejamos unidades en cm. Con el convenio de signos DIN 1335 f=-20 cm, s=-50 cm (posición del objeto negativa al estar a la izquierda de la lente)

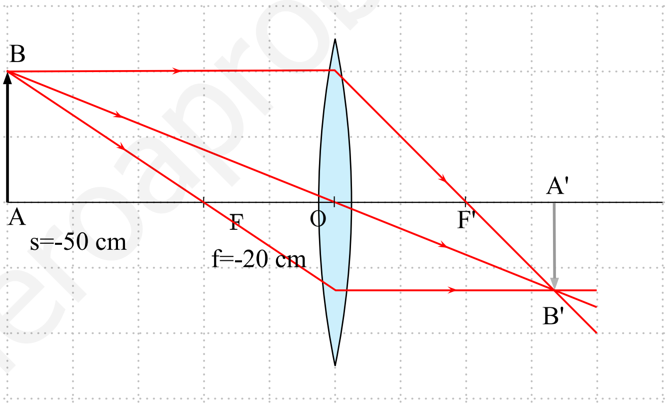
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-50}=\frac{1}{20}$$

$$s'=\frac{1}{-0{,}02+0{,}05}=33{,}3\,cm$$

Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{33{,}3}{-50}=-0{,}66$$

$$y'=y\,A=-0{,}66\,A$$



Trazado de rayos: imagen real, invertida, menor
En el trazado de rayos no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=33,3 cm. No se dan en enunciado tamaños de objetos y validamos solamente el aumento; podemos pensar que si en la rejilla vertical cada cuadrado es 1 cm, el objeto mide 2 cm y imagen mide -1,32 cm. Se forma una imagen menor e invertida (el aumento tiene signo negativo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es real, ya que se forma por el cruce los rayos, no por el cruce de sus prolongaciones.
b) El objeto está situado entre foco y origen

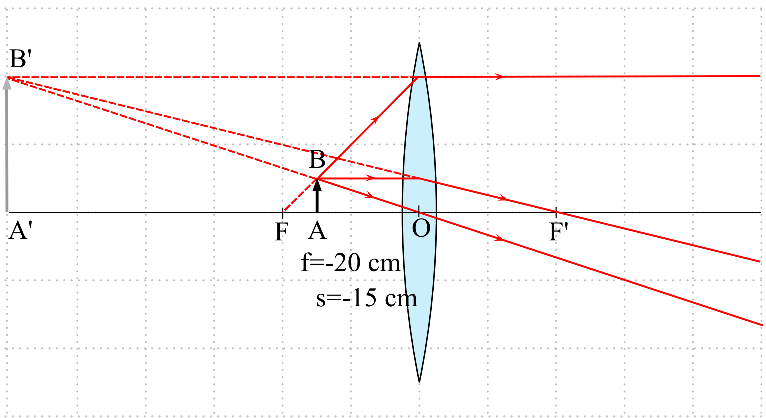
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-(-15)}=\frac{1}{20}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{-1}{15}+\frac{1}{20}}=\frac{1}{\frac{-4+3}{60}}=-60\,cm$$

Calculamos el aumento aunque no se pide explícitamente.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-60}{-15}=4$$

$$y'=y\,A=4y$$

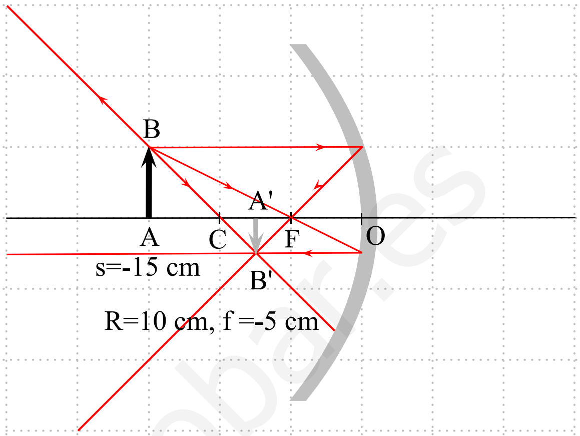


Trazado de rayos: imagen virtual, no invertida, mayor

En el trazado de rayos no indicamos unidades, pero cada cuadrado de la rejilla horizontal serían 10 cm, por lo que se ve la validez de los datos calculados: OA'=s'=-60 cm. No se dan en enunciado tamaños de objetos y validamos solamente el aumento; podemos pensar que si en la rejilla vertical cada cuadrado es 2 cm, el objeto mide 1 cm y imagen mide 2 cm. Se forma una imagen mayor y derecha (no invertida, el aumento tiene signo positivo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es virtual, ya que no se forma por los cruces de rayos, sino por el cruce de sus prolongaciones.
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

B. Problema 1.-

a) Manejamos unidades en cm. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, y tomando R como positivo, para un espejo cóncavo, f=-R/2 = - 5 cm, y=5 cm, s=-15 cm.



$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{-5}-\frac{1}{-15}}=-7{,}5\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(-7{,}5)}{-15}=-0{,}5$$

$$y'=y\,A=5\cdot(-0{,}5)=-2{,}5\,cm$$

En la construcción geométrica no hay unidades en los ejes, cada cuadrado de rejilla horizontal o vertical serían 5 cm, por lo que podemos ver la validez de los valores calculados: OA'=s'=-7,5 cm, A'B'=y'=-2,5 cm.
Se forma una imagen menor e invertida (el aumento tiene signo negativo). En el trazado de rayos se ve que la imagen es real, ya que se forma por los cruces de rayos, no por el cruce de sus prolongaciones.
Nota: el diagrama mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son grandes, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 5/5 =1. El error de asumir 1=sen(1) es del ***18%, más que cuestionable.*** *En la aproximación paraxial los rayos serían muy próximos al eje óptico y el espejo sería visto por los rayos con poca curvatura, por lo que en la representación se ve que sobrepasamos con los rayos los límites del espejo.*

b) Imagen del mismo tipo y mismo tamaño de imagen del objeto anterior (donde y'=-2,5 cm) implica que y=-2,5 cm.

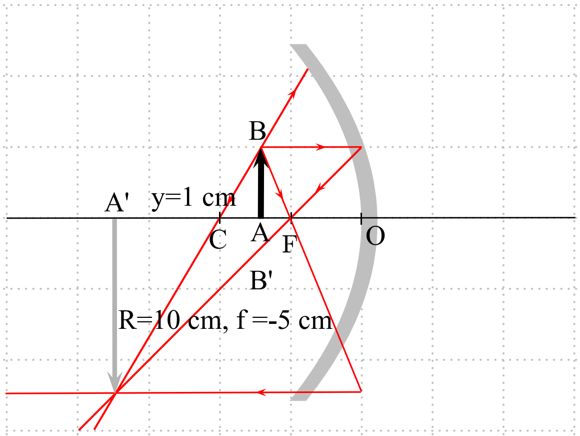
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(-2{,}5)}{1}\Rightarrow s'=2{,}5\,s$$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{2{,}5\,s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{-5}$$

$$\frac{1+2{,}5}{2{,}5\,s}=\frac{-1}{5}\Rightarrow s=\frac{-3{,}5\cdot 5}{2{,}5}=-7\,cm$$

Aunque no se pide explícitamente, calculamos la posición de la imagen y hacemos diagrama de rayos.

$$s'=2{,}5\,s=2{,}5\cdot(-7)=-17{,}5\,cm$$



En la rejilla horizontal cada cuadrado son 5 cm como antes, pero en la vertical ahora es 1 cm, para que la representación sea más clara.
Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 1/5 =0,2. El error de asumir 0,2=sen(0,2) es inferior al 1%, aceptable. En la aproximación paraxial los rayos serían muy próximos al eje óptico y el espejo sería visto por los rayos con poca curvatura, por lo que en la representación, por la ampliación de la escala en eje y, se ve que sobrepasamos con los rayos los límites del espejo.

2007-Junio

A. Problema 2.-

Manejamos unidades en cm, teniendo presente que la potencia de la lente necesitará conversión a metros. Utilizando el convenio de signos DIN 1335, para la lente convergente posición y foco son negativos.

En la posición s_1, el aumento es -4 (invertida implica aumento negativo):

$$\frac{s_1'}{s_1}=-4\Rightarrow s_1'=-4s_1 \qquad \frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'}$$

En la posición $s_2=s_1+3$, el aumento es 4 (derecha implica aumento positivo), luego

$$\frac{s_2'}{s_2}=4\Rightarrow s_2'=4s_2 \qquad \frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{4s_2}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f'}$$

Una vez planteado, tenemos un conjunto de ecuaciones con varias incógnitas: s_1, s_1', s_2, s_2', f'. Podríamos resolver en cualquier orden, pero lo hacemos en el orden en el que aparece en enunciado, a pesar de que sea más directo hallar previamente el resultado de otros apartados.

a) $$f'=\frac{1}{\frac{1}{-4s_1}-\frac{1}{s_1}}=\frac{1}{\frac{-1-4}{4s_1}}=\frac{-4s_1}{5}\Rightarrow s_1=\frac{-5f'}{4}$$

$$f'=\frac{1}{\frac{1}{4s_2}-\frac{1}{s_2}}=\frac{1}{\frac{1-4}{4s_2}}=\frac{-4s_2}{3}=\frac{-4}{3}(s_1+3)=\frac{-4}{3}s_1-4=\frac{-4}{3}\left(\frac{-5}{4}\right)f'-4$$

$$f'\left(1-\frac{5}{3}\right)=-4\Rightarrow f'\left(\frac{-2}{3}\right)=-4\Rightarrow f'=\frac{-12}{-2}=6\,cm=0{,}06\,m$$

$$p=\frac{1}{f'}=\frac{1}{0{,}06}=16{,}67\,dioptrías\,(positiva\ para\ lente\ convergente)$$

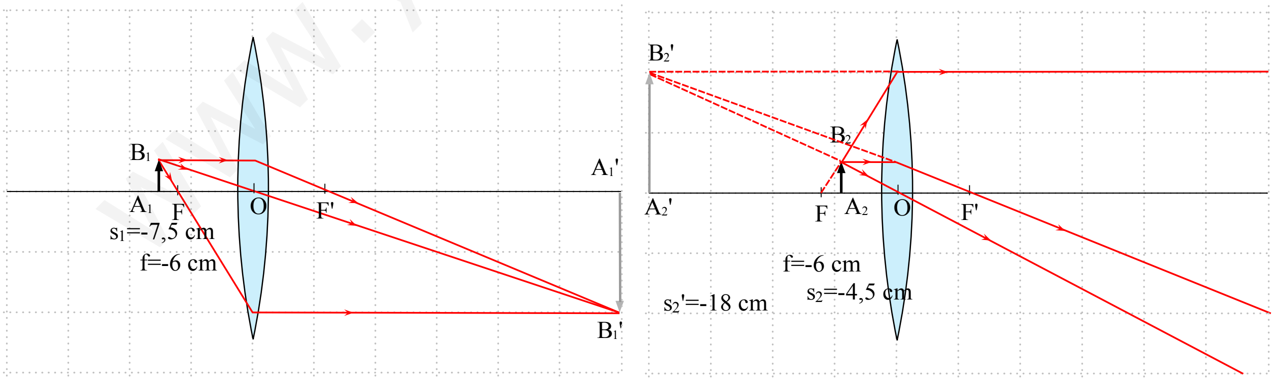
b) Primer caso $s_1=\frac{-5f'}{4}=\frac{-5\cdot 6}{4}=-7{,}5\,cm$

Segundo caso $s_2=s_1+3=-4{,}5\,cm$

c) Primer caso $s_1'=-4s_1=-4\cdot(-7{,}5)=30\,cm$

Segundo caso $s_2'=4s_2=4\cdot(-4{,}5)=-18\,cm$

d) Incluimos las construcciones geométricas asociada a ambas situaciones. Como enunciado menciona construcciones en plural, no las representamos conjuntamente, aunque es fácil pensar cómo quedarían superpuestas, al coincidir la distancia focal de la lente y el tamaño del objeto.



En la construcción geométrica no hay unidades en los ejes, cada cuadrado de rejilla horizontal o vertical serían 5 cm, por lo que podemos ver la validez de los valores calculados: $OA_1=s_1=-4{,}5$ cm, $OA_1=s_1=30$ cm, $OA_2=s_2=-7{,}5$ cm, $OA_2'=s_2'=-18$ cm

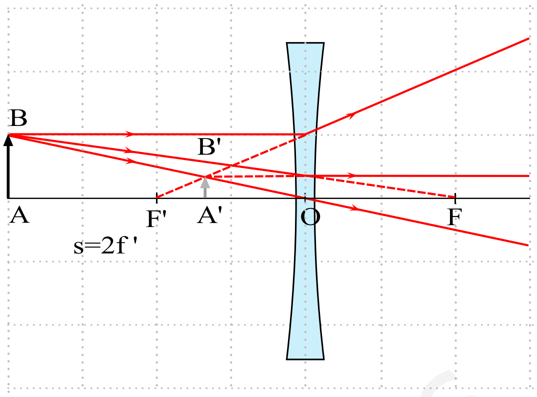
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

2007-Modelo

Cuestión 4.-

En una lente divergente, el tipo de imagen siempre es virtual, ya que los rayos al llegar a la lente divergirán, y no se cruzarán, tan sólo se cruzarán sus prolongaciones.

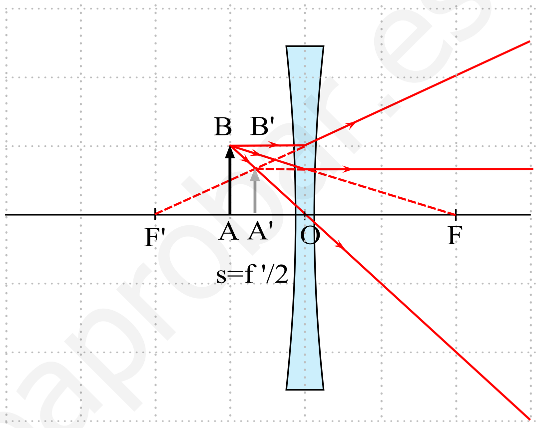
Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en una lente divergente el signo de f es positivo, y el de f' es negativo.



a) En este caso s=2f' luego

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f'}+\frac{1}{2f'}}=\frac{1}{\frac{2+1}{2f'}}=\frac{2}{3}f'$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{\frac{2}{3}f'}{2f'}=\frac{1}{3}$$



b) En este caso s=f'/2 luego

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f'}+\frac{2}{f'}}=\frac{1}{\frac{2+1}{f'}}=\frac{1}{3}f'$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{\frac{1}{3}f'}{\frac{f'}{2}}=\frac{2}{3}$$

Incluimos la construcción geométrica en ambos casos, donde se valida que la imagen formada es virtual en ambos casos, y el aumento lateral es menor tal y como se ha calculado.

2006-Septiembre

A. Problema 2.-

En un espejo cóncavo se puede razonar que hay 5 situaciones posibles

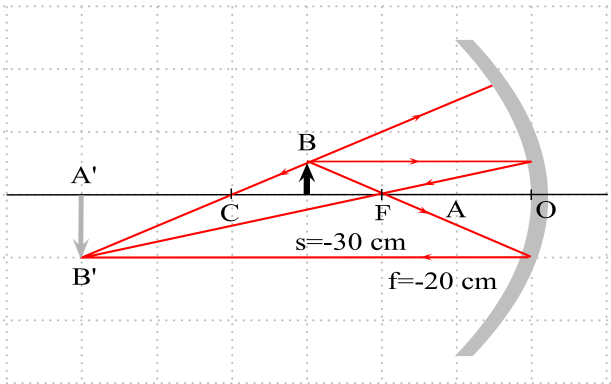
s<R: imagen real, invertida y menor.

s=R: imagen real, invertida y tamaño natural.

R<s<F: imagen real, invertida y mayor.

s=F: no se forma imagen (s' e y' son infinito)

F<s<0: imagen virtual, derecha y mayor.



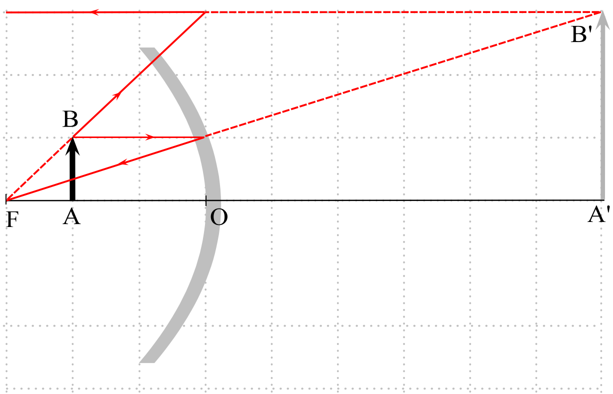
a) Imagen real y doble, implica que R<s<F. Como es invertida, A=-2

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=-2\Rightarrow s'=2s$$

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{2s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1+2}{2s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s=\frac{3}{2}f=\frac{3}{2}(-20)=-30\,cm$$

En la construcción geométrica cada cuadrado de la rejilla horizontal son 10 cm, por lo que se aprecia como s'=-60 cm, que es es s'=2s.



b) Imagen virtual y doble, implica que F<s<0.

Como es derecha, A=2

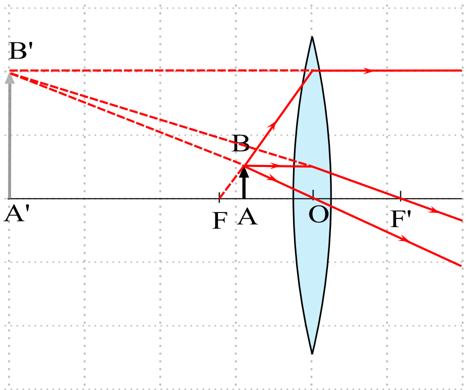
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=2\Rightarrow s'=-2s$$
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow-\frac{1}{2s}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$
$$\frac{-1+2}{2s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s=\frac{f}{2}=\frac{-20}{2}=-10\,cm$$

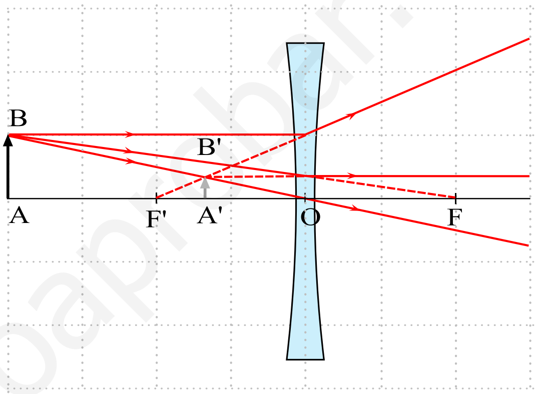
En la construcción geométrica cada cuadrado de la rejilla horizontal son 10 cm, por lo que se aprecia como s'=20 cm, que es s'=-2s.
Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

2006-Junio

Cuestión 4.-

a) En una lente convergente la imagen es real e invertida si el objeto está más alejado de la distancia focal (s<F), y virtual y derecha si el objeto está entre el foco y la lente (F<s<0).
Cuando la imagen es virtual y derecha, también es mayor, siendo este caso conocido como lupa.





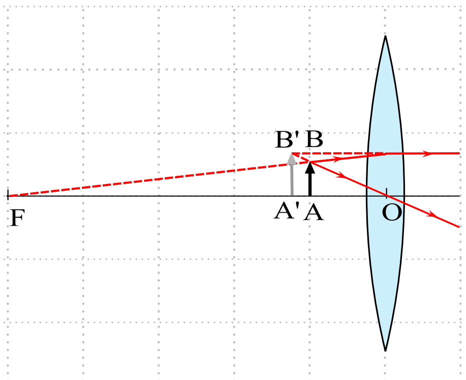
b) En una lente divergente la imagen siempre es virtual (los rayos divergen y siempre se cruzan sus prolongaciones), menor y derecha.

2006-Modelo

Cuestión 4.-

a) Manejamos unidades en cm, teniendo en cuenta que para las dioptrías la distancia focal está expresada en metros. Como la lente es convergente, f' es positivo usando convenio DIN 1335..

$$p=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=\frac{1}{p}=\frac{1}{20}=0{,}05\,m=5\,cm$$
$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f}'+\frac{1}{s}}=\frac{1}{\frac{1}{5}+\frac{1}{-1}}=\frac{1}{\frac{1-5}{5}}=\frac{-5}{4}=-1{,}25\,cm$$
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-1{,}25}{-1}=1{,}25\Rightarrow y'=y\,A=1{,}25\,mm$$

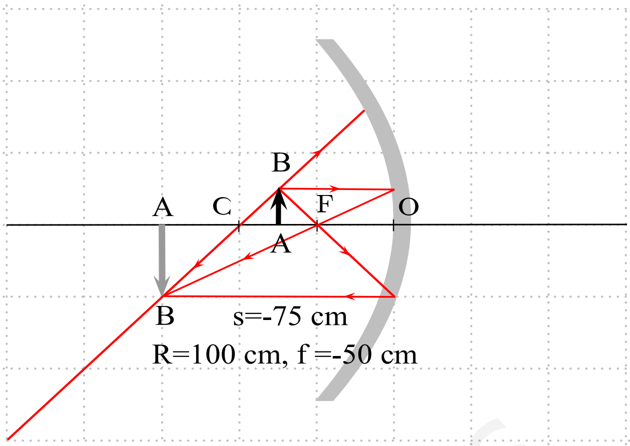


En la construcción geométrica cada cuadrado de la rejilla horizontal es 1 cm, por lo que se valida el resultado calculado OA'=s'=-1,25 cm. No se representa f' que sería simétrico, y se podría representar un rayo más, que saliera paralelo al eje óptico del objeto, y que pasase por f': sería su prolongación la que se cruzaría con las otras prolongaciones para formar la imagen.
b) No, porque se trata de una imagen virtual. El instrumento óptico es la lupa.
Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 0,1/5 =0,02. El error de asumir 0,02=sen(0,02) es inferior al 1%, aceptable.

A. Problema 2.-

a) Utilizamos unidades en cm. Con el convenio de signos DIN 1335 y la aproximación paraxial: f=-R/2 = -50 cm, s=-75 cm, y=10 cm.

Al ser un espejo cóncavo y estar el objeto entre centro y foco, la imagen es real, invertida y mayor. Calculamos la posición y el tamaño



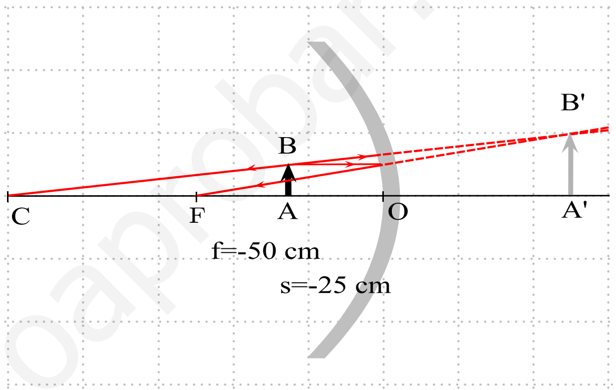
$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{-50}-\frac{1}{-75}}=-150\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(-150)}{-75}=-2$$

$$y'=A\,y=-2\cdot 10=-20\,cm$$

En la construcción geométrica se ve que la imagen es real porque se produce por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones.

b) Con el convenio de signos DIN 1335, acercar 0,5 m al espejo supone que ahora s_2=-75+50 = -25 cm



$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{-50}-\frac{1}{-25}}=50\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-50}{-25}=2$$

$$y'=A\,y=2\cdot 10=20\,cm$$

Ahora el objeto se encuentra entre el foco y el centro óptico: la imagen será virtual, derecha y mayor.

En la construcción geométrica se ve que la imagen es virtual porque no se produce por el cruce de los rayos, sino de sus prolongaciones.

Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 10/50 =0,2. El error de asumir 0,2=sen(0,2) es inferior al 1%, aceptable.

2005-Septiembre

A. Problema 2.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335 para la primera lente, f_1=-10 cm, s_1=-15 cm

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f_1'}\Rightarrow s_1'=\frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{-15}}=30\,cm$$

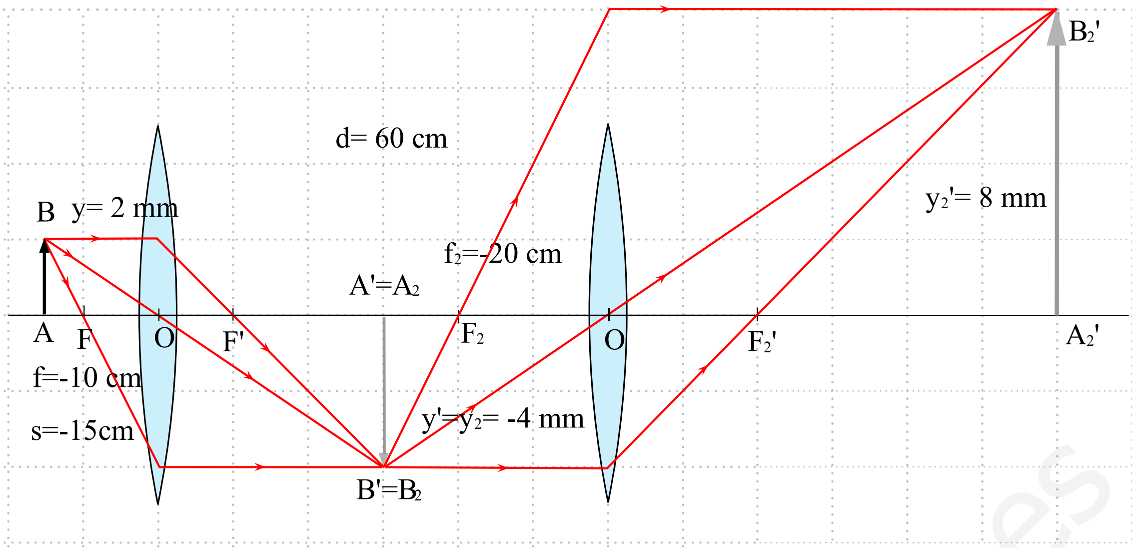
$$A=\frac{y_1'}{y_1}=\frac{s_1'}{s_1}=\frac{30}{-15}=-2\Rightarrow y_1'=-2\,y_1=-4\,mm$$

Volvemos a utilizar el convenio de signos DIN 1335 para la segunda lente, estando el centro óptico ahora centrado en esta segunda lente tenemos y siendo la imagen obtenida de la primera lente el objeto de la segunda s_2=s_1'-d = 30-60=-30 cm, f_2=-20 cm

$$\frac{1}{s_2'}-\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f_2'}\Rightarrow s_2'=\frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{-30}}=60\,cm$$

$$A=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{s_2'}{s_2}=\frac{60}{-30}=-2\Rightarrow y_2'=-2\,y_2=8\,mm$$

b) En la construcción geométrica podemos validar los resultados obtenidos.



Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 0,1/10 =0,01. El error de asumir 0,01=sen(0,01) es inferior al 1%, aceptable.

2005-Modelo

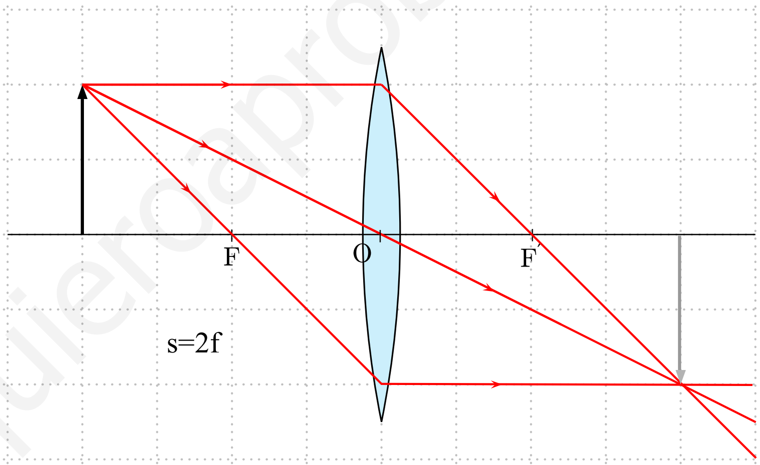
Cuestión 2.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, invertida implica ampliación lateral A negativa, y de igual tamaño implica que A=-1.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-1\Rightarrow s'=-s$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{-2}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s=-2f'=2f$$



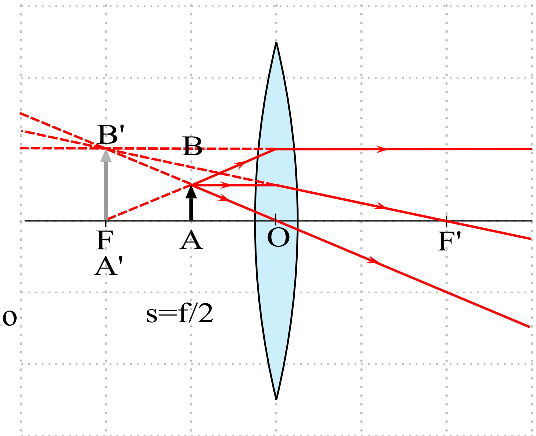
En la construcción geométrica vemos como la imagen es real porque se produce por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones.

b) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, derecha implica ampliación lateral A positiva, y de doble tamaño implica que A=2.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=2\Rightarrow s'=2s$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{2s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1-2}{2s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow s=\frac{-f'}{2}=\frac{f}{2}$$



En la construcción geométrica vemos como la imagen es virtual porque no se produce por el cruce de los rayos, sino de sus prolongaciones.

Nota: Como no se indica el tamaño del objeto, no es necesario validar la aproximación de rayos paraxiales, asumiendo que se toma un tamaño de objeto suficientemente pequeño.

2004-Septiembre

B. Problema 1.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, y= 2 cm, s negativo, f' positivo, aumento lateral de valor absoluto 3 (no se indica si es invertida o no).

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\pm 3 \Rightarrow s'=\pm 3s$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{\pm 3s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{\pm 1-3}{3s}=\frac{1}{f'} \Rightarrow s=\frac{\pm 1-3}{3}f'$$

Tenemos dos posibles soluciones: $s=\frac{-4}{3}f'$ y $s=\frac{-2}{3}f'$. Como se indica que la imagen se recoge sobre una pantalla, la imagen es real, lo que implica para una lente convergente que la posición del objeto tiene que ser más a la izquierda del foco, por lo que tomamos $s=\frac{-4}{3}f'$ y descartamos la otra solución que daría una imagen virtual.

De la solución elegida sabemos que A es negativa, s'=-3s.

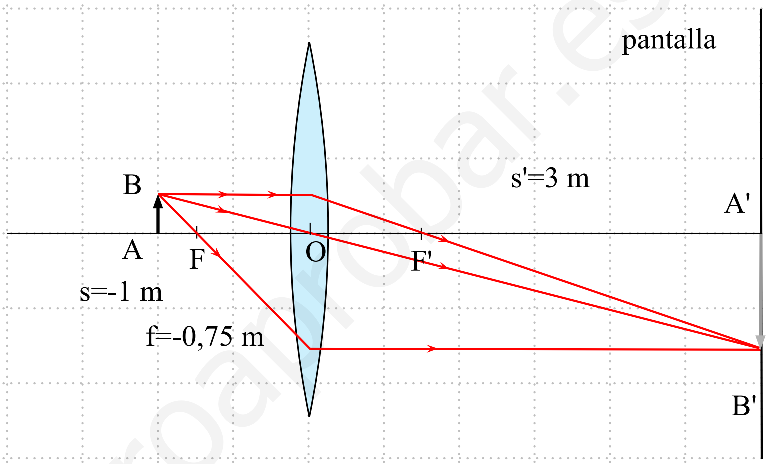
El dato de 4 m del enunciado es la distancia del objeto a la imagen,luego 4 =-s+s'= -s -3s = -4s, por lo que s=-1 m. El objeto se encuentra a 1 metro de la lente, y la lente a 3 metros de la pantalla.

b) $f'=\frac{-3}{4}s=\frac{-3}{4}(-1)=0{,}75\,m$

Aunque no se pide explícitamente, calculamos el tamaño de la imagen

$y'=A\,y=-3(2)=-6\,cm$

En la construcción geométrica vemos como la imagen es real porque se produce por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones.



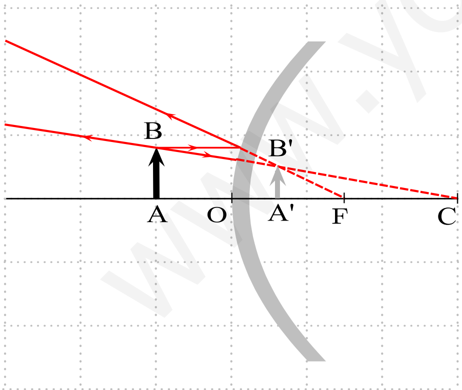
Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 0,02/0,75 =0,027. El error de asumir 0,027=sen(0,027) es inferior al 1%, aceptable.

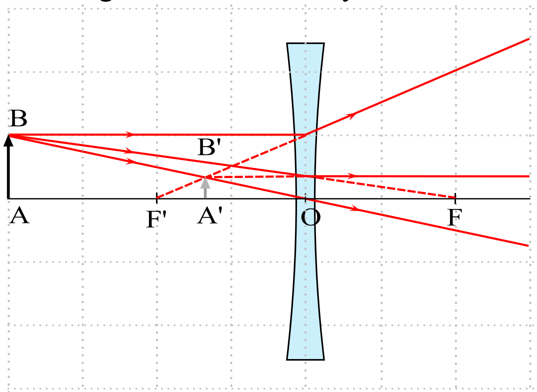
2004-Junio

Cuestión 4.-

a) En un espejo esférico convexo obtenemos siempre una imagen virtual, menor y no invertida.

b) Con una lente esférica divergente obtenemos siempre una imagen virtual, menor y no invertida.





2004-Modelo

Cuestión 4.-

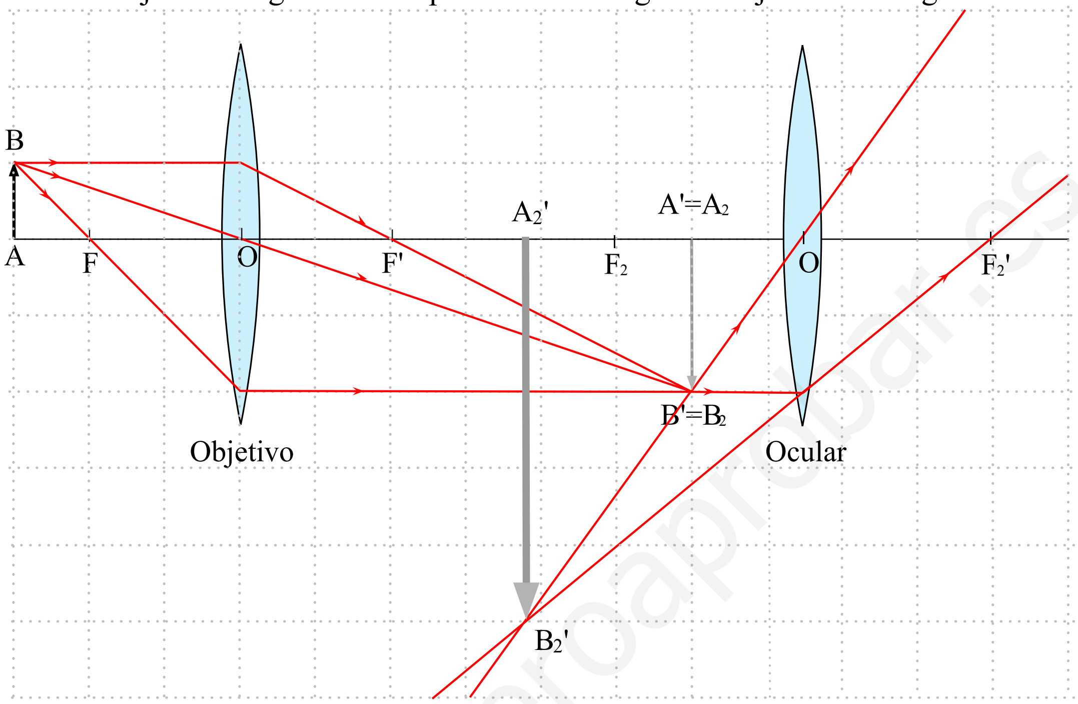
a) El microscopio es un sistema óptico formado por dos lentes: objetivo y ocular.

Lente Objetivo: es de distancia focal pequeña.

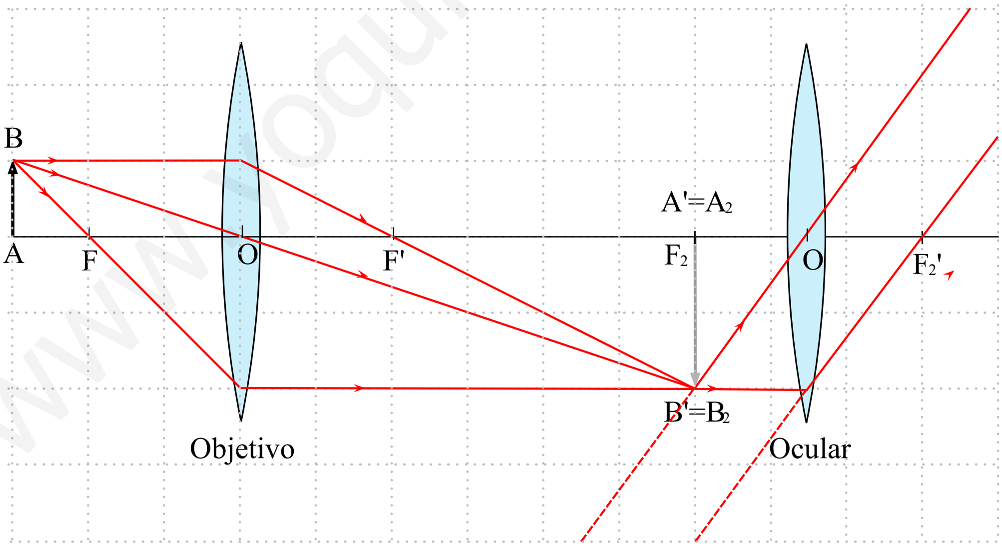
Para que haya aumento, el objeto hay que situarlo a una distancia algo mayor que la focal (ligeramente a la izquierda del foco según convenio de signos DIN 1335), y al tiempo no situado más allá del doble de la distancia focal. La imagen es real, invertida y mayor.

Lente ocular: es desplazable y se ajusta para que la imagen formada por el objetivo quede situada

dentro de su distancia focal (a la derecha del foco según convenio de signos DIN 1335), para que la lente ocular haga de lupa produciendo una imagen virtual mayor que su objeto (su imagen es virtual, invertida y mayor).
El efecto conjunto de ambas lentes es una multiplicación de ambos aumentos, obteniendo una imagen virtual, invertida y mucho mayor.
Realizamos un esquema gráfico / diagrama de rayos donde los objetos no están muy próximos a los focos y el aumento es limitado, para que la representación sea visible. En un caso real la diferencia de tamaño entre objeto e imagen final no permitiría distinguir el objeto en el diagrama.



b) Para que la imagen final se forme en el infinito, la imagen del objeto producida por el objetivo debe situarse en el foco del ocular.



B. Problema 2.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, al ser espejo convexo f será positivo, y s negativo, s=-8 m, aumento lateral A=1/10 (el espejo convexo siempre forma una imagen derecha, no invertida, luego el aumento es positivo)

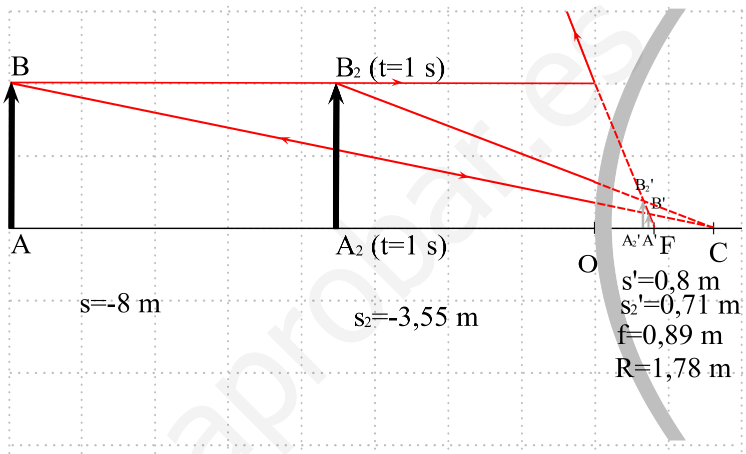
$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow s'=\frac{-s}{10}=\frac{-(-8)}{10}=0{,}8\,m$$

b) $f=\frac{R}{2}\Rightarrow\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}=\frac{2}{R}\Rightarrow R=\frac{2}{\frac{1}{0,8}+\frac{1}{-8}}=1,78\,m$

c)
$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{-s_2'}{s_2}=\frac{1}{5}\Rightarrow s_2=-5\,s_2'$$
$$\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{s_2'}+\frac{-1}{5s_2'}=\frac{1}{0,89}\Rightarrow\frac{5-1}{5\cdot 1,12}=s_2'=0,71\,m\,;\,s_2=-5\,s'_2=-3,55\,m$$

d) Como se mueve a velocidad constante v aproximándose al espejo, podemos plantear con v positiva $s=s_0+vt$ siendo s_0=-8 m. Para el instante t= 1 s podemos plantear que estará en una posición $s_2 = s_0 + v$ y su imagen en s_2'. Al ser MRU, v=ΔxΔt=(-3,55-(-8))/1=4,45 m/s.
Otra manera más larga:

$$A_2=\frac{y_2'}{y_2}=\frac{-s_2'}{s_2}=\frac{1}{5}$$
$$s_2'=\frac{-s_2}{5}=\frac{-(-8+v)}{5}=\frac{8-v}{5}$$
$$\frac{1}{s_2'}+\frac{1}{s_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{5}{8-v}+\frac{1}{-8+v}=\frac{1}{0,89}$$
$$8-v=4\cdot 0,89\Rightarrow v=8-3,56=4,44\,m/s$$



Realizamos un diagrama de trazado de rayos, aunque no se pide explícitamente, para comprobar cualitativamente los cálculos realizados. Para representar, calculamos que f=1,78/2=0,89 m. Se ve como al representar el espejo como convexo los rayos representados no llegan al espejo, dado que no hemos representado a escala para que sean visibles los objetos: si lo hiciéramos, el espejo sería prácticamente plano, para que fuese válida la aproximación paraxial (no se indica tamaño del objeto así que se puede tomar todo lo pequeño que se quiera).

2003-Septiembre

Cuestión 4.-

a) Una lente es un dispositivo óptico formado por un medio transparente limitado por dos superficies, al menos una de ellas curva. Lo habitual son lentes esféricas, donde las caras curvas están descritas por una superficie esférica de cierto radio, que puede ser cóncava o convexa. Por ejemplo existen lentes plano convexas, pero dentro de las lentes esféricas lo habitual son lentes biconvexas, que son convergentes, ya que los rayos al atravesarla convergen y se cruzan , y bicóncavas, que son divergentes, ya que los rayos al atravesarla divergen y se cruzan sus prolongaciones. En óptica geométrica se utiliza la aproximación de lentes delgadas, en las que el radio de las superficies esféricas es mucho mayor que el grosor de la lente, situación en la que se utilizan ecuaciones simplificadas.
Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en una lente convergente el foco objeto está situado a la izquierda y tiene coordenada negativa, y el foco imagen a la derecha y coordenada positiva. Con el mismo convenio, en una lente divergente el foco objeto está situado a la derecha y tiene coordenada positiva, y el foco imagen a la izquierda y coordenada negativa.
b) Potencia de una lente es la inversa de su distancia focal imagen expresada en metros. Se acostumbra a expresar en dioptrías. De acuerdo al criterio de signos indicado en el apartado a, una lente convergente tendrá una potencia positiva, y una lente divergente negativa.

B. Problema 2.-

a) Para que la imagen se proyecte sobre una pantalla, debe ser real. Para que sea invertida y mayor, el objeto estará situado entre el radio y el foco, lo que hace que la imagen se forma a la izquierda del radio. La imagen se proyecta sobre la pantalla, luego la posición de la pantalla es la de la imagen, y la distancia de la imagen al objeto es de 2 m.

Utilizando el convenio de signos DIN 1335, en el espejo cóncavo f será negativo, s negativo, s'-s=-2 m, s’=-2 +s, el aumento lateral negativo, de valor A=-3.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=-3\Rightarrow s=\frac{s'}{3}=\frac{-2}{3}+\frac{s}{3}\Rightarrow s=-1\,m$$

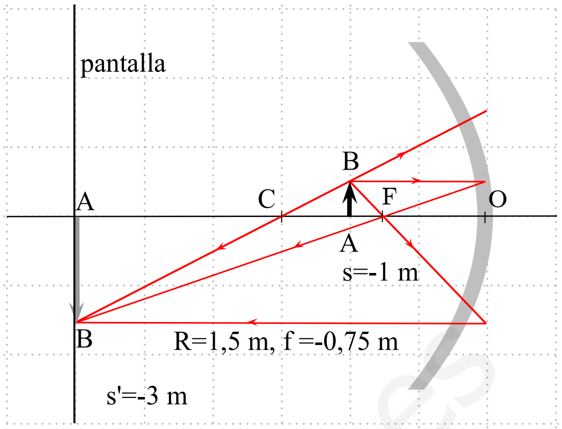
s’=-2-1=-3 m

b) Al ser el espejo cóncavo, f es negativo, y el centro de curvatura también, ya que f=f'=R/2.

(en diagrama ponemos módulo R, positivo)

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{-3}+\frac{1}{-1}=\frac{1}{f}\Rightarrow f=\frac{-3}{4}m=-0{,}75\,m$$

$$f=\frac{R}{2}\Rightarrow R=2f=\frac{-3}{2}m=-1{,}5\,m$$



Aunque no se pide, realizamos un diagrama de rayos para validar los cálculos realizados. Se ve como al representar el espejo como cóncavo los rayos representados no llegan al espejo, dado que no hemos representado a escala para que sean visibles los objetos: si lo hiciéramos, el espejo sería prácticamente plano, ya que podemos comprobar que se cumple la aproximación paraxial: y/f = 0,01/0,75 = 0,01 y aproximar 0,01 = sen(0,01) cometemos un error inferior al 1%, aceptable.

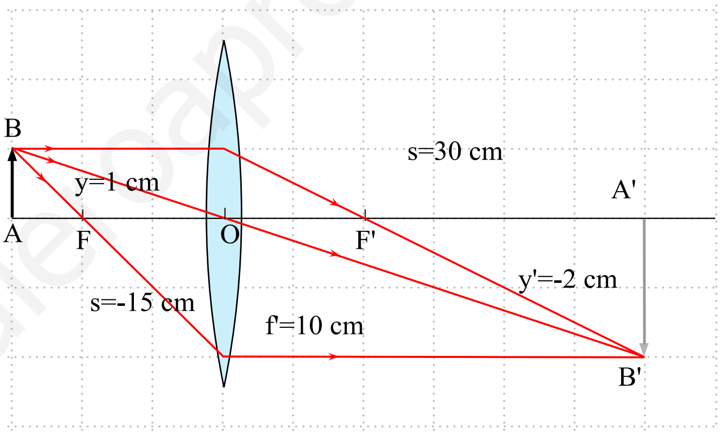
2003-Junio

A. Problema 2.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s=-15 cm, y= 1 cm, f'=10 cm.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{10}$$

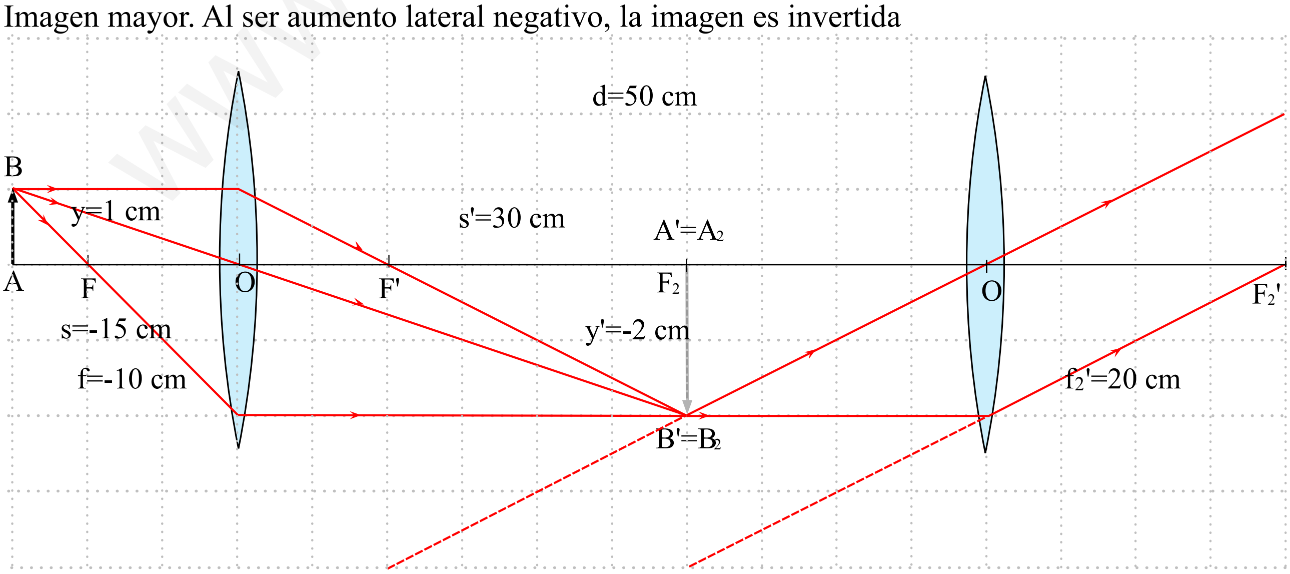
$$s'=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{15}}=30\,cm$$



Como la posición de la imagen es positiva, la imagen se forma a la derecha de la lente, y es real, ya que se forma por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones. En la construcción geométrica con el trazado de rayos se comprueba que es real.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}\Rightarrow y'=\frac{s'}{s}y=\frac{30}{-15}1=-2\,cm$$

Imagen mayor. Al ser aumento lateral negativo, la imagen es invertida



b) Para que en la segunda lente la imagen se forme en el infinito el objeto (que es la imagen de la primera lente) debe situarse en el foco de la segunda lente. Como la posición es 30 cm, y la distancia focal de la segunda lente es 20, la lente tendría que situarse a 50 cm de la primera lente.
Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 1/10 =0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es inferior al 1%, aceptable.

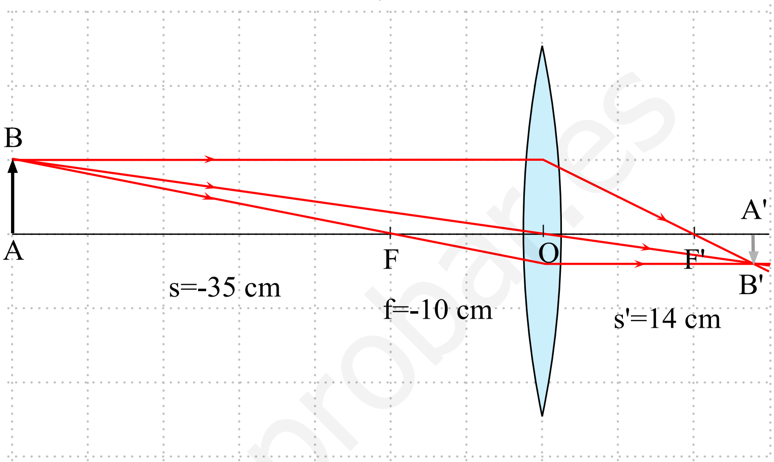
2003-Modelo

B. Problema 2.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, f'=10 cm, s'=14 cm (por detrás puede ser algo ambiguo, pero quiere decir detrás en el sentido de la marcha de los rayos)

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{14}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow s=\frac{-1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{14}}=-35\,cm$$



Como la posición de la imagen es positiva, la imagen se forma a la derecha de la lente, y es real, ya que se forma por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

$$y'=\frac{s'}{s}y=\frac{14}{-35}1=-0{,}4\,cm$$

Imagen menor. Al ser aumento lateral negativo, la imagen es invertida
En la construcción geométrica comprobamos los resultados obtenidos.

b) Ahora tenemos que s'=-8 cm

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{-8}-\frac{1}{s}=\frac{1}{10}\Rightarrow s=\frac{1}{\frac{-1}{8}-\frac{1}{10}}=\frac{-80}{18}=\frac{-40}{9}\,cm\approx-4{,}44\,cm$$

Como la posición de la imagen es negativa, la imagen se forma a la izquierda de la lente, y es virtual, ya que no se forma por el cruce de los rayos, sino de sus prolongaciones.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$$

$$y'=\frac{s'}{s}y$$

$$y'=\frac{-8}{(-40/9)}\cdot 1=\frac{9}{5}\,cm=1{,}8\,cm$$

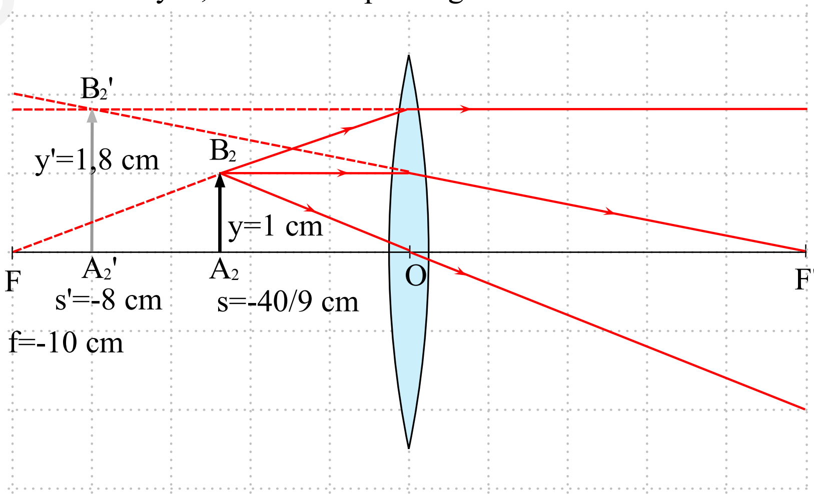


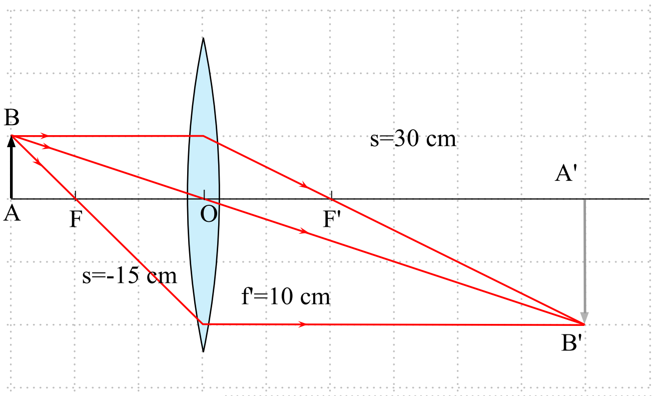
Imagen mayor.
Al ser aumento lateral positivo, la imagen es derecha, no invertida
En la construcción geométrica comprobamos los resultados obtenidos.

Nota: el diagrama no mantiene la proporción entre ejes x e y, por lo que vemos que los ángulos son relativamente pequeños, y validamos la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 1/10 =0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es inferior al 1%, aceptable.

2002-Septiembre

B. Problema 2.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s'=30 cm (positiva ya que se indica que es real), A=-2 ya que se indica doble tamaño y aumento lateral negativo.

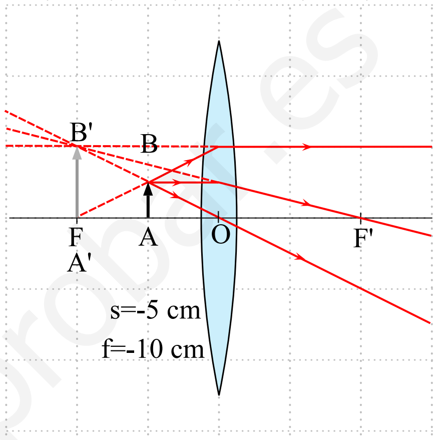


$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-2\Rightarrow s=\frac{s'}{-2}=-15\,cm$$

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{30}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{f'}$$

$$f'=\frac{1}{\frac{1}{30}+\frac{1}{15}}=10\,cm$$

b) s=-5 cm



$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-5}=\frac{1}{10}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{5}}=-10\,cm$$

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-10}{-5}=2$$

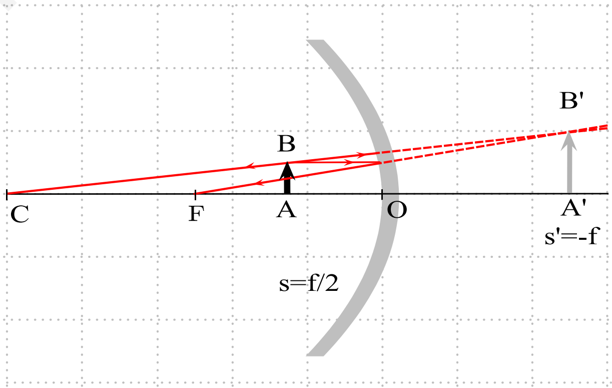
Imagen mayor, derecha (no hay inversión) y como la posición de la imagen es negativa, virtual, ya que no se forma por el cruce de los rayos, sino de sus prolongaciones.

Nota: no se indican tamaño de objetos por lo que será válida la aproximación de rayos paraxiales, tomando objetos suficientemente pequeños.

2002-Junio

Cuestión 4.-

a) Utilizando el convenio de signos DIN 1335, para un espejo cóncavo f es negativo, tendremos s=f/2



$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f}-\frac{2}{f}}=-f$$

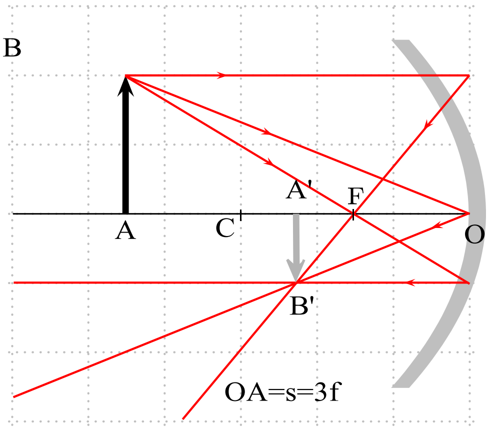
Como f es negativo, s' es positivo, luego la imagen se forma detrás del espejo y es virtual.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(-f)}{\frac{f}{2}}=2$$

El aumento lateral es positivo: imagen mayor y derecha (no hay inversión)

Efectuando la construcción geométrica validamos los resultados obtenidos.

b) s=3f



$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{f}-\frac{1}{3f}}=\frac{3}{2}f$$

Como f es negativo, s' es negativo, luego la imagen se forma delante del espejo y es real.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}=\frac{-(\frac{3}{2}f)}{3f}=\frac{-1}{2}$$

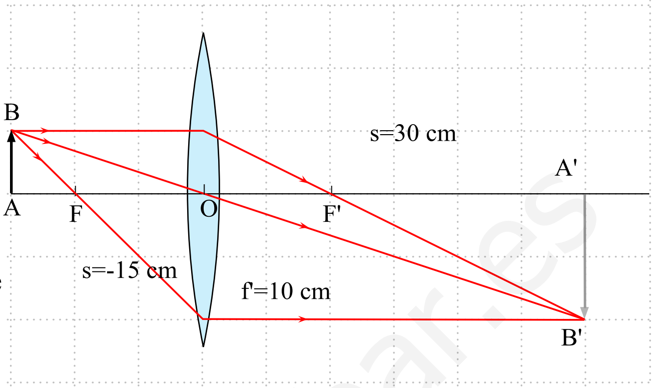
El aumento lateral es negativo: imagen menor e invertida
Efectuando la construcción geométrica validamos los resultados obtenidos. El dibujo no está a escala, y por eso los rayos no terminan en el espejo: para que fuera válida la aproximación paraxial el tamaño del objeto sería muy pequeño y el espejo se representaría prácticamente plano. Como no se indica tamaño de objeto se puede tomar todo lo pequeño que se quiera para que sea válida la aproximación paraxial.

A. Problema 2.-

a) Utilizamos el convenio de signos DIN 1335, para la primera lente s_1=-15 cm.

$$\frac{1}{s_1'}-\frac{1}{s_1}=\frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s_1'}-\frac{1}{-15}=\frac{1}{10}$$

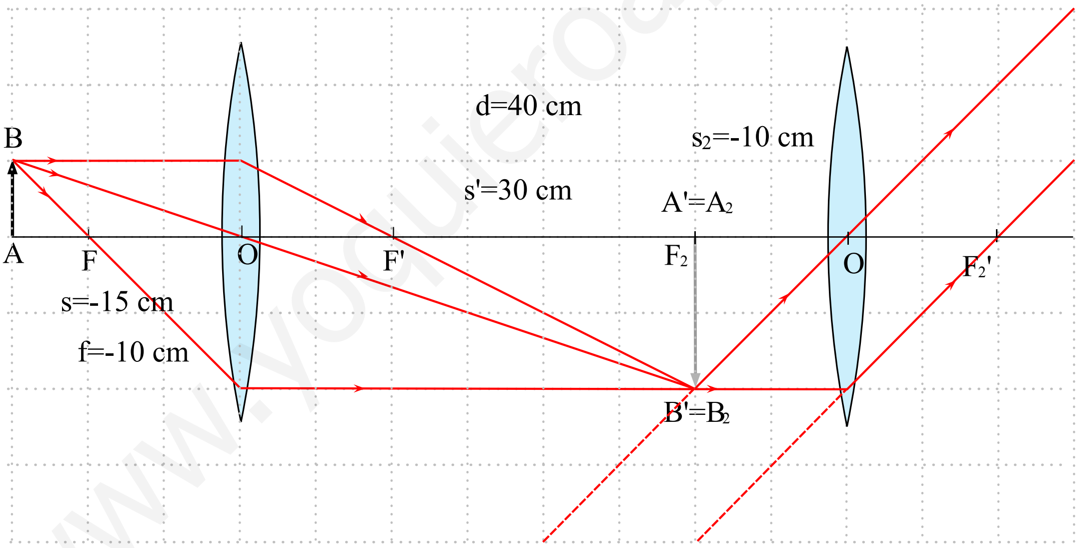
$$s_1'=\frac{1}{\frac{1}{10}-\frac{1}{15}}=30\,cm$$



Al ser la posición positiva está a la derecha de la lente, luego es real porque se forma por el cruce de los rayos, no de sus prolongaciones.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{30}{-15}=-2$$

El aumento lateral es negativo: imagen mayor e invertida
Efectuando la construcción geométrica validamos los resultados obtenidos.
b) Como ambas lentes están separadas d=40 cm, si tomamos ahora el centro óptico en la segunda lente, la posición del objeto (que es la imagen formada por la primera) será



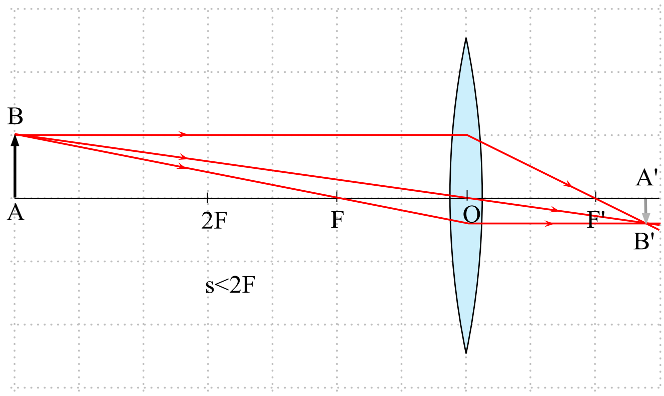
$s_2=s_1'-d$ = 30-40 = -10 cm
El objeto está situado en el foco, por lo que la imagen se formará en el infinito.
Efectuando la construcción geométrica validamos los resultados obtenidos.

2002-Modelo

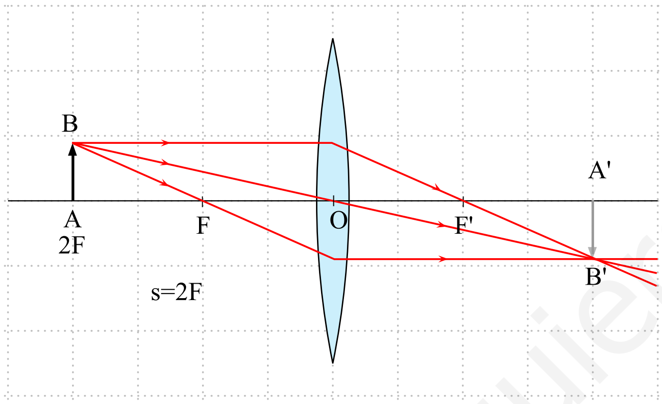
Cuestión 4.-

a) Una imagen real implica que se forma a la derecha de la lente, con s' positiva.
Si s<F, el trazado de rayos siempre es convergente, y la imagen es real, invertida, y el tamaño puede variar en tres casos, que son los tres indicados en el enunciado y que se acompañan de construcciones geométricas.

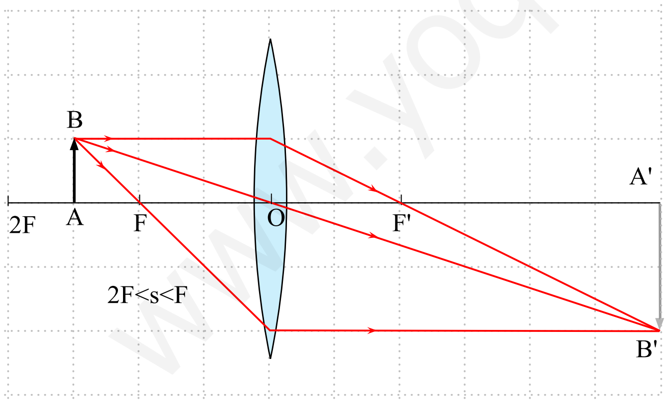
-Si s<2F, imagen menor



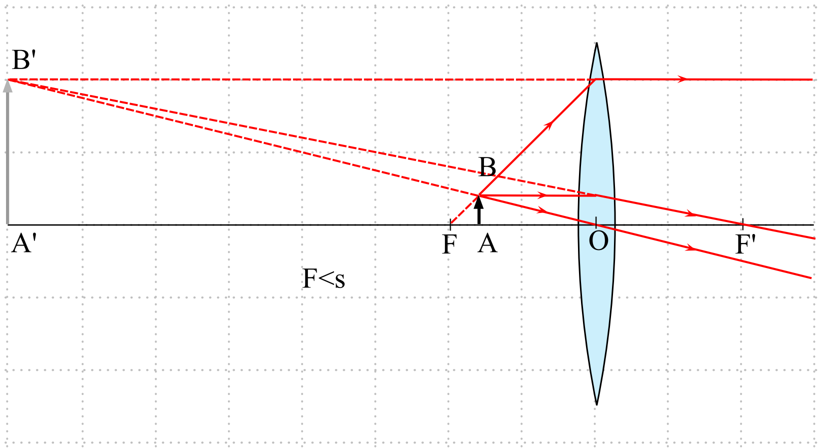
-Si s=2F, tamaño real



-Si 2F<s, imagen mayor



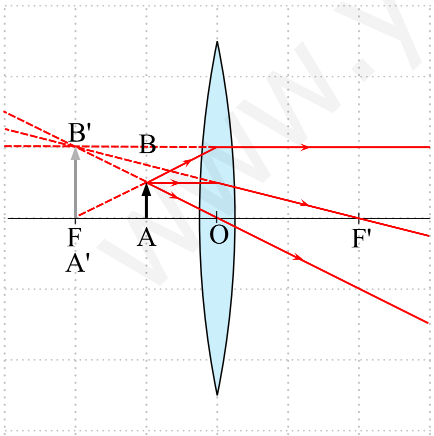
Nota: cuando s=F, no se forma imagen / "se forma en el infinito"
b) Una imagen virtual implica que se forma por el cruce de las prolongaciones de los rayos, y si la lente es convergente, esto ocurre cuando F<s. Con F<s, la imagen es virtual, derecha y mayor, llevando a la idea de lupa.

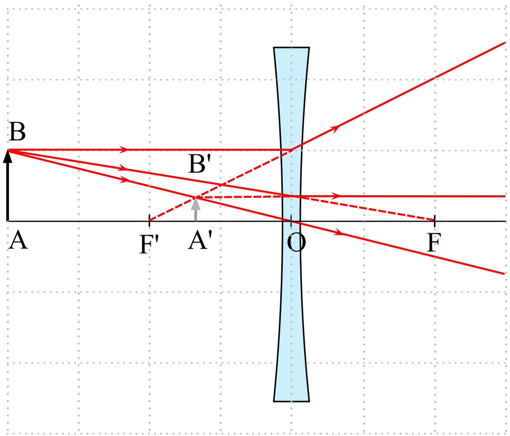


2001-Septiembre

Cuestión 4.-

a) Realizamos las definiciones de manera general para sistemas ópticos: la lente delgada es un caso concreto de sistema óptico. Los conceptos de convergencia de rayos en foco para lentes van asociados a la aproximación de rayos paraxiales. Según el convenio de signos DIN 1335 se puede aclarar el signo de F y F' según la lente es convergente o divergente.
-Foco [objeto] [F] de un sistema óptico es un punto tal que todos los rayos que salen de él y pasan por el sistema salen paralelos al eje óptico. "Es s para s'=∞".
-Foco imagen [F'] de un sistema óptico es el punto imagen de un punto situado en el infinito por la izquierda, de modo que sus rayos llegan paralelos al sistema óptico de izquierda a derecha. "Es s' para s=∞".
-Distancia focal objeto (f): distancia desde el centro del sistema óptico al foco objeto.
-Distancia focal imagen (f'): distancia desde el centro del sistema óptico al foco imagen.
b) b_1 y b_2) Se pide "dibujar cuatro cosas": para lente convergente dos rayos o su prolongación por foco objeto e imagen , otros dos rayos para lente divergente. Representamos todos los rayos en los mismos dos diagramas, uno para lente convergente y otro para divergente.





B. Problema 1.-

a) Calculamos la posición de la imagen formada por la primera lente, utilizando la ecuación de las lentes delgadas, manejando distancias en centímetros. Según el convenio de signos DIN 1335, f'=20 cm.

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-40}=\frac{1}{20}\Rightarrow s'=\frac{1}{\frac{1}{20}-\frac{1}{40}}=40\,cm$$

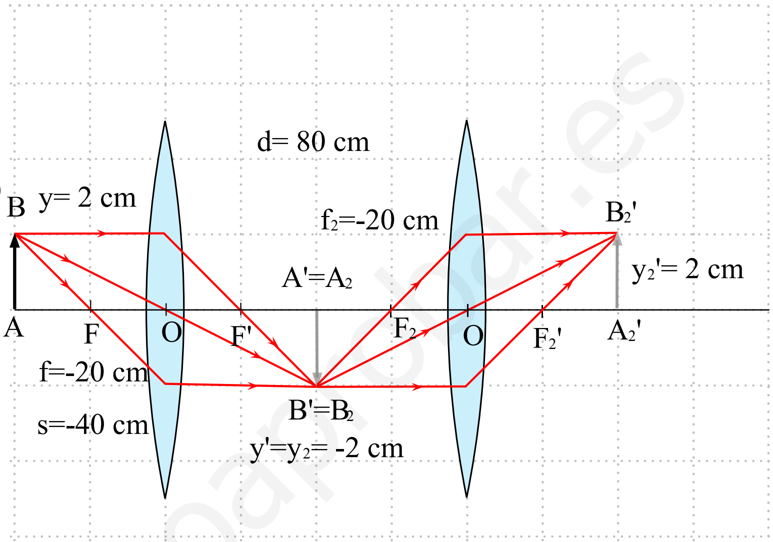
Calculamos el aumento con esta primera lente, y el tamaño de esta primera imagen formada

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{40}{-40}=-1$$

Ahora planteamos la formación de imagen en la segunda lente: para esta segunda lente, separada 80 cm de la primera, la posición de la imagen será s_2=40-80=-40 cm. Como ambas lentes son iguales, tendremos de nuevo s'_2=40 cm y A=-1.

Globalmente la imagen estará a 40 cm a la derecha de la segunda lente.

b) La imagen será real y no invertida (se produce doble inversión con las dos lentes), y el tamaño igual al original, y'_2= 2 cm



Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que no vemos directamente si los ángulos son relativamente grandes; validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 2/20 = 0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es 0,17%, inferior al 1%, aceptable.

<u>2001-Junio</u>

B. Problema 1.-

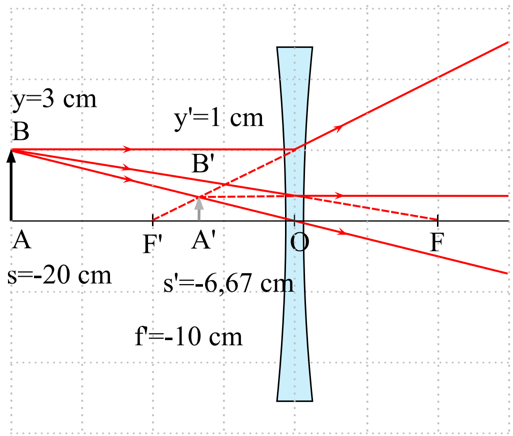
a) La potencia en dioptrías está relacionada con la distancia focal en metros

$$P=\frac{1}{f'}\Rightarrow f'=\frac{1}{P}=\frac{1}{-10}=-0{,}1\,m=-10\,cm$$ Como es una lente divergente, f' es negativa.

b) Utilizando la ecuación de lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{s'}-\frac{1}{-20}=\frac{1}{-10}$$

$$s'=\frac{1}{\frac{1}{-10}-\frac{1}{20}}=-6{,}67\,cm$$

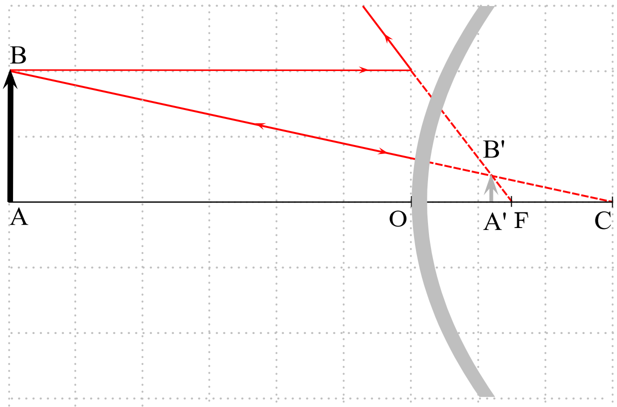


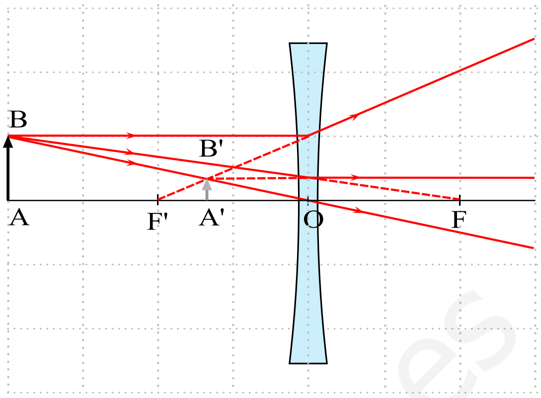
c) En una lente divergente la imagen siempre es virtual, no invertida y menor.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-6{,}67}{-20}=0{,}33$$ s'=0,33·3=1 cm

d) *Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que no vemos directamente si los ángulos son relativamente grandes; validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 3/10 = 0,3. El error de asumir 0,3=sen(0,3) es 1,5%, superior al 1%, cuestionable.*

2001-Modelo
Cuestión 3.-
Con un espejo esférico convexo la imagen siempre es virtual, menor y no invertida.
Con una lente esférica divergente, la imagen siempre es virtual, menor y no invertida.





2000-Septiembre
B. Problema 2.-
a) Como la imagen se recoge en una pantalla es real, luego con una lente convergente implica que la imagen es al mismo tiempo invertida. Si el objeto tiene y=5 cm y queremos que la imagen tenga y'=-40 cm

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-40}{5}=-8\Rightarrow s'=-8s$$

Utilizamos la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{-8s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{50}\Rightarrow\frac{1}{s}\left(\frac{-1}{8}-1\right)=\frac{1}{50}\Rightarrow s=\frac{-9\cdot 50}{8}=-56{,}25\,cm$$

Lo que se nos pide es la distancia de la pantalla a la lente, que es s'=-8·(-56,25)=450 cm = 4,5 m
b) Para la potencia expresamos la distancia focal en metros

$$P=\frac{1}{f'}=\frac{1}{0{,}5}=2\,dioptrias$$

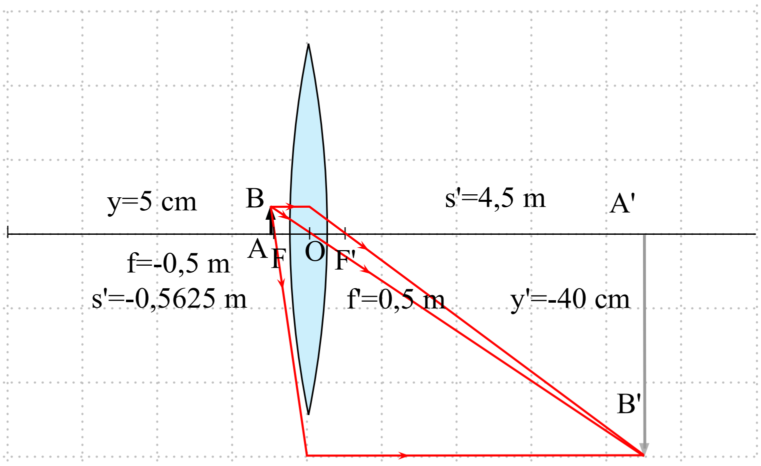
Para calcular los radios utilizamos la ecuación del constructor de lentes

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=(n_L-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$ En este caso ambos radios de curvatura son iguales, pero tienen distinto signo, luego $R_1=-R_2$, con $R_1>0$ al ser lente convergente.

$$\frac{1}{50}=(1{,}5-1)\left(\frac{2}{R_1}\right)$$

$$R_1=0{,}5\cdot 2\cdot 50=50\,cm$$

Nota: no se pide explícitamente trazado de rayos. El aumento es muy grande y no queda muy nítido.
Nota: el diagrama no mantiene proporción entre ejes x e y, por lo que no vemos directamente si los ángulos son relativamente grandes; validamos si es válida la aproximación de rayos paraxiales: y/f = 5/50 = 0,1. El error de asumir 0,1=sen(0,1) es 0,17%, inferior al 1%, aceptable.



2000-Junio

B. Problema 1.-

a) Si la lente forma una imagen real no puede ser divergente: es convergente. Como la imagen que forma la lente convergente es real, también tiene que ser invertida

Utilizando el convenio de signos DIN 1335, s'=6 m, A=-4.

$$A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=-4\Rightarrow s'=-4s$$

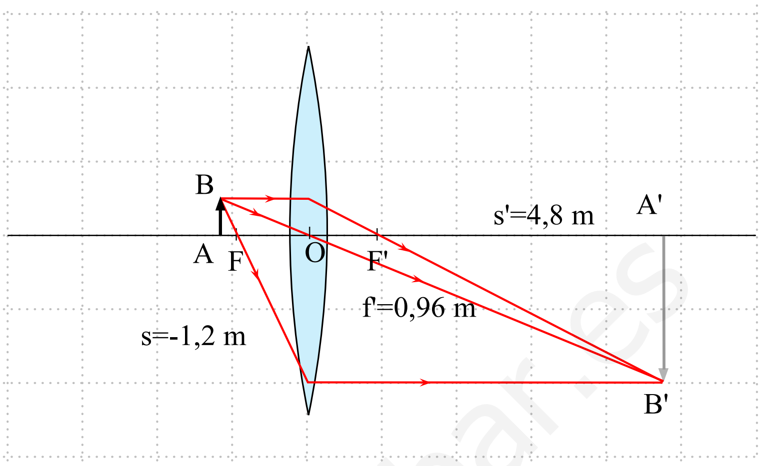
La distancia de la pantalla al objeto es la suma de s' (positivo) y -s (s es negativo): s'-s=6.

-4s-s=6 → s=-6/5=-1,2 m → s'=4,8 m

Utilizamos la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{4{,}8}-\frac{1}{-1{,}2}=\frac{1}{f'}$$

$$f'=\frac{1}{\frac{1}{4{,}8}+\frac{1}{1{,}2}}=0{,}96\,m$$



Realizamos un trazado de rayos aunque no se pide explícitamente, donde se comprueba que el aumento es -4.

b) Como no se desplaza ni el objeto ni la pantalla, se nos está pidiendo nuevos valores de s' y s tal que se siga cumpliendo s'-s=6, pero ahora ya tenemos f'=0,96 conocido y no se cumple A=-4.

Utilizamos la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}\Rightarrow\frac{1}{6+s}-\frac{1}{s}=\frac{1}{0{,}96}\Rightarrow\frac{s-6-s}{6s+s^2}=\frac{1}{0{,}96}\Rightarrow 0{,}96\cdot(-6)-6s-s^2=0$$

$$s^2+6s+5{,}76=0$$

$$s=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot 1\cdot 5{,}76}}{2}=\frac{-6\pm 3{,}6}{2}$$

$$s=-1{,}2\,m\,(\textit{solución ya conocida apartado a})\;y\;s=-4{,}8\,m$$

Es una situación donde se intercambian las distancias: ahora la lente estará a s'=1,2 m de la pantalla, y el objeto a s=-4,8 m de la lente.

El aumento será $A=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{1{,}2}{-4{,}8}=\frac{-1}{4}$

Realizamos un trazado de rayos aunque no se pide explícitamente, donde se comprueba que el aumento es -1/4.