

En la EvAU de Madrid no se pueden usar datos que no se proporcionen en el enunciado, y en los últimos enunciados se indica explícitamente índice de refracción 1 para el aire, pero no en algunos enunciados antiguos no se indicaba y era algo que se podía asumir.

En los criterios específicos de corrección de Física se indica “la calificación ...en múltiplos de 0,25 puntos”, por lo que un error resta al menos 0,25 puntos. Se comentan ideas de errores que pueden restar, a veces son fallos habituales comentados en actas EvAU. Se comentan algunos fallos genéricos y algunos asociados a óptica física:

- No indicar las unidades correctamente, no pasar a SI o mezclar unidades en los cálculos.
- Confundir datos: ángulos siempre se miden respecto a la normal.
- No citar las leyes de Snell cuando se aplican, e indicar si se usan leyes de reflexión y/o refracción.
- No realizar la deducción de ciertas expresiones que se suele exigir que en la respuesta se incluyan sin ponerlas directamente (a veces en estas soluciones por abreviar no se incluyan explícitamente).

Las deducciones exigidas en óptica física se pueden resumir en:

- $\lambda_1 n_1 = \lambda_2 n_2 = \lambda_0$. Se trata de combinar $f = v_1 / \lambda_1 = v_2 / \lambda_2$ y $v_1 = c / n_1$ y $v_2 = c / n_2$ sabiendo que la frecuencia es la misma en los distintos medios. Es una expresión necesaria si c no es dato y no se puede usar.
- La expresión del ángulo límite. Se trata de aplicar la 2ª ley de Snell de la refracción con ángulo refractado 90° .

2024-Modelo

B.4. a) Aplicamos la 2ª ley de Snell de la refracción para calcular el ángulo que forma con la normal el rayo refractado

$$\text{sen}(\theta_{\text{aire}}) n_{\text{aire}} = \text{sen}(\theta_{\text{vidrio}}) n_{\text{vidrio}} \Rightarrow \theta_{\text{vidrio}} = \arcsen\left(\text{sen}(60^\circ) \cdot \frac{1}{1,34}\right) = 40,26^\circ$$

Aplicando la geometría de la figura, la longitud x del trayecto del rayo desde su entrada en el vidrio a mitad de altura (2 cm) hasta que alcanza su cara superior (4 cm) es $x = 2 / \text{sen}(40,26^\circ) = 3,09$ cm

La velocidad de la luz en el interior del rayo es $v = c/n$, por lo que el tiempo que tardará en recorrer esa distancia será $t = x/v = 3,09 \cdot 10^{-2} / (3 \cdot 10^8 / 1,34) = 1,38 \cdot 10^{-10}$ s

b) Para que se produzca reflexión total en la frontera de la cara superior con el aire, el ángulo será al menos el ángulo límite, que calculamos usando la 2ª ley de Snell de la refracción y ángulo refractado de 90°

$$\text{sen}(\theta_{\text{límite vidrio}}) 1,34 = \text{sen}(90^\circ) 1 \Rightarrow \theta_{\text{límite vidrio}} = \arcsen\left(\frac{1}{1,34}\right) = 48,27^\circ$$

Usando la geometría de la figura, vemos que el ángulo refractado en la cara incidente debe ser $90^\circ - 48,27^\circ = 41,73^\circ$

Usamos de nuevo la 2ª ley de Snell de la refracción para calcular el ángulo incidente desde el aire

$$\text{sen}(\theta_{\text{aire}}) 1 = \text{sen}(41,73^\circ) 1,34 \Rightarrow \theta_{\text{aire}} = \arcsen\left(\text{sen}(41,73^\circ) \cdot \frac{1,34}{1}\right) = 63,12^\circ$$

La condición que debe cumplir el ángulo de incidencia θ para que se produzca reflexión total en la frontera definida por la cara superior del paralelepípedo y el aire es que sea menor de $63,12^\circ$, de modo que en la frontera de la cara superior con el aire el ángulo sea mayor de $48,27^\circ$.

2023-Julio

A.4. a) La frecuencia está fijada por el foco y no depende del medio $v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n \cdot f}$

Igualando c/f para ambas λ y n se llega a $\lambda_{\text{agua}} \cdot n_{\text{agua}} = \lambda_{\text{aire}} \cdot n_{\text{aire}} \rightarrow n_{\text{agua}} = \lambda_{\text{aire}} / \lambda_{\text{agua}} n_{\text{vidrio}} = 500 / 375 \cdot 1 \approx 1,33$

b) Calculamos el ángulo de emergencia del rayo al aire respecto a la normal

$$d/H = \tan(\theta_{\text{aire}}) \rightarrow \theta_{\text{aire}} = \arctan(1,2/1,6) = 36,87^\circ$$

Aplicamos la 2ª ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_{\text{aire}}) n_{\text{aire}} = \text{sen}(\theta_{\text{agua}}) n_{\text{agua}} \Rightarrow \theta_{\text{agua}} = \arcsen\left(\text{sen}(36,87^\circ) \cdot \frac{1}{1,33}\right) = 26,82^\circ$$

La distancia $D = d + H \cdot \tan(\theta_{\text{agua}}) = 1,2 + 2 \cdot \tan(26,82^\circ) = 2,21$ m

2023-Junio-Coincidentes

B.4. a) El ángulo de refracción del cambio de aire al prisma usando la 2ª ley de Snell de la



refracción, y teniendo en cuenta que por geometría el ángulo de incidencia con la normal es 30°

$$\text{sen}(i_A)n_A = \text{sen}(r_B)n_B \Rightarrow \text{sen}(30^\circ)1 = \text{sen}(\alpha)1,33 \Rightarrow \alpha = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(50^\circ)}{1,33}\right) = 22,08^\circ$$

b) Usando geometría (el triángulo formado por el vértice superior y los puntos de entrada y salida, podemos plantear

$$30 + (90 - \alpha) + (90 - \beta) = 180 \rightarrow \beta = 30 - \alpha = 30 - 22,08 = 7,92^\circ$$

Usamos la 2ª ley de Snell de la refracción para la salida del prisma

$$\text{sen}(i_A)n_A = \text{sen}(r_B)n_B \Rightarrow \text{sen}(7,92^\circ)1,33 = \text{sen}(\beta)1 \Rightarrow \beta = \arcsen(\text{sen}(7,92^\circ)1,33) = 10,56^\circ$$

2023-Junio

B.4. a) El ángulo α es el ángulo de refracción del cambio de aire al prisma, que calculamos usando la 2ª ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(i_A)n_A = \text{sen}(r_B)n_B \Rightarrow \text{sen}(50^\circ)1 = \text{sen}(\alpha)1,66 \Rightarrow \alpha = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(50^\circ)}{1,66}\right) = 27,48^\circ$$

Usando geometría (el triángulo formado por el vértice superior y los puntos de entrada y salida, podemos plantear

$$60 + (90 - \alpha) + (90 - \beta) = 180 \rightarrow \beta = 60 - \alpha = 60 - 27,48 = 32,52^\circ$$

Usamos la 2ª ley de Snell de la refracción para la salida del prisma

$$\text{sen}(i_A)n_A = \text{sen}(r_B)n_B \Rightarrow \text{sen}(32,52^\circ)1,66 = \text{sen}(\beta)1 \Rightarrow \beta = \arcsen(\text{sen}(32,52^\circ)1,66) = 63,18^\circ$$

b) Si no emerge del prisma, se produce reflexión total en la cara de salida, y el ángulo de incidencia desde el interior del prisma es

$$\text{sen}(i_A)n_A = \text{sen}(r_B)n_B \Rightarrow \text{sen}(i_A)1,66 = \text{sen}(90^\circ)1 \Rightarrow i_A = \arcsen\left(\frac{1}{1,66}\right) = 37,04^\circ$$

$$\alpha' = 60 - i_A = 60 - 37,04 = 22,96^\circ$$

Usamos la 2ª ley de Snell de la refracción para la entrada al prisma

$$\text{sen}(i_A')n_A' = \text{sen}(r_B')n_B' \Rightarrow \text{sen}(i_A')1 = \text{sen}(22,96^\circ)1,66$$

$$i_A' = \arcsen(\text{sen}(22,96^\circ)1,66) = 40,36^\circ$$

2023-Modelo

B.4. a) Según el enunciado el ángulo límite es de $49,88^\circ$, y aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción planteamos una primera ecuación

$$\text{sen}(i_A)n_A = \text{sen}(r_B)n_B \Rightarrow \text{sen}(49,88^\circ)n_A = \text{sen}(90^\circ)n_B \Rightarrow n_B = \text{sen}(49,88^\circ)n_A$$

Utilizando la definición de índice de refracción, $n=c/v$ la relación del enunciado, planteamos una segunda ecuación al dividirla por $c=3 \cdot 10^8$ m/s.

$$\frac{v_A}{c} + \frac{v_B}{c} = \frac{4,07 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^8} \Rightarrow \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} = \frac{4,07}{3}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Sustituyendo la primera en la segunda y expresando los resultados con 3 cifras significativas

$$\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_A \cdot \text{sen}(49,88^\circ)} = \frac{4,07}{3} \Rightarrow \frac{\text{sen}(49,88^\circ) + 1}{n_A \text{sen}(49,88^\circ)} = \frac{4,07}{3} \Rightarrow n_A = \frac{(\text{sen}(49,88^\circ) + 1) \cdot 3}{\text{sen}(49,88^\circ) \cdot 4,07} = 1,70$$

$$n_B = \text{sen}(49,88^\circ) \cdot 1,70 = 1,30$$

b) La frecuencia está fijada por el foco y no depende del medio $v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n \cdot f}$

$$\text{Para el medio A } \lambda_A = \frac{3 \cdot 10^8}{1,70 \cdot 2,94 \cdot 10^{14}} = 6,00 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

$$\text{Para el medio B } \lambda_B = \frac{3 \cdot 10^8}{1,30 \cdot 2,94 \cdot 10^{14}} = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 785 \text{ nm}$$



2022-Julio-Coincidentes

B.4. a) Utilizando la segunda ley de la refracción de Snell, siendo el medio 1 el aire, con índice de refracción 1, calculamos r_1 es el ángulo refractado respecto a la normal.

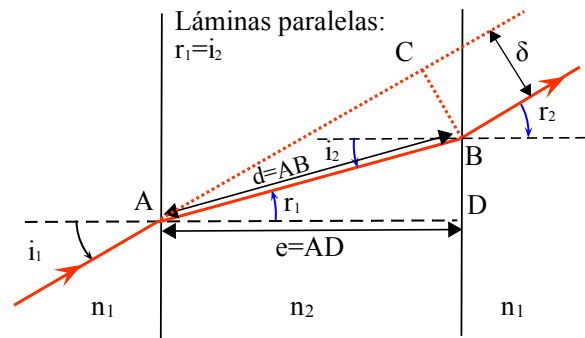
$$\begin{aligned} \text{sen}(i_1) n_1 &= \text{sen}(r_1) n_2 \\ r_1 = i_2 &= \arcsen\left(\frac{\text{sen}(45^\circ) \cdot 1}{1,61}\right) = 26,05^\circ \end{aligned}$$

La distancia AB pedida es la hipotenusa del triángulo ABD, siendo la distancia AD los 20 cm de espesor.

$$AB = AD / \cos(r_1) = 20 / \cos(26,05^\circ) = 22,26 \text{ cm}$$

b) El desplazamiento lateral BC es el cateto del triángulo ABC, en el que el ángulo que tiene como vértice A es $i_1 - r_1$.

$$BC = AD \cdot \text{sen}(i_1 - r_1) = 22,26 \cdot \text{sen}(45^\circ - 26,05^\circ) = 7,23 \text{ cm}$$



2022-Julio

B.4. a) Hay dos refracciones, en el paso aire-aceite, y en el paso aceite-agua. Calculamos ambas usando la ley de Snell de refracción.

$$n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{aire}}) = n_{\text{aceite}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{aceite}}) \Rightarrow \theta_{\text{aceite}} = \arcsen\left(\text{sen}(40^\circ) \frac{1}{1,44}\right) = 26,51^\circ$$

Asumiendo que las caras de la capa de aceite son paralelas el ángulo de incidencia aceite-agua es el mismo que el de refracción aire-aceite.

$$n_{\text{aceite}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{aceite}}) = n_{\text{agua}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{agua}}) \Rightarrow \theta_{\text{agua}} = \arcsen\left(\text{sen}(26,51^\circ) \frac{1,44}{1,33}\right) = 28,90^\circ$$

b) Para que la luz salga no se debe producir reflexión total. Calculamos el ángulo límite en el paso aceite-aire y luego calculamos el ángulo asociado en el paso agua-aceite.

$$n_{\text{aceite}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{aceite}}) = n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}(90^\circ) \Rightarrow \theta_{\text{aceite}} = \arcsen\left(\frac{1}{1,44}\right) = 43,98^\circ$$

$$n_{\text{agua}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{agua}}) = n_{\text{aceite}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{aceite}}) \Rightarrow \theta_{\text{agua}} = \arcsen\left(\text{sen}(43,98^\circ) \frac{1,44}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

El ángulo con el que debe incidir la luz del foco debe ser menor de $48,75^\circ$.

2022-Junio-Coincidentes

B.4. a) Como se indica que φ es “el máximo ángulo posible para que se refleje totalmente”, está asociado al ángulo límite en la frontera núcleo-recubrimiento.

$$n_N \cdot \text{sen}(\theta_{\text{lim}}) = n_R \cdot \text{sen}(90^\circ) \Rightarrow \theta_{\text{lim}} = \arcsen\left(\frac{1,43}{1,46}\right) = 78,36^\circ$$

El ángulo φ y el ángulo con la normal suman 90° , por lo que $\varphi = 11,64^\circ$

b) Tenemos un triángulo isósceles en el que su altura es $h = D/2 = 50 \cdot 10^{-6} \text{ m}$.

Su base mide $L = 2 \cdot (h / \tan(\varphi)) = 2 \cdot 50 \cdot 10^{-6} / \tan(11,64^\circ) = 4,85 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

La suma de sus lados superiores mide $2 \cdot (h / \text{sen}(11,64^\circ)) = 2 \cdot 50 \cdot 10^{-6} / \text{sen}(11,64^\circ) = 4,96 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Ambos rayos van a velocidad constante, siendo la velocidad $v_N = c/n_N = 3 \cdot 10^8 / 1,46 = 2,06 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

El rayo (1) recorre la base del triángulo: $t = x/v = 4,85 \cdot 10^{-4} / 2,06 \cdot 10^8 = 2,35 \cdot 10^{-12} \text{ s}$

El rayo (2) recorre los lados superiores: $t = x/v = 4,96 \cdot 10^{-4} / 2,06 \cdot 10^8 = 2,41 \cdot 10^{-12} \text{ s}$

La diferencia de tiempos es $0,06 \cdot 10^{-12} \text{ s} = 6 \cdot 10^{-14} \text{ s}$

2022-Junio

B.4. a) Según enunciado $\lambda_{\text{vidrio}} = 0,7 \cdot \lambda_{\text{aire}}$ y como $\lambda_{\text{vidrio}} \cdot n_{\text{vidrio}} = \lambda_{\text{aire}} \cdot n_{\text{aire}}$ podemos plantear $n_{\text{vidrio}} = \lambda_{\text{aire}} / \lambda_{\text{vidrio}}$
 $n_{\text{vidrio}} = 1/0,7 \approx 1,43$

b) Aplicamos la segunda ley de Snell de la refracción para ambas transiciones

Llamamos θ_{V1} al ángulo refractado en la transición líquido-vidrio y θ_{V2} al ángulo incidente en la transición vidrio-aire; al ser láminas paralelas ambos coinciden

$$\begin{aligned} \text{En vidrio-aire} \quad n_V \cdot \text{sen}(\theta_{V2}) &= n_{\text{aire}} \cdot \text{sen}(\theta_{\text{aire}}) \Rightarrow (1/0,7) \cdot \text{sen}(\theta_{V2}) = 1 \cdot \text{sen}(90^\circ) \\ \theta_{V2} &= \arcsen(0,7) = 44,43^\circ \end{aligned}$$



En líquido-vidrio $n_L \cdot \text{sen}(\theta_L) = n_V \cdot \text{sen}(\theta_{V1}) \Rightarrow n_L \cdot \text{sen}(30^\circ) = (1/0,7) \cdot \text{sen}(44,43^\circ) \Rightarrow n_L = 2,00$

2022-Modelo

B.4. a) Aplicamos la segunda ley de Snell de la refracción para ambos rayos

$$\text{sen}(\theta_i) \cdot n_{\text{aire}} = \text{sen}(\theta_r) n_{\text{medio}} \Rightarrow \theta_r = \arcsen\left(\text{sen}(40^\circ) \cdot \frac{1}{n_{\text{medio}}}\right)$$

Dado que el grosor de la lámina de vidrio es de 20 cm, el punto de incidencia en la cara inferior se encuentra a una distancia $d = 0,2 \cdot \tan(\theta_r)$

Para $n_1 = 1,61$ tenemos $\theta_r = 23,53^\circ$, y $d_1 = 0,0871$ m

Para $n_2 = 1,67$ tenemos $\theta_r = 22,64^\circ$ y $d_2 = 0,0834$ m

La distancia entre los dos rayos en los puntos de salida es $0,0871 - 0,0834 = 3,7 \cdot 10^{-3}$ m = 3,7 mm

(Esa distancia es la que se aporta en la solución oficial, pero enunciado indica "la distancia entre los dos rayos a la salida" y como los rayos a la salida son paralelos, se puede pensar que se pide esa distancia entre rayos paralelos. La distancia δ sería $3,7 \cdot \cos(40^\circ) = 2,83$ mm)

b) Utilizando la definición de índice de refracción $n = c/v$ y sabiendo que la frecuencia depende del foco, no del medio, se llega a $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$

$$\lambda_2 = \lambda_1 n_1 / n_2 = c / f_1 \cdot n_1 / n_2 = 3 \cdot 10^8 / 4,21 \cdot 10^{14} \cdot 1 / 1,61 = 4,43 \cdot 10^{-7} = 443 \text{ nm}$$

2021-Julio

B.4. a) Tenemos 2 incógnitas, n_A y n_B , y tenemos que plantear dos ecuaciones.

Una es la del enunciado $n_A - n_B = 0,6$

La otra la obtenemos usando la definición de ángulo límite desde A hacia B

$$\text{sen}(\theta_A) \cdot n_A = \text{sen}(\theta_B) n_B \Rightarrow n_A \cdot \text{sen}(45,58^\circ) = n_B \cdot \text{sen}(90^\circ) \Rightarrow n_B = n_A \cdot \text{sen}(45,58^\circ)$$

Combinando ambas

$$n_A - 0,6 = n_A \cdot \text{sen}(45,58^\circ) \Rightarrow n_A = \frac{0,6}{1 - \text{sen}(45,58^\circ)} = 2,10 \Rightarrow n_B = 2,10 - 0,6 = 1,5$$

b) Usando la relación $n = c/v = c/\lambda f \rightarrow \lambda = c/nf$

$$\lambda_A = c/n_A \cdot f = 3 \cdot 10^8 / 2,1 \cdot 6,04 \cdot 10^{14} = 2,37 \cdot 10^{-7} = 237 \text{ nm}$$

$$\lambda_B = c/n_B \cdot f = 3 \cdot 10^8 / 1,5 \cdot 6,04 \cdot 10^{14} = 3,31 \cdot 10^{-7} = 331 \text{ nm}$$

2021-Junio-Coincidentes

B.4. a) Utilizando la definición de índice de refracción $n = c/v$ y sabiendo que la frecuencia depende del foco, no del medio, se llega a $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 \rightarrow n_2 = n_1 \lambda_1 / \lambda_2 = 1 \cdot 904,4 / 680 = 1,33$

b) Calculamos el ángulo límite para que el rayo desde el agua no emerja al aire

$$\text{sen}(\theta_2) \cdot n_2 = \text{sen}(\theta_1) n_1 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(90^\circ) \cdot \frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

Si planteamos el triángulo rectángulo que forma el foco, el centro del objeto circular y el borde del objeto circular de radio R, tenemos que $\tan(48,75^\circ) = R/3 \rightarrow R = 3 \cdot \tan(48,75^\circ) = 3,42$ m.

2021-Junio

B.4. a) La frecuencia es la misma en el aire y dentro del material, solo depende del foco.

$$f = c/\lambda_0 = 3 \cdot 10^8 / 488 \cdot 10^{-9} = 6,15 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

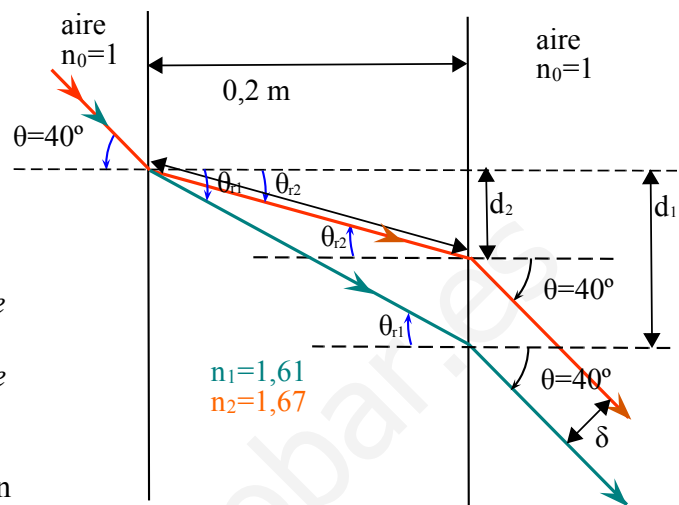
Como la frecuencia es la misma, se puede llegar a la expresión $\lambda_1 \cdot n_1 = \lambda_2 \cdot n_2 = \lambda_0$ de modo que en el medio $\lambda_1 = \lambda_0 / n_1 = 488 / 1,55 = 315$ nm. Dado que se indica $n_{\text{aire}} = 1$, $\lambda_{\text{aire}} = \lambda_0 = 488$ nm (dato enunciado)

b) Si incidente y reflejado forman 60° , el ángulo de incidencia respecto de la normal es de 30°

Aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción.

$$n_0 \text{sen}(\theta_0) = n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) \Rightarrow 1 \cdot \text{sen}(30^\circ) = 1,55 \cdot \text{sen}(\theta_1) \Rightarrow \theta_1 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ)}{1,55}\right) = 18,8^\circ$$

Ese es el ángulo que forma rayo refractado con la normal. Se pide el ángulo que forma rayo



refractado con el rayo reflejado, y llamándolo α se puede ver que $180=30+\alpha+18,8$, luego $\alpha=131^\circ$
Para que se produzca reflexión total el índice del segundo medio debe ser menor que del primer medio, y se indica que el rayo incide desde el aire ($n=1$) hacia el material ($n=1,55$), por lo que no existe ningún ángulo de incidencia desde el aire para que se produzca reflexión total.

2021-Modelo

B.4. a) Como incide formando 90° sobre la cara AB, el haz no se desvía, de modo que si entra por un punto P de la cara AB llega a un punto Q de la cara AC de modo que el triángulo PQA el ángulo sobre P son 90° , y dado que el ángulo sobre A son 45° , el ángulo sobre Q también son 45° . El ángulo de incidencia sobre Q respecto la normal será de 45° .

Si emerge de la cara AC con 90° , se produce reflexión total, y aplicando la 2ª ley de Snell podemos relacionar el ángulo con el que incide respecto la normal desde el interior del prisma con el índice de refracción.

$$\text{sen}(\theta_2) \cdot n_2 = \text{sen}(\theta_3) n_3 \Rightarrow n_2 = \frac{\text{sen}(90^\circ)}{\text{sen}(\theta_2)} = \frac{1}{\text{sen} 45^\circ} = \frac{1}{1/\sqrt{2}} = \sqrt{2} \approx 1,41$$

b) La frecuencia es la misma dentro y fuera del prisma, solo depende del foco.

Fuera del prisma la velocidad de propagación es c $\lambda_0 = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,6 \cdot 10^{14}} = 6,52 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 652 \text{ nm}$

En el prisma la velocidad de propagación es c/n $\lambda = \frac{c}{nf} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2} \cdot 4,6 \cdot 10^{14}} = 4,61 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 461 \text{ nm}$

2020-Septiembre

A.4. a) El tiempo que tarda en alcanzar la cara B lo obtenemos a partir de la velocidad y la distancia recorrida dentro del prisma.

En el prisma $v=c/n=3 \cdot 10^8/1,5=2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

La distancia es el cateto opuesto a un ángulo de 30° siendo el otro cateto de 5 cm, por lo que $d=0,05 \cdot \tan(30^\circ)=2,89 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

$t=d/v=2,89 \cdot 10^{-2}/2 \cdot 10^8=1,45 \cdot 10^{-10} \text{ s}$

Para el ángulo de emergencia al aire en la cara B, planteamos usamos la ley de Snell con el ángulo de incidencia respecto a la normal, que se puede razonar que son 30°

$$\text{sen}(\theta_1) \cdot n_1 = \text{sen}(\theta_2) n_2 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen(\text{sen}(30^\circ) \cdot \frac{1,5}{1}) = 48,6^\circ$$

b) Calculamos el ángulo límite en caso de que el prisma sea de diamante

$$\text{sen}(\theta_{\text{límite}}) \cdot n_1 = \text{sen}(90^\circ) n_2 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen(\text{sen}(90^\circ) \cdot \frac{1}{2,5}) = 23,6^\circ$$

Como el ángulo de incidencia respecto a la normal sería de 30° , mayor que el ángulo límite, se produciría reflexión total y el rayo no emergería por la cara B.

2020-Julio-Concidentes

A.4. a) Utilizamos la ley de Snell $\text{sen}(\theta_1) \cdot n_1 = \text{sen}(\theta_2) n_2 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen(\text{sen}(30^\circ) \cdot \frac{1,5}{1,2}) = 38,7^\circ$

La frecuencia depende del foco, no del medio, por lo que sería la misma. Al mantenerse la frecuencia pero variar la velocidad de propagación, sí varía la longitud de onda.

En el medio 2 $n_2=c/v_2 \rightarrow v_2=\lambda_2 f \rightarrow \lambda_2=v_2/f=c/(n_2 f)=3 \cdot 10^8/(1,2 \cdot 5 \cdot 10^{14})=5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}$

b) Si se produce reflexión total usando la ley de Snell el ángulo refractado son 90°

$$\text{sen}(\theta_{\text{límite}}) \cdot n_1 = \text{sen}(90^\circ) n_2 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen(\text{sen}(90^\circ) \cdot \frac{1,2}{1,5}) = 53,1^\circ$$



2020-Julio

B.4. a) El rayo reflejado en el medio 1 y el rayo el refractado después de reflejarse en la cara inferior del vidrio son paralelos. Se trata de un problema de geometría para el que nombramos puntos y ángulos sobre el diagrama del enunciado. Podemos ver que $d=AE \cdot \sin(60^\circ)$, y que AE es el doble de la distancia $AD=AC$, siendo $AD=AB \cdot \tan(\theta_2)$, siendo θ_2 el ángulo refractado en el paso de medio 1 a 2.

Usando la 2ª ley de Snell de la refracción.

$$n_1 \cdot \sin(\theta_1) = n_2 \cdot \sin(\theta_2) \rightarrow \theta_2 = \arcsen(1,4 \cdot \sin(30^\circ) / 1,5)$$

$$\theta_2 = 27,8^\circ$$

$$AD = BC = 4 \cdot \tan(27,8^\circ) = 2,1 \text{ cm}$$

$$d = 2 \cdot 2,1 \cdot \sin(60^\circ) = 3,6 \text{ cm.}$$

b) Si se produce reflexión total en la cara inferior aplicando la 2ª ley de Snell de la refracción:

$$n_2 \cdot \sin(\theta_{\text{limite}}) = n_3 \cdot \sin(90^\circ) \rightarrow \theta_{\text{limite}} = \arcsen(1,2 / 1,5) = 53,1^\circ$$

Pero se pide el ángulo de incidencia mínimo en la cara superior del vidrio. Ese ángulo incidente en el paso de medio 2 a 3 sería el mismo ángulo refractado en el paso de medio 1 a 2, por lo que planteamos de nuevo la 2ª ley de Snell de la refracción.

$$n_1 \cdot \sin(\theta_1) = n_2 \cdot \sin(\theta_2) \rightarrow \theta_1 = \arcsen(1,5 \cdot \sin(53,1^\circ) / 1,4) = 59^\circ$$

2020-Modelo

B. Pregunta 4.-

a) La frecuencia depende del foco, no del medio, por lo que sería la misma. Al mantenerse la frecuencia pero variar la velocidad de propagación, sí varía la longitud de onda.

$$\text{Calculamos en medio 1 } n_1 = c/v_1; v_1 = \lambda_1 f \rightarrow f = v_1/\lambda_1 = c/(n_1 \cdot \lambda_1) = 3 \cdot 10^8 / (1,6 \cdot 460 \cdot 10^{-9}) = 4,08 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{En el medio 2 } n_2 = c/v_2 \rightarrow v_2 = \lambda_2 f \rightarrow \lambda_2 = c/(n_2 f) = 3 \cdot 10^8 / (1,4 \cdot 4,08 \cdot 10^{14}) = 5,25 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 525 \text{ nm}$$

También se podría haber deducido la expresión $\lambda_1/\lambda_2 = n_1/n_2$ y calculado la longitud de onda en el medio dos con ella.

b) Primero planteamos la reflexión total en el paso de medio 2 a medio 3, usando ley Snell

$$\sin(i_2) n_2 = \sin(\theta_3) n_3 \Rightarrow \sin(i_2) \cdot 1,4 = \sin(90^\circ) \cdot 1,2$$

$$i_2 = \arcsen\left(\frac{1,2}{1,4}\right) \approx 59,00^\circ$$

El ángulo de incidencia desde el medio 2 hacia el 3 es el mismo que el ángulo refractado en el paso del medio 1 hacia el 2.

Usando ley de Snell

$$\sin(i_1) n_1 = \sin(\theta_2) n_2 \Rightarrow \sin(i_1) \cdot 1,6 = \sin(59^\circ) \cdot 1,4$$

$$i_1 = \arcsen\left(\frac{\sin(59^\circ) \cdot 1,4}{1,6}\right) \approx 48,59^\circ$$

2019-Julio-Coincidentes

B. Pregunta 4.-

a) Cualitativamente si el rayo se aleja de la superficie se acerca a la normal, luego es más refringente, por lo que $n_2 > n_1$.

Se puede justificar usando la ley de Snell de la refracción: $\sin(i_1) n_1 = \sin(\theta_2) n_2$

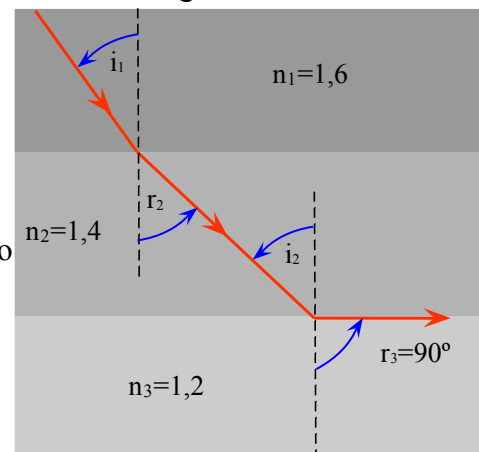
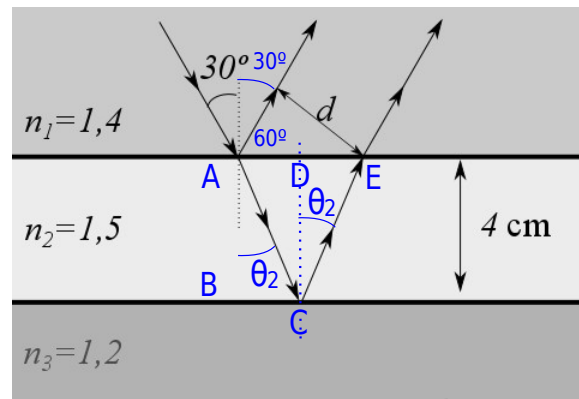
si se separa de la superficie el ángulo con la normal será menor, el seno del ángulo será menor, y para que se mantenga la igualdad el índice deberá ser mayor.

El ángulo de incidencia 60° y el de refracción es de 30° (el complementario de 60°), por lo que

$$\sin(60^\circ) \cdot 1 = \sin(30^\circ) n_2 \Rightarrow n_2 \approx 1,73$$

b) La frecuencia depende del foco, no del medio, por lo que sería la misma. Al mantenerse la frecuencia pero variar la velocidad de propagación, sí varía la longitud de onda.

$$\text{En el vacío y en el aire } c = \lambda_1 f \rightarrow \lambda_1 = c/f = 3 \cdot 10^8 / 6 \cdot 10^{14} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}$$



En el medio 2 $n_2=c/v_2 \rightarrow v_2=\lambda_2 f \rightarrow \lambda_2=c/(n_2 f)=3 \cdot 10^8/(1,5 \cdot 6 \cdot 10^{14})=3,33 \cdot 10^{-7} \text{ m}=333 \text{ nm}$

2019-Julio

B. Pregunta 4.-

a) Usando la ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2 \Rightarrow \text{sen}(30^\circ) \cdot 1 = \text{sen}(\theta_2) \cdot 1,33$$

$$\theta_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ)}{1,33}\right) \approx 22,08^\circ$$

La distancia de Laura a la vertical del punto de entrada en el agua es el cateto de un triángulo en el que el ángulo opuesto son $22,08^\circ$ y el otro cateto son los 3 m de profundidad de la piscina, por lo que

$$\tan(22,08^\circ) = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3 \cdot \tan(22,08^\circ) \approx 1,22 \text{ m}$$

La distancia de Carlos a la vertical del punto de entrada en el agua es el cateto de un triángulo en el que el ángulo opuesto es de 30° , y el otro cateto son los 4 m de altura de observación, por lo que

$$\tan(30^\circ) = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 4 \cdot \tan(30^\circ) \approx 2,31 \text{ m}$$

La distancia total entre Laura a la vertical del trampolín donde está Carlos es $1,22+2,31=3,53 \text{ m}$

b) El ángulo límite o ángulo crítico es el ángulo para el que incidiendo el rayo desde el agua hacia el aire el ángulo refractado sea de 90° .

$$\text{sen}(\theta_l) \cdot 1,33 = \text{sen}(90^\circ) \cdot 1 \Rightarrow \theta_l = \arcsen\left(\frac{1}{1,33}\right) \approx 48,75^\circ$$

Se pide diagrama: se puede aportar uno general (ver 2010-Junio-Fase General B. Cuestión 2)

2019-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 4.-

a) La reflexión total ocurre a partir del ángulo límite, para el que el ángulo refractado es de 90° .

$$\text{sen}(46,24^\circ) \cdot 1,8 = \text{sen}(90^\circ) \cdot n_B \Rightarrow n_B = 1,3$$

En el medio $n_B=c/v_B \rightarrow v_B=c/n_B=3 \cdot 10^8/(1,3)=2,3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

b) La frecuencia depende del foco, no del medio, por lo que sería la misma. Al mantenerse la frecuencia pero variar la velocidad de propagación, sí varía la longitud de onda.

En el medio A $n_A=c/v_A \rightarrow v_A=\lambda_A f \rightarrow \lambda_A=c/(n_A f)=3 \cdot 10^8/(1,8 \cdot 5,17 \cdot 10^{14})=3,22 \cdot 10^{-7} \text{ m}=322 \text{ nm}$

En el medio B $n_B=c/v_B \rightarrow v_B=\lambda_B f \rightarrow \lambda_B=c/(n_B f)=3 \cdot 10^8/(1,3 \cdot 5,17 \cdot 10^{14})=4,46 \cdot 10^{-7} \text{ m}=446 \text{ nm}$

2019-Junio

B. Pregunta 4.-

a) Planteamos la ley de Snell de la refracción entre los medios 1 y 2.

$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2 \Rightarrow \text{sen}(i_1) \cdot 1,6 = \text{sen}(\theta_2) \cdot 1,3$$

$$\frac{\text{sen}(i_1)}{\text{sen}(\theta_2)} = \frac{1,3}{1,6} = 0,8125$$

Según la figura el ángulo refractado en el segundo medio, que llamamos θ_2 , sumado a los 90° y al ángulo reflejado, que coincide con i_1 , suman 180° . Tenemos $\theta_2 + 90 + i_1 = 180 \rightarrow \theta_2 = 90 - i_1$. Por tanto $\text{sen}(\theta_2) = \cos(i_1)$

$$\frac{\text{sen}(i_1)}{\cos(i_1)} = \tan(i_1) = 0,8125 \Rightarrow i_1 = \arctan(0,8125) = 39,1^\circ$$

$$\theta_2 = 90 - 39,1 = 50,9^\circ$$

Según la figura al ser láminas paralelas al ángulo en el paso del medio 2 al 3 es el mismo que el refractado; $i_c = \theta_2 = 50,9^\circ$

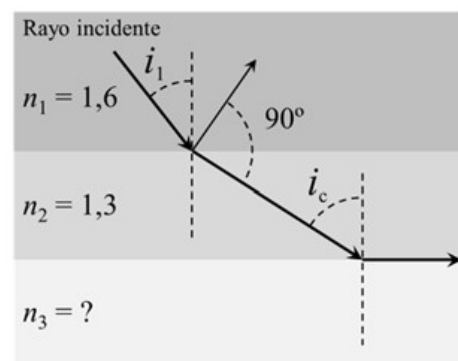
b) Tomamos $i_c = 50,9^\circ$

$$\text{sen}(i_c)n_2 = \text{sen}(90^\circ)n_3 \Rightarrow n_3 = \text{sen}(50,9^\circ) \cdot 1,3 \approx 1$$

El valor sería consistente con que el tercer medio fuese aire o vacío.

2019-Modelo

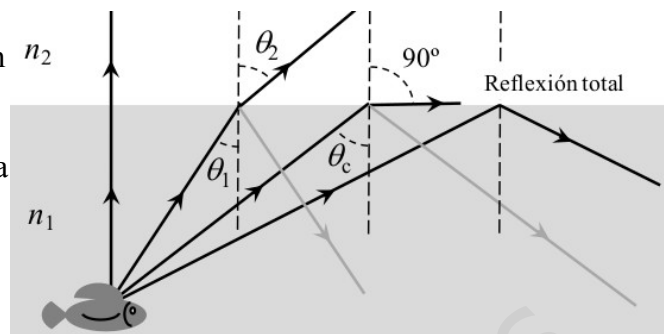
B. Pregunta 4.-



a) Calculamos el ángulo crítico usando la ley de Snell de la refracción y ángulo emergente 90° .

$$\text{sen}(\theta_{\text{crítico}})n_1 = \text{sen}(90^\circ)n_2 \Rightarrow \theta_{\text{crítico}} = \arcsen\left(\text{sen}(90^\circ) \frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(1 \cdot \frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

Para un ángulo de 60° respecto la normal, al ser mayor que el ángulo límite, se produce reflexión total para los rayos salientes del agua. Se puede pensar que lo que se pregunta es otra cosa, porque para que el pez pueda ver un objeto fuera del agua, se trata de ver si el rayo que proviene del objeto desde fuera del agua podría entrar formando 60° con la normal. Pero en la ley de Snell la trayectoria de los rayos es reversible, y el argumento es válido: el pez no puede ver objetos que estén fuera si mira con un ángulo mayor que el ángulo crítico. Se incluye el diagrama de la resolución oficial de Madrid.



b) La frecuencia depende del foco, no del medio, por lo que sería la misma. Al mantenerse la frecuencia pero variar la velocidad de propagación, sí varía la longitud de onda.

$$\text{En el vacío y en el aire } c = \lambda_2 f \rightarrow f = c/\lambda_2 = 3 \cdot 10^8 / 525 \cdot 10^{-9} = 5,71 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{En el agua } n_1 = c/v_1 \rightarrow v_1 = \lambda_1 f \rightarrow \lambda_1 = c/(n_1 f) = 3 \cdot 10^8 / (1,33 \cdot 5,71 \cdot 10^{14}) = 395 \text{ nm}$$

2018-Julio

B. Pregunta 4.-

a) Si emerge con 90° en la segunda cara, el ángulo de incidencia es el ángulo límite, y usando la ley de Snell de la refracción.

$$\text{sen}(\theta_{\text{límite}})n_1 = \text{sen}(90^\circ)n_2 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\text{sen}(90^\circ) \frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(1 \cdot \frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

Dado que el ángulo incidente en la segunda cara se mide respecto de la normal, el ángulo complementario que forma el rayo con la segunda cara son 60° , y teniendo en cuenta que en el triángulo formado por el punto de incidencia en la primera cara, vértice superior y punto de incidencia en la segunda cara suman 180° , tenemos que $\alpha = 180 - 90 - 60 = 30^\circ$.

b) Para que ángulo de incidencia en primera cara y de emergencia en segunda sean iguales, por geometría y por ser mismo cambio de material, el ángulo refractado en la primera cara y el incidente en la segunda también lo son. Considerando el triángulo formado por el punto de incidencia en la primera cara, vértice superior y punto de incidencia en la segunda, llegamos a que el ángulo que forma el rayo dentro del material con cada una de las caras es la mitad de $180 - \alpha$, es decir la mitad de 150° , luego son 75° . Como el ángulo refractado en la primera cara es el ángulo complementario a esos 75° , son 15° , por lo que planteando la ley de Snell de la refracción:

$$\text{sen}(\theta_i)n_1 = \text{sen}(\theta_r)n_2 \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_r) \frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(15^\circ) \cdot \frac{2}{1}\right) = 31,2^\circ$$

2018-Junio-coincidentes

B. Pregunta 4.-

a) $\lambda_1 = v_1/f$, donde la frecuencia es la del foco y no depende del medio, pero v_1 sí depende del medio según el índice de refracción: $n = c/v$, por lo que $v_1 = c/n_1$. Agrupando

$$\lambda_1 = c/(f \cdot n_1) = 3 \cdot 10^8 / (4,29 \cdot 10^{14} \cdot 1,5) = 4,66 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 466 \text{ nm}$$

b) Calculamos el ángulo refractado utilizando la ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_i)n_1 = \text{sen}(\theta_r)n_2 \Rightarrow \theta_r = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_i) \frac{n_1}{n_2}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(50^\circ) \cdot \frac{1,5}{1,3}\right) = 62,1^\circ$$

La reflexión total se producirá a partir del ángulo límite en el que el ángulo refractado es de 90°

$$\text{sen}(\theta_{\text{límite}})n_1 = \text{sen}(90^\circ)n_2 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\text{sen}(90^\circ) \frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(1 \cdot \frac{1,3}{1,5}\right) = 60,1^\circ$$

2018-Junio



B. Pregunta 4.-

a) El índice de refracción es el cociente entre la velocidad de propagación de la luz en el vacío y en el medio, $n=c/v$, por lo que si $n_1=1=c/v_1$, velocidad de propagación es la del vacío, $v_1=c$.

$$v_1=c=\lambda_1 f \rightarrow \lambda_1=c/f=3 \cdot 10^8 / 6 \cdot 10^{14}=5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 500 \text{ nm}$$

b) La frecuencia depende del foco, no del medio, por lo que sería la misma. Al mantenerse la frecuencia pero variar la velocidad de propagación, sí varía la longitud de onda.

$$n_2=1,25n_1=1,25=c/v_2 \rightarrow v_2=c/1,25$$

$$\lambda_2=v_2/f=c/(1,25 \cdot f)=3 \cdot 10^8 / (1,25 \cdot 6 \cdot 10^{14})=4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 400 \text{ nm}$$

(Se podría deducir la expresión $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$ y a partir de ella $\lambda_2 = \lambda_1 \frac{n_1}{n_2} = \frac{500 \text{ nm}}{1,25} = 400 \text{ nm}$)

2018-Modelo

B. Pregunta 4.-

a) Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

Para el paso aire \rightarrow material

$$\text{sen}(\theta_i) n_1 = \text{sen}(\theta_r) n_2 \Rightarrow \theta_r = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_i) \frac{n_1}{n_2}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(45^\circ) \cdot \frac{1}{1,5}\right) = 28,1^\circ$$

Aplicando geometría con el triángulo que tiene como ángulo superior los 60° y como lado inferior el rayo atravesando el material, planteamos que su suma es de 180° (se puede hacer diagrama)

$$(90-28,1)+60+(90-i_2)=180 \rightarrow i_2=60-28,1=31,9^\circ$$

Para el paso material \rightarrow aire

$$\text{sen}(\theta_i) n_1 = \text{sen}(\theta_r) n_2 \Rightarrow \theta_r = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_i) \frac{n_1}{n_2}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(31,9^\circ) \cdot \frac{1,5}{1}\right) = 52,4^\circ$$

b) Para que emerja de la segunda superficie no se produce reflexión total, planteamos el ángulo límite en la segunda superficie.

$$\text{sen}(\theta_{\text{lim}}) n_{\text{material}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{aire}} \Rightarrow \theta_{\text{lim}} = \arcsen\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8^\circ$$

Aplicando mismo razonamiento geométrico, el ángulo de refracción en el paso aire \rightarrow material es $(90-r_1)+60+(90-41,8)=180 \rightarrow r_1=60-41,8=18,2^\circ$

Para el paso aire \rightarrow material

$$\text{sen}(\theta_i) n_1 = \text{sen}(\theta_r) n_2 \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_r) \frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(18,2^\circ) \cdot \frac{1,5}{1}\right) = 27,9^\circ$$

2017-Septiembre

B. Pregunta 4.-

a) El ángulo incidente β mínimo es el ángulo límite, que está asociado a que el ángulo refractado sea de 90° . Planteamos la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\beta) n_{\text{núcleo}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{recubrimiento}} \Rightarrow \beta = \arcsen\left(1 \cdot \frac{1,45}{1,55}\right) = 69,3^\circ$$

b) Según el diagrama la superficie de separación entre fibra y aire es perpendicular a la superficie de separación entre núcleo y recubrimiento. Por lo tanto si queremos que el rayo refractado tras entrar en el núcleo de la fibra forme β con la normal del recubrimiento, el mismo rayo formará $90^\circ - \beta = 20,7^\circ$ con la superficie de separación con el aire.

Planteamos la segunda ley de Snell de la refracción, con ángulo incidente en el aire α y con ángulo refractado $20,7^\circ$

$$\text{sen}(\alpha) n_{\text{aire}} = \text{sen}(20,7^\circ) n_{\text{núcleo}} \Rightarrow \alpha = \arcsen\left(\text{sen}(20,7^\circ) \cdot \frac{1,55}{1}\right) = 33,2^\circ$$

2017-Junio-coincidentes

B. Pregunta 4.-

$$a) \quad n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} \quad v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,8} = \frac{1}{6} \cdot 10^9 \text{ m/s} \quad v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

En el cambio de medio la frecuencia se mantiene constante, es la misma en ambos medios



$$v_1 = \lambda_1 f \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{(1/6) \cdot 10^9}{500 \cdot 10^{-9}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{15} \text{ Hz} \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{2 \cdot 10^8}{(1/3) \cdot 10^{15}} = 6 \cdot 10^{-7} = 600 \text{ nm}$$

b) No hay refracción si hay reflexión total, lo que es posible porque el segundo medio tiene un índice de refracción menor que el primero. Aplicamos la ley de Snell para el ángulo límite

$$\text{sen}(\theta_{\text{límite}}) n_1 = \text{sen}(90^\circ) n_2 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(1 \cdot \frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(\frac{1,5}{1,8}\right) = 56,44^\circ$$

2017-Junio

B. Pregunta 4.-

a) Aplicando la ley de Snell para cada color, tomamos n_1 para aire y n_2 para el material

$$\text{sen}(\theta_1) n_1 = \text{sen}(\theta_2) n_2 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_1) \frac{n_1}{n_2}\right)$$

Violeta, $n_2=1,66$ $\theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(60^\circ) \frac{1}{1,66}\right) \approx 31,4^\circ$

Rojo, $n_2=1,60$ $\theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(60^\circ) \frac{1}{1,60}\right) \approx 32,8^\circ$

En el cambio de medio la frecuencia se mantiene constante, y podemos plantear

$$v_1 = \lambda_1 f \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \quad \text{Como } n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} \text{ llegamos a } n_1 \cdot \lambda_1 = n_2 \cdot \lambda_2 = 1 \cdot \lambda_0 \quad \text{ó } n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

Para cada color dentro del material

Violeta, $\lambda_0=400 \text{ nm}$ en aire, en el medio $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{400}{1,66} \approx 241 \text{ nm}$

Rojo, $\lambda_0=750 \text{ nm}$ en aire, en el medio $\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{750}{1,60} \approx 469 \text{ nm}$

b) Se indica en la frontera entre el material y el aire, y como la reflexión total se produce en el paso de un medio a otro menos refringente, es en la salida del bloque de material.

Aplicando la ley de Snell para el ángulo límite $\text{sen}(\theta_{\text{límite}}) n_2 = \text{sen}(90^\circ) n_1 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(1 \cdot \frac{n_1}{n_2}\right)$

Violeta, $n_2=1,66$ $\theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\frac{1}{1,66}\right) \approx 37^\circ$

Rojo, $n_2=1,60$ $\theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\frac{1}{1,60}\right) \approx 38,7^\circ$

La pregunta “Para $\alpha = 60^\circ$, ¿escapan los rayos desde el medio hacia el aire por la frontera inferior?” puede parecer rara porque no se dan las dimensiones del prisma ni distancia del punto de incidencia a la frontera inferior, y podría depender de ellas. La clave es que en este apartado se ha preguntado por el paso material \rightarrow aire pero hace referencia al ángulo de la figura que es aire \rightarrow material, y hay que entender que está preguntando si se produce o no reflexión total en la frontera inferior de ese mismo rayo. Si forma un ángulo x con la normal en la cara izquierda del diagrama, forma un ángulo $90-x$ con la normal de cara inferior.

Según datos de apartado a) para cada color:

Violeta, forma $90-31,4=58,6^\circ$, que es mayor que ángulo límite 37° , no escapará hacia el aire por la frontera inferior.

Rojo, forma $90-32,8=57,2^\circ$, que es mayor que ángulo límite $38,7^\circ$, no escapará hacia el aire por la frontera inferior.

2017-Modelo

B. Pregunta 4.- Resolución idéntica a 2016-Modelo-B4

2016-Septiembre

B. Pregunta 4.-

a) Se indica “sobre” la superficie de un lago y tomamos como medio de partida el aire, con $n_1=1$.



Aplicando la ley de Snell $\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_1)\frac{n_1}{n_2}\right)$

$$\theta_1 = 30^\circ \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(30^\circ)\frac{1}{1,33}\right) = 22,08^\circ$$

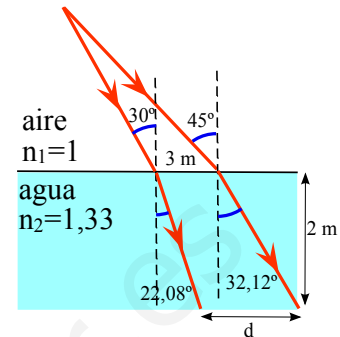
$$\theta_1 = 45^\circ \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\text{sen}(45^\circ)\frac{1}{1,33}\right) = 32,12^\circ$$

b) Realizamos un diagrama (no a escala) y calculamos para los 2 m de profundidad:

-El rayo que incide con 30° y se refracta con $22,08^\circ$ se ha separado de la normal $2 \cdot \tan(22,08^\circ) = 0,81$ m

-El rayo que incide con 45° y se refracta con $32,12^\circ$ se ha separado de la normal $2 \cdot \tan(32,12^\circ) = 1,26$ m

La separación ha aumentado $1,26 - 0,81 = 0,45$ m, y como inicialmente era de 3 m entre los puntos de impacto, tenemos $d = 3,45$ m



2016-Junio

B. Pregunta 4.-

a) Aplicando la ley de Snell para el ángulo límite

$$\text{sen}(\theta_{iA})n_A = \text{sen}(90^\circ)n_B \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{1}{\text{sen}(49,88^\circ)} \approx 1,308$$

Combinamos con la ecuación del enunciado

$$1,308n_B + n_B = 3 \Rightarrow n_B = \frac{3}{1,308+1} \approx 1,30 \Rightarrow n_A = 1,70$$

b) Por la definición de índice de refracción, $n=c/v$, si el índice tiene mayor valor, la velocidad es menor, luego tiene mayor velocidad en B que es donde el índice es menor.

También se puede razonar que si produce reflexión total en el paso de A hacia B, B tiene menor índice en B y mayor velocidad en B.

Como enunciado pide razonar y no se proporciona como dato c no se calculan las velocidades.

2016-Modelo

B. Pregunta 4.-

a) La reflexión total se produce en el paso a un medio menos refringente. Si el foco está el fondo del recipiente, la luz que procede del foco pasa de agua a aceite, y luego a aire; aunque no sea posible la reflexión total en el paso de agua a aceite, sí lo es en el paso de aceite a aire.

El ángulo límite implica que el ángulo refractado es de 90°

$$\text{sen}(\theta_{i\text{limite}})n_{\text{aceite}} = \text{sen}(90^\circ)n_{\text{aire}} \Rightarrow \theta_{i\text{limite}} = \arcsen\left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{aceite}}}\right) = \arcsen\left(\frac{1}{1,48}\right) = 42,5^\circ$$

b) En la lámina de aceite, el ángulo de incidencia del rayo en la separación aceite-aire es el mismo ángulo que el ángulo de salida del rayo en la separación agua-aceite, por lo que el ángulo refractado es $42,5^\circ$. Utilizando la ley de Snell de la refracción:

$$\text{sen}(\theta_i)n_{\text{agua}} = \text{sen}(\theta_r)n_{\text{aceite}} \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_r)\frac{n_{\text{aceite}}}{n_{\text{agua}}}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(42,5^\circ)\frac{1,48}{1,33}\right) = 48,7^\circ$$

2015-Septiembre

B. Pregunta 4.-

a) La reflexión total implica que el ángulo refractado es de 90°

$$\text{sen}(\theta_{i\text{critico}})n_1 = \text{sen}(90^\circ)n_2 \Rightarrow \text{sen}(75^\circ) \cdot 1,5 = 1,3 + \frac{82}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{82}{\text{sen}(75^\circ) \cdot 1,5 - 1,3} = 551 \text{ nm}$$

b) Ahora el medio inicial es el aceite, cuyo índice de refracción varía con la longitud de onda

$$\text{sen}(\theta_{i\text{critico}})n_1 = \text{sen}(90^\circ)n_2 \Rightarrow \text{sen}(\theta_{i\text{critico}}) \cdot \left(1,3 + \frac{82}{\lambda}\right) = 1 \cdot 1,5 \Rightarrow \theta_{i\text{critico}} = \arcsen\left(\frac{1,5}{1,3 + \frac{82}{\lambda}}\right)$$



Se puede plantear de dos maneras equivalentes:

- El índice del primer medio tiene que ser mayor que 1,5 para que se produzca reflexión total
- El dominio del arco seno está limitado a valores menores que 1

$$\frac{1,5}{1,3 + \frac{82}{\lambda}} < 1 \Rightarrow 1,5 < 1,3 + \frac{82}{\lambda} \Rightarrow \lambda < \frac{82}{1,5 - 1,3} = 410 \text{ nm}$$

El valor máximo sería $\lambda = 410 \text{ nm}$

2015-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 4.-

a) Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_i) n_1 = \text{sen}(\theta_r) n_2 \Rightarrow \frac{\text{sen}(\theta_i)}{\text{sen}(\theta_r)} = \frac{n_2}{n_1}$$

Como los ángulos se miden desde la normal y son menores de 90°

$$\theta_i > \theta_r \Rightarrow \text{sen}(\theta_i) > \text{sen}(\theta_r) \Rightarrow \frac{\text{sen}(\theta_i)}{\text{sen}(\theta_r)} = \frac{n_2}{n_1} > 1 \Rightarrow n_2 > n_1$$

La luz debe pasar a un medio de mayor índice de refracción, lo que cualitativamente supone que el rayo refractado se aproxima a la normal y tiene un ángulo menor que el incidente.

b) La reflexión total implica que el ángulo refractado es de 90°

$$\text{sen}(\theta_{i \text{ límite}}) n_1 = \text{sen}(90^\circ) n_2 \Rightarrow \theta_{i \text{ límite}} = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Como el dominio del arco seno está limitado a valores menores que 1, la condición es que $n_2 < n_1$, es decir que se pase a un medio menos refringente, lo que cualitativamente supone que el rayo refractado se aleja de la normal y para cierto ángulo incidente se llega a ángulo refractado de 90° .

2015-Modelo

A. Pregunta 4.-

a) Realizamos un diagrama: como el segundo medio es menos refringente, al pasar del medio 1 al 2 el rayo se alejará de la normal. Para calcular ángulos primero usamos geometría y luego la segunda ley de Snell de la refracción con los datos del enunciado.

Tenemos en cuenta que la ley de Snell utiliza los ángulos con la normal: 90° del rayo refractado con el ángulo reflejado implican

$$180^\circ - 90^\circ = 90^\circ = \theta_{\text{refl}} + \theta_{\text{refr}}$$

Como $\theta_{\text{inc}} = \theta_{\text{refl}}$, tenemos que $\text{sen}(\theta_{\text{inc}}) = \cos(\theta_{\text{refr}})$

Aplicando la ley de Snell

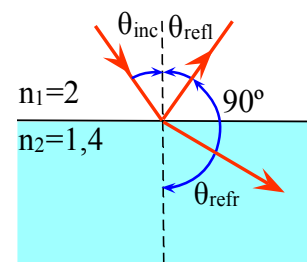
$$\text{sen}(\theta_{\text{inc}}) n_1 = \text{sen}(\theta_{\text{refr}}) n_2$$

$$\text{sen}(\theta_{\text{inc}}) \cdot 2 = \cos(\theta_{\text{inc}}) 1,4 \Rightarrow \text{tg}(\theta_{\text{inc}}) = \frac{1,4}{2} \Rightarrow \theta_{\text{inc}} \approx 35^\circ$$

El ángulo de refracción será $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$

b) Para que se produzca rayo refractado el ángulo de incidencia (que se mide desde la normal) tiene que ser inferior al ángulo límite, ángulo para el que el ángulo del rayo refractado es 90° .

$$\text{sen}(\theta_{i \text{ límite}}) n_1 = \text{sen}(90^\circ) n_2 \Rightarrow \theta_{i \text{ límite}} = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(\frac{1,4}{2}\right) = 44,43^\circ$$



2014-Septiembre

B. Pregunta 4.-

a) Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_i) n_i = \text{sen}(\theta_r) n_e$$

$$\theta_r = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_i) \frac{n_i}{n_e}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(30^\circ) \frac{2,1}{1,5}\right) = 44,4^\circ$$

Se pasa a un medio con menor índice de refracción, y el rayo se aleja de la normal

b) Para que no hay refracción se debe producir reflexión total, el ángulo del rayo refractado debe



ser de 90° , luego podemos plantear utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_i) n_i = \text{sen}(90^\circ) n_e \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\frac{n_e}{n_i}\right) = \arcsen\left(\frac{1,5}{2,1}\right) = 45,6^\circ$$

2013-Septiembre

B. Pregunta 3.-

a) Para que el rayo no salga por la cara B se tendrá que producir reflexión total, lo que sí es posible porque el rayo en el punto B llega a un medio con menor índice de refracción. Llamando n_i al índice de refracción del medio incidente y n_e al del medio emergente,

$$\text{sen}(\theta_i) n_i = \text{sen}(90^\circ) n_e \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\frac{n_e}{n_i}\right) = \arcsen\left(\frac{1}{1,48}\right) = 42,5^\circ$$

Hay que tener en cuenta que $\theta_i = 90^\circ - \alpha$ ya que los ángulos se miden desde la normal a la superficie de separación de medios en el punto de incidencia, luego $\alpha = 90^\circ - 42,5^\circ = 47,5^\circ$. Ese es el valor máximo de α , porque para valores mayores el valor de θ_i será menor al ángulo incidente límite o crítico.

b) En ese caso seguiría habiendo reflexión total, pero ahora

$$\theta_i = \arcsen\left(\frac{1,33}{1,48}\right) = 63,98^\circ \quad \alpha = 90^\circ - 63,98^\circ = 26,02^\circ$$

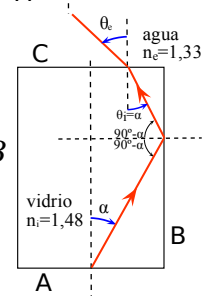
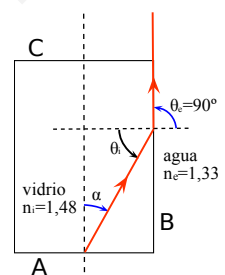
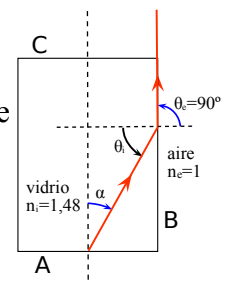
Para ese ángulo, el ángulo con el que sale en B es 90° , y llega a la cara C perpendicular a la superficie, ángulo de incidencia 0° , por lo que el ángulo con el que emerge también es nulo.

Comentario: ya que la pregunta del apartado b del enunciado sobre el valor de α es totalmente idéntica a la pregunta del apartado a, en la solución anterior se considera que el ángulo α es el asociado al ángulo crítico en la incidencia en la cara B, por lo que preguntar por el ángulo de emergencia por la cara C es algo "extraño".

Si el ángulo α fuera ligeramente menor de ese máximo (el ángulo de incidencia en B sería ligeramente mayor y sería superior al ángulo límite) se produciría reflexión total y entonces sí emergería por la cara C, en función de las dimensiones, que nos dan en el enunciado y no se utilizan en la solución anterior. Si $\alpha = 26,01^\circ$, y como $A/2 = 10$ cm, incide en cara B a $10/\tan(26,01^\circ) = 20,5$ cm, y como sale reflejado internamente con el mismo ángulo de incidencia, si sale por la cara C sin hacerlo por la cara opuesta a B. Emergería en la cara C a $(30 - 20,5) \cdot \tan(26,01^\circ) = 4,64$ cm de la cara B, y con un ángulo que calculamos utilizando la ley de Snell de la refracción, pasando de medio de incidencia vidrio a medio de emergencia agua.

$$\text{sen}(\theta_i) n_i = \text{sen}(\theta_e) n_e$$

$$\theta_e = \arcsen\left(\text{sen}(\theta_i) \frac{n_i}{n_e}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(26,01^\circ) \frac{1,48}{1,33}\right) = 29,21^\circ$$



2013-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 4.-

a) Se define índice de refracción absoluto de un medio material el cociente entre c y la velocidad en ese medio, $n=c/v$. La velocidad propagación de la luz en el vacío es máxima (c), y tiene velocidades menores en otros medios, por lo que el índice siempre tiene un valor mayor o igual a 1. Al ser un cociente de velocidades, es adimensional y no tiene unidades.

b) Pregunta teórica igual a 2010-Junio-FG-B2-a, no se repite respuesta de nuevo aquí.

2013-Modelo

B. Pregunta 4.-

a) Refracción: fenómeno en el que parte de luz que llega a la separación entre dos medios, parte pasa al otro medio cambiando de dirección y velocidad.

Dispersión: la velocidad de propagación (y por lo tanto el índice de refracción) varía con la



frecuencia en ciertos medios.

La refracción se pone de manifiesto tanto para rayos monocromáticos como no monocromáticos. En un rayo no monocromático (por ejemplo luz blanca (muchas frecuencias)) sí se puede poner de manifiesto la dispersión ya que al pasar de un medio no dispersivo (vacío, aire) a uno dispersivo (cristal), cada componente de distinta frecuencia se refracta con un ángulo distinto, por lo que cualitativamente se dispersa: desde el punto de incidencia surgen los distintos rayos.

En un rayo de luz monocromática no se puede poner de manifiesto la dispersión, ya que monocromático implica que sólo tiene una frecuencia. Un ejemplo monocromático sería un láser.

b) El vidrio es un medio dispersivo y sí se produce dispersión en el punto de incidencia desde el medio no dispersivo (aire). Sin embargo como cuando los rayos emergen en la otra cara paralela, son refractados en sentido opuesto a la refracción de cuando entraron en el vidrio, por lo que todos ellos emergen con el mismo ángulo respecto a la lámina de vidrio con el que incidieron originalmente. Cualitativamente “no divergen” sino que salen paralelos y no es observable. En la descomposición habitual con un prisma las caras no son paralelas, y los rayos cuando emergen vuelven a ser difractados en el mismo sentido a la refracción de cuando entraron en el vidrio, por lo que se acentúa el efecto y es observable.

2012-Junio

A. Pregunta 4.-

a) La reflexión total es el fenómeno en el que la luz, al pasar de un medio a otro con menor índice de refracción, el rayo no sale refractado en el segundo medio sino que regresa al medio inicial. Existe un ángulo límite o crítico que es el ángulo de incidencia para el que el rayo refractado forma 90° con la normal, y para ángulos de incidencia mayores se produce reflexión total.

Para que se produzca la luz tiene que pasar de un medio a otro menos refringente, y el ángulo ser mayor que el ángulo crítico, cuyo valor se obtiene a partir de las diferencias de los índices de

refracción. $\text{sen}(\theta_i)n_i = \text{sen}(90^\circ)n_e \Rightarrow \theta_i = \text{arcsen}\left(\frac{n_e}{n_i}\right)$ Solamente existe si $n_e < n_i$

b) El primer medio material tiene $n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5 \cdot 10^8} = 2$, mayor que el aire, luego sí hay un ángulo

crítico $\theta_i = \text{arcsen}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

2012-Modelo

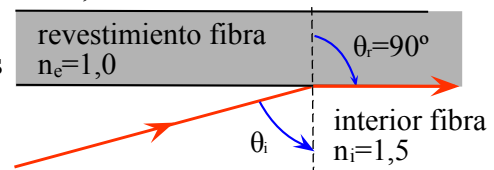
B. Pregunta 3.-

a) $n_i = \frac{c}{v_i} \Rightarrow v_i = \frac{c}{n_i} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ $n_i = \frac{\lambda_0}{\lambda_i} \Rightarrow \lambda_i = \frac{\lambda_0}{n_i} = \frac{5,9 \cdot 10^{-7}}{1,5} = 3,93 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

b) Utilizamos la segunda ley de Snell de la refracción, tomando un ángulo refractado de 90° , con lo que obtendremos el ángulo incidente límite o crítico.

$$\text{sen}(\theta_i)n_i = \text{sen}(90^\circ)n_e$$

$$\theta_i = \text{arcsen}\left(\frac{n_e}{n_i}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,81^\circ$$



2011-Septiembre

B. Cuestión 3.-

a) La reflexión total implica que el ángulo refractado forma 90° con la normal. Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_i)n_i = \text{sen}(90^\circ)n_e \Rightarrow \theta_i = \text{arcsen}\left(\frac{n_e}{n_i}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1}{4/3}\right) = 48,6^\circ$$

Al ángulo de incidencia para el cual el ángulo refractado forma 90° con la normal se denomina ángulo crítico o ángulo límite.



$$b) \quad n_{\text{agua}} = \frac{c}{v_{\text{agua}}} \Rightarrow v_{\text{agua}} = \frac{c}{n_{\text{agua}}} = \frac{3,00 \cdot 10^8}{4/3} = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

2011-Junio-Coincidentes

A. Cuestión 2.-

a) Para que se produzca reflexión total el ángulo del rayo refractado debe ser de 90° , siendo el ángulo de incidencia menor de 90° , luego podemos plantear utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(\theta_1) n_1 = \text{sen}(90^\circ) n_2 \Rightarrow \theta_1 = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Para que ese ángulo exista, se tiene que cumplir que $n_2 < n_1$, es decir que el rayo incide desde un medio (n_1) hacia otro menos refringente (n_2). Cualitativamente se puede razonar para que haya reflexión total el rayo refractado se debe alejar de la normal, que es lo que ocurre cuando el segundo medio es menos refringente.

b) Confirmamos de los datos que el medio de incidencia es el de índice n_1 , ya que según lo razonado en apartado a, para que se produzca reflexión total el rayo incidirá desde el medio más refringente (n_1) hacia el medio menos refringente (n_2)

$$\theta_{ic} = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1,2}{1,5}\right) = 53,13^\circ$$

2011-Junio

A. Cuestión 3.-

a) Utilizamos la segunda ley de Snell de la refracción, siendo el medio 1 el aire y el medio 2 vidrio.

$$\text{sen}(i_1) n_1 = \text{sen}(r_1) n_2$$

$$r_1 = \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{1,5}\right) = 19,47^\circ$$

Cualitativamente pasa a un medio más refringente y el ángulo debe ser menor, porque se acerca a la normal.

b) Se pide la longitud de onda en el tercer medio, el agua.

No es necesario calcular el ángulo, sólo la longitud de onda.

La expresión la podemos deducir razonando que la frecuencia no varía con el medio.

$$n_3 = \frac{\lambda_0}{\lambda_3} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{\lambda_0}{n_3} = \frac{600 \cdot 10^{-9}}{1,33} = 4,51 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 451 \text{ nm}$$

Cualitativamente pasa a un medio más refringente que el aire y la longitud de onda debe ser menor.

2010-Septiembre-Fase Específica

A. Cuestión 3.-

a) Asumimos que en el aire la velocidad de propagación es la del vacío, con índice de refracción 1.

Para calcular la velocidad en el agua calculamos el índice de refracción del agua, utilizando la segunda ley de Snell de la refracción con los datos del enunciado. Tenemos en cuenta que la ley de Snell utiliza los ángulos con la normal: 128° del rayo refractado con el ángulo reflejado implican $180^\circ - 158^\circ = 22^\circ$ con la normal.

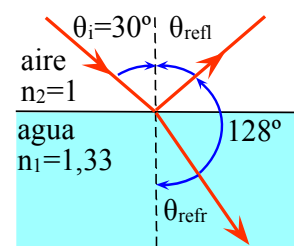
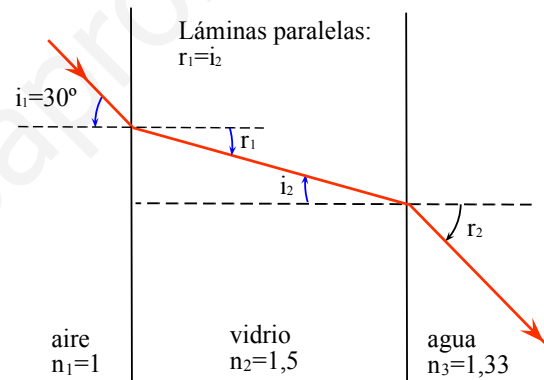
$$\text{sen}(\theta_i) n_1 = \text{sen}(\theta_{\text{refr}}) n_2$$

$$\text{sen}(30^\circ) \cdot 1 = \text{sen}(22^\circ) n_2 \Rightarrow n_2 = \frac{\text{sen}(30^\circ)}{\text{sen}(22^\circ)} = 1,33$$

$$n_2 = \frac{c}{v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

b) En la reflexión total el ángulo del rayo refractado es 90° .

$$\text{sen}(\theta_{i \text{ límite}}) n_{\text{agua}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{aire}} \Rightarrow \theta_{i \text{ límite}} = \text{arcsen}\left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$



2010-Septiembre-Fase General

B. Problema 2.-

a) No. La segunda ley de la reflexión de Snell indica que el ángulo de reflexión siempre es igual al ángulo incidente.

b) Como $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$, la velocidad de propagación será menor donde el índice de refracción sea mayor: en el diamante.

Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción, el ángulo refractado para un ángulo de incidencia de 20° desde el diamante hacia el aire será

$$\theta_r = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(\theta_i) n_{\text{diamante}}}{n_{\text{aire}}}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(20^\circ) \cdot \frac{2,42}{1}\right) = 55,86^\circ$$

c) Como $n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda f} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{n f}$, la longitud de onda es mayor cuanto menor sea el índice de refracción (la frecuencia sólo depende de la fuente, no varía con el medio): será mayor en el agua. Utilizando la ley de Snell de la refracción, el ángulo refractado para un ángulo de incidencia de 20° desde el agua hacia el aire será

$$\theta_r = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(\theta_i) n_{\text{agua}}}{n_{\text{aire}}}\right) = \arcsen\left(\text{sen}(20^\circ) \cdot \frac{1,33}{1}\right) = 27,06^\circ$$

Nota: no se utiliza el dato de la frecuencia proporcionado en el enunciado.

d) La reflexión total implica que el ángulo refractado sea de 90° , por lo que podemos utilizar el ángulo límite de cada material, o calcular el ángulo refractado y comprobar si es mayor de 90°

$$\text{sen}(\theta_i) n_{\text{agua}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{aire}} \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{agua}}}\right) = \arcsen\left(\frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

$$\text{sen}(\theta_i) n_{\text{cuarzo}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{aire}} \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{cuarzo}}}\right) = \arcsen\left(\frac{1}{1,46}\right) = 43,23^\circ$$

$$\text{sen}(\theta_i) n_{\text{diamante}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{aire}} \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{diamante}}}\right) = \arcsen\left(\frac{1}{2,42}\right) = 24,41^\circ$$

Se producirá reflexión total en el diamante.

2010-Junio-Coincidentes

A. Cuestión 2.-

a) De acuerdo al diagrama aportado, si representamos el recorrido del rayo por su interior, viendo que incide y emerge del cubo por el centro de sus caras, vemos que en la primera refracción el ángulo refractado es $r_1=45^\circ$ y en la segunda refracción el ángulo refractado es $i_2=45^\circ$. Por simetría de medios y ángulos podemos ver que el ángulo de incidencia en la cara de entrada es el mismo que el refractado en la de salida, pero lo validamos. Aplicamos la segunda ley de Snell de la refracción en ambas refracciones:

$$\text{sen}(i_1) n_{\text{medio}} = \text{sen}(45^\circ) n_{\text{vidrio}} \Rightarrow i_1 = \arcsen\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1,5}{1,3}\right) = 54,68^\circ$$

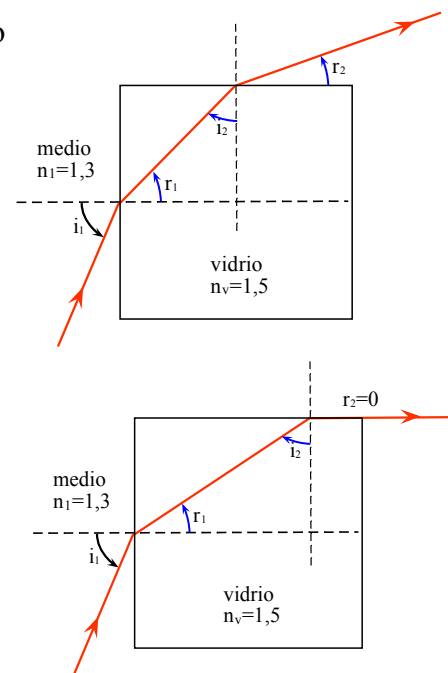
$$\text{sen}(45^\circ) n_{\text{vidrio}} = \text{sen}(r_2) n_{\text{medio}} \Rightarrow r_2 = \arcsen\left(\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{1,5}{1,3}\right) = 54,68^\circ$$

b) Si hay reflexión total en la cara superior, tendremos $r_2=90^\circ$

$$\text{sen}(i_2) n_{\text{vidrio}} = \text{sen}(90^\circ) n_{\text{medio}} \Rightarrow i_2 = \arcsen\left(\frac{1,3}{1,5}\right) = 60,07^\circ$$

En este caso los ángulos i_2 y r_1 ya no coinciden, pero se puede comprobar que ambos suman 90° , por lo que tenemos que $r_1=90-60,07=29,93^\circ$. Calculamos el ángulo de incidencia asociado.

$$\text{sen}(i_1) n_{\text{medio}} = \text{sen}(29,93^\circ) n_{\text{vidrio}} \Rightarrow i_1 = \arcsen\left(\text{sen}(29,93^\circ) \frac{1,5}{1,3}\right) = 35,15^\circ$$



2010-Junio-Fase General

B. Cuestión 2.-

a) Los ángulos siempre se toman respecto a la normal

Cuando la luz llega a la separación entre dos medios, parte vuelve con la misma velocidad (reflexión) y parte pasa al otro medio cambiando de dirección y velocidad (refracción).

Leyes de Snell de la reflexión:

- 1ª Rayo incidente, normal y rayo reflejado en el mismo plano.
- 2ª Ángulo de incidencia igual a ángulo de reflexión.

Leyes de Snell de la refracción:

- 1ª Rayo incidente, normal y rayo refractado en el mismo plano.
- 2ª $\frac{\text{sen}(\theta_1)}{\text{sen}(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$; $\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2$

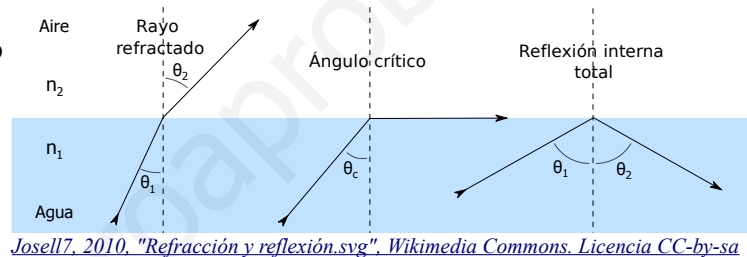
El rayo incidente va desde medio 1 a medio 2 donde sale refractado.

b) Ángulo límite o crítico es el ángulo de incidencia al que le corresponde

ángulo de refracción de 90° $\frac{\text{sen} \theta_{\text{limite}}}{\text{sen} 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \theta_{\text{limite}} = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

Sólo existe si $n_2 < n_1$

Reflexión total (o interna total) es el fenómeno de refracción por el cual el rayo vuelve al medio de origen. Se llama reflexión por eso y porque el ángulo de reflexión es igual al incidente, no cumple leyes de refracción (para ángulos mayores al límite la segunda ley de Snell de refracción no se cumple, da una inconsistencia)



[Josell7, 2010, "Refracción y reflexión.svg", Wikimedia Commons. Licencia CC-by-sa](#)

2010-Junio-Fase Específica

A. Problema 2.-

a) En la refracción no varía la frecuencia de la luz, por lo que podemos plantear, considerando $n_0=1$ el índice de refracción del aire.

$$n_1 = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda f_0} = \frac{c}{\lambda c / \lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n_1} = \frac{650 \cdot 10^{-9}}{1,48} = 4,39 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 439 \text{ nm}$$

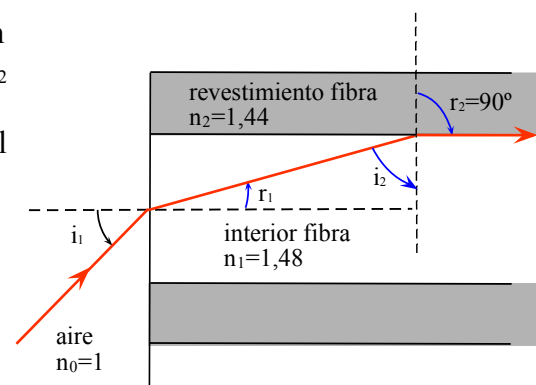
b) La reflexión interna implica que el ángulo refractado en la refracción entre n_1 y n_2 es 90° . El ángulo de incidencia i_2 desde n_1 hacia n_2 , medido desde la normal entre esos dos medios, es igual a restar a 90° el ángulo de refracción en el paso del aire a n_1 , medido desde la normal entre esos dos medios que es el eje de la fibra.

$$\text{sen}(i_{2\text{limite}})n_1 = \text{sen}(90^\circ)n_2$$

$$i_{2\text{limite}} = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 76,65^\circ$$

Calculamos el ángulo de incidencia externa desde el aire

para que el rayo refractado llegue con el ángulo calculado anteriormente a la normal del revestimiento de la fibra. $\text{sen}(i_1)n_{\text{aire}} = \text{sen}(r_1)n_1 \Rightarrow i_1 = \text{arcsen}(\text{sen}(90^\circ - 76,65^\circ)1,48) = 19,98^\circ$



2009-Septiembre

B. Problema 1.-

a) $c = \lambda_0 f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8}{650 \cdot 10^{-9}} = 4,62 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

b) En la refracción no varía la frecuencia de la luz, por lo que podemos plantear.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda f_0} = \frac{c}{\lambda \frac{c}{\lambda_0}} = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{650 \cdot 10^{-9}}{500 \cdot 10^{-9}} = 1,3$$

c) Utilizando la segunda ley de la refracción de Snell, siendo el medio 1 el aire, con índice de refracción 1, por lo que θ_2 es el ángulo refractado respecto a la normal.

$$\text{sen}(\theta_1) n_1 = \text{sen}(\theta_2) n_2 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{1,3}\right) = 22,62^\circ$$

d) Siempre se produce refracción: la frase del enunciado “no se produce refracción” la interpretamos como la situación en la que el ángulo refractado es de 90° . Hay dos refracciones: la paso de aire al medio transparente, y su paso de nuevo al aire: calculamos ambas.

Se trata de una situación de “láminas planas y paralelas”, de la que hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso. $\text{sen}(i_2) n_2 = \text{sen}(90^\circ) n_1 \Rightarrow \text{sen}(i_2) = \frac{1}{n_2}$

Ángulo de incidencia desde medio transparente: $i_2 = \arcsen\left(\frac{1}{1,3}\right) = 50,28^\circ$

Como ángulo refractado de medio 1 a 2 coincide con incidente de 2 a 1: $r_1 = i_2$

$$\text{sen}(i_1) n_1 = \text{sen}(r_2) n_2 \Rightarrow \text{sen}(i_1) = \frac{n_2}{n_1} = 1$$

Ángulo de incidencia desde aire: $i_1 = \arcsen(1) = 90^\circ$

Realmente el ángulo de incidencia desde el aire es poco real, porque con 90° no habría “incidencia” como tal. Se trata de una situación simétrica y para que en un extremo un rayo sea paralelo a la lámina, también lo tiene que ser en el otro.

2009-Modelo

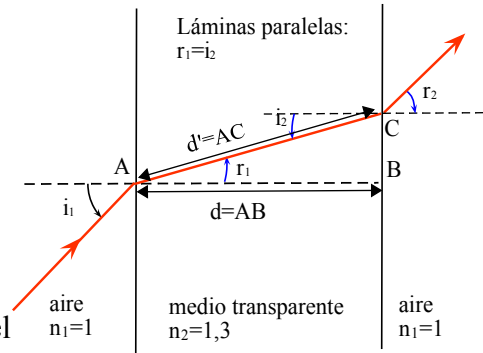
Cuestión 5.-

Para resolver esta cuestión es imprescindible conocer el espectro electromagnético en cuanto a la colocación de los colores visibles en él. Se pueden conocer de memoria las longitudes de onda y/o las frecuencias, o cualitativamente y de manera sencilla se pueden recordar “infrarrojo” y “ultravioleta” para recordar que el color rojo tiene la frecuencia más baja y el violeta la más alta. En cuanto a la colocación de amarillo y verde, el espectro pasa de rojo a naranja, que es mezcla de amarillo y rojo, por lo que el amarillo está por encima del naranja y del rojo en frecuencia, y el espectro pasa de azul a verde, que es mezcla de azul y amarillo, por lo que el verde está por debajo del ultravioleta en frecuencia y por encima del amarillo. Una vez razonado el orden en frecuencias rojo < naranja < amarillo < verde < azul se razonan las afirmaciones.

a) Verdadero. El fotón rojo tiene menor frecuencia que el fotón azul, y a mayor frecuencia menor longitud de onda ya que $c = \lambda f$, luego el fotón rojo tiene mayor longitud de onda que el fotón azul.

b) Falso. El fotón amarillo tiene menor frecuencia que el fotón azul.

c) Falso. La velocidad de propagación de la luz en el vacío es constante, c , y no depende de la frecuencia. La luz es una onda electromagnética, y la velocidad de propagación de una onda sólo depende del medio. (No se considera el fenómeno de dispersión que sí hace que la velocidad varíe con la frecuencia en ciertos medios, ya que enunciado no menciona ningún tipo de medio)



B. Problema 2.

a) $n = \frac{c}{v} = \frac{c}{(2/3)c} = \frac{3}{2} = 1,5$

b) Se trata de una situación de “láminas planas y paralelas”, de la que hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso. Hay dos refracciones: la del paso de aire (n_1) al vidrio (n_2)

$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(r_1)n_2$$

$$r_1 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(35^\circ) \cdot 1}{1,5}\right) = 22,48^\circ$$

La del paso del vidrio (n_2) de nuevo al aire (n_1). Al ser láminas paralelas, el ángulo de incidencia desde el vidrio es igual al ángulo refractado de paso al vidrio.

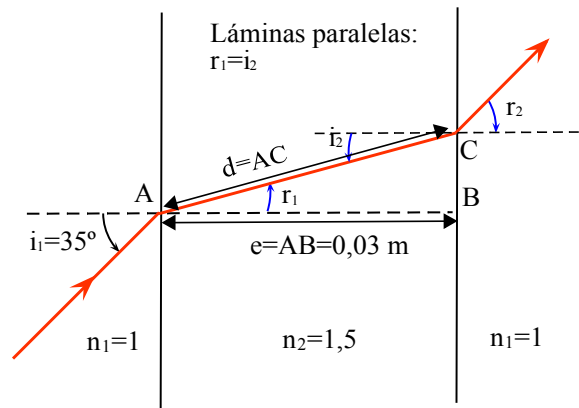
$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_1 \Rightarrow r_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(22,48^\circ) \cdot 1,5}{1}\right) = 35^\circ$$

El rayo emerge de la lámina paralela con el mismo ángulo de incidencia.

c) Se incluye un dibujo con la marcha del rayo a través de la lámina.

d) Según el diagrama, llamando e al espesor,

$$\frac{e}{d} = \cos(r_1) \Rightarrow d = \frac{e}{\cos(r_1)} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{\cos(22,48^\circ)} = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$



2008-Junio

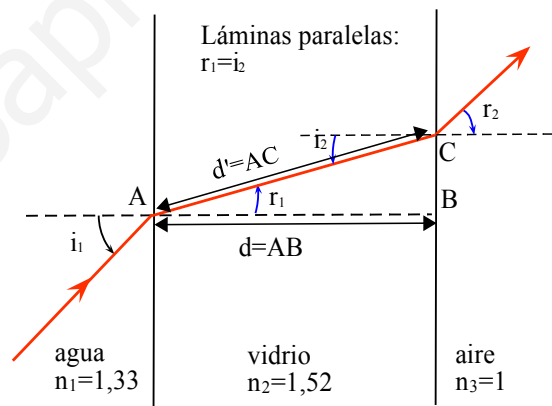
Cuestión 3.-

a) En la refracción no varía la frecuencia de la luz, por lo que podemos plantear.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda f_0} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{n f_0}$$

$$\lambda_{\text{agua}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33 \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 4,51 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 451 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{vidrio}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,52 \cdot 5 \cdot 10^{14}} = 3,95 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 395 \text{ nm}$$



b) Hay dos refracciones: la paso de agua (n_1) al vidrio (n_2), y su paso del vidrio al aire ($n_3=1$). Se trata de una situación de “láminas planas y paralelas”, de la que hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso.

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(90^\circ)n_3 \Rightarrow \text{sen}(i_2) = \frac{1}{n_2}$$

Ángulo de incidencia desde vidrio: $i_2 = \arcsen\left(\frac{1}{1,52}\right) = 41,14^\circ$

Como ángulo refractado de medio 1 a 2 coincide con incidente de 2 a 3: $r_1 = i_2$

$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(r_1)n_2 \Rightarrow \text{sen}(i_1) = \frac{\text{sen}(41,14^\circ) \cdot 1,52}{1,33}$$

$$\text{Ángulo de incidencia desde agua: } i_1 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(41,14^\circ) \cdot 1,52}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

Nota: el espesor de la lámina se menciona en enunciado pero no se utiliza.



2008-Modelo

A. Problema 2.-

Dibujamos la marcha de los rayos en ambos casos como pide el enunciado.

a) Hay dos refracciones: la paso de aire ($n_1=1$) al vidrio (n_2), y su paso del vidrio al aire ($n_1=1$), y las superficies de cada uno de los cambios de medio forman el ángulo A del prisma. Para el prisma hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso.

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(90^\circ)n_1 \Rightarrow \text{sen}(i_2) = \frac{1}{n_2}$$

$$\text{Ángulo de incidencia desde vidrio: } i_2 = \arcsen\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ$$

Como el rayo incide perpendicularmente a la primera cara, el rayo refractado también emerge perpendicularmente ($r_1=0^\circ$). En el diagrama podemos razonar que forman un triángulo el vértice del prisma, el punto de incidencia, y el punto por el que “emerge” el rayo, por lo que los ángulos del triángulo sumarán 180° . Lo planteamos como ecuación teniendo en cuenta que los ángulos de incidencia se miden respecto a la normal:

$$(90 - r_1) + A + (90 - i_2) = 180 \Rightarrow A = 180 - 90 + 45 - 90 + 0 = 45^\circ$$

b) La desviación mínima se produce cuando ángulos de incidencia y emergencia son iguales (la demostración no se incluye), momento en el que el rayo dentro del prisma es paralelo a su base y ángulo refractado al entrar en prisma y ángulo incidente al salir del prisma coinciden.

$$r_1 = i_2$$

$$(90 - r_1) + (90 - i_2) + A = 180$$

$$A = 2r_1 \Rightarrow r_1 = \frac{A}{2} = 22,5^\circ$$

Calculamos el ángulo de incidencia, que es igual al de emergencia

$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(r_1)n_2$$

$$i_1 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(22,5^\circ) \cdot \sqrt{2}}{1}\right) = 32,77^\circ$$

Se nos pide la desviación, que es la diferencia de ángulo entre rayo incidente y emergente. Se puede razonar que $\text{Desviación } \delta = i_1 + r_2 - A$ ya que:

-El ángulo θ_n que forman las dos normales en I_1 e I_2 es de $180^\circ - A$, ya que en el cuadrilátero formado por A , I_1 , I_2 y B , hay dos ángulos de 90° .

-En el triángulo formado por I_1 , I_2 y B , se deduce que $r_1 + i_2 + \theta_n = 180$, luego $r_1 + i_2 = A$

-En el triángulo formado por I_1 , I_2 y C , se deduce que $(i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) + 180 - \delta = 180$.

Operando $\text{Desviación } \delta = 32,77^\circ + 32,77^\circ - 45^\circ = 20,54^\circ$

2007-Junio

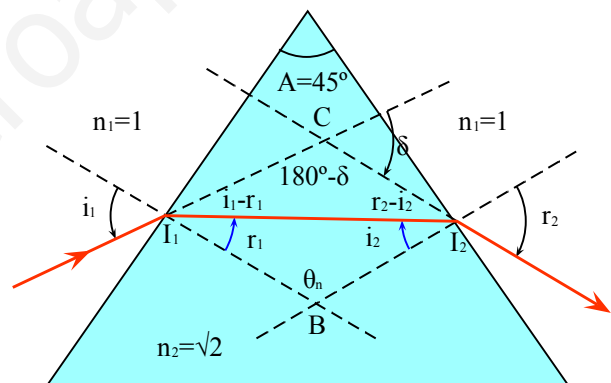
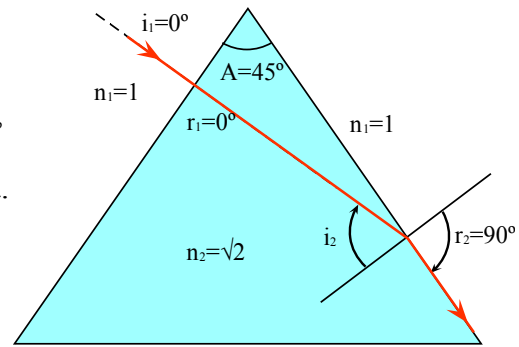
Cuestión 3.-

a) Falso. La segunda ley de la reflexión de Snell indica que el ángulo de reflexión siempre es igual al ángulo incidente.

b) Falso. La segunda ley de la refracción de Snell indica que los ángulos están relacionados matemáticamente según la ecuación $\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2$. Por lo tanto los ángulos coincidirán sólo en dos casos: $n_1=n_2$, y $\theta_1=\theta_2=0^\circ$ independientemente de los índices de refracción.

c) Verdadero. Es lo que indica la primera ley de la reflexión y la primera ley de la refracción de Snell.

d) Falso. No se producirá reflexión total para cualquier ángulo. La reflexión total implica que el ángulo del rayo refractado es mayor de 90° , luego comprobamos la existencia de un ángulo límite



en el que el ángulo del rayo refractado sea 90° en el caso de que la incidencia sea del medio 1 hacia medio 2 y $n_1 > n_2$, utilizando la segunda ley de Snell de la refracción.

$$\frac{\text{sen } \theta_{\text{limite}}}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \theta_{\text{limite}} = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \text{ Si } n_1 > n_2, \text{ el cociente es menor que 1 y el ángulo sí existe,}$$

pero habrá ángulos de incidencia menores al ángulo límite que no producirán reflexión total.

2007-Modelo

Cuestión 5.-

Este ejercicio, que no tiene apartados, mezcla aspectos de “física moderna” (energía cuantizada de un fotón) con aspectos de “óptica física” (índice de refracción y longitud de onda en medio distinto del vacío), pero que tratamos por separado de acuerdo a la agrupación de bloques de ejercicios: aquí resolvemos la parte final de óptica física:

La frecuencia de la radiación depende del foco emisor, en este caso de la energía en el salto electrónico, no del medio, por lo que es igual en el agua. Utilizando el valor de frecuencia calculado anteriormente con consideraciones de cuantización de energía.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda f} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{n f} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33 \cdot 4,83 \cdot 10^{14}} = 4,67 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 467 \text{ nm}$$

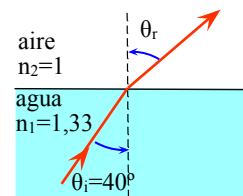
2006-Septiembre

Cuestión 4.-

Incluimos los esquemas gráficos solicitados en la explicación de ambos apartados.

a) Utilizamos la segunda ley de la refracción de Snell, siendo medio 1 el agua y 2 el aire, para el que consideramos índice de refracción igual a 1.

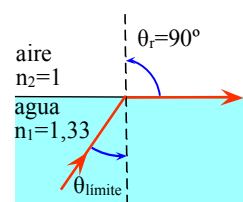
$$\text{sen}(\theta_i) n_1 = \text{sen}(\theta_r) n_2; \theta_r = \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}(40^\circ) \cdot 1,33}{1}\right) = 58,75^\circ$$



b) Si el rayo de luz no sale del agua es porque se produce reflexión total ya que el ángulo del rayo refractado es mayor de 90° , comprobamos cual es el ángulo límite en el que el ángulo del rayo refractado es de 90° .

$$\text{sen } \theta_{\text{limite}} n_1 = \text{sen } 90^\circ n_2$$

$$\theta_{\text{limite}} = \text{arcsen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \text{arcsen}\left(\frac{1}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$



2006-Junio

A. Problema 2.-

a) Utilizamos la segunda ley de Snell de la refracción. El ángulo refractado podemos deducir que es 30° , ya que en el triángulo isósceles formado por el vértice del prisma, el punto de incidencia I_1 , y el punto por el que emerge el rayo I_2 , los dos ángulos inferiores tiene que sumar 120° para que todos sumen 180° , de modo que es un triángulo equilátero, y el ángulo refractado es $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

$$\text{sen}(i_1) n_1 = \text{sen}(r_2) n_2$$

$$n_2 = \frac{\text{sen}(41,3^\circ) \cdot 1}{\text{sen}(30)} = 1,32$$

b) Incluimos un esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma.

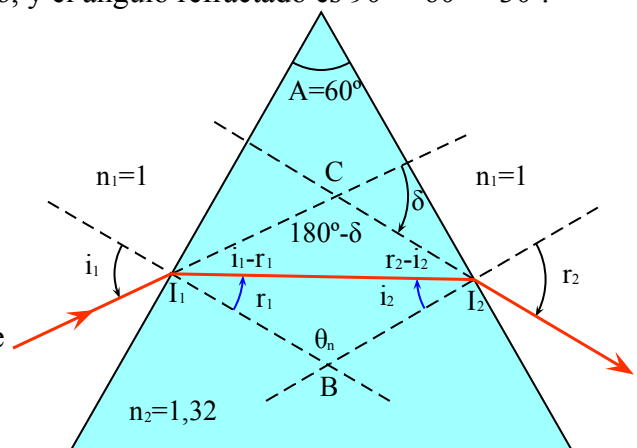
Nombramos los ángulos como i_1, r_1, i_2, r_2 , aunque en otras representaciones de utiliza la letra θ o la letra e para el ángulo de emergencia.

c) Se nos pide la desviación, que es la diferencia de ángulo entre rayo incidente y emergente. Se puede razonar que *Desviación* $\delta = i_1 + r_2 - A$ ya que:

-El ángulo θ_n que forman las dos normales en I_1 e I_2

es de $180^\circ - A$, ya que en el cuadrilátero formado por A, I_1, I_2 y B , hay dos ángulos de 90° .

-En el triángulo formado por I_1, I_2 y B , se deduce que $r_1 + i_2 + \theta_n = 180$, luego $r_1 + i_2 = A$



-En el triángulo formado por I_1 , I_2 y C , se deduce que $(i_1-r_1) + (r_2-i_2) + 180 - \delta = 180$.

Operando

$$\text{Desviación } \delta = 41,3^\circ + 41,3^\circ - 60^\circ = 22,6^\circ$$

d) La frecuencia de la radiación depende del foco emisor, no del medio, por lo que es igual dentro y fuera del prisma.

La longitud de onda sí que varía en el prisma, ya que la velocidad de propagación sí que varía con el medio, y como $v = \lambda f$, tendremos que, manteniéndose la frecuencia, con el cambio de medio se tiene distintas velocidades de propagación y longitudes de onda.

$$\text{Se puede razonar que } n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 f_0}{\lambda f_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

2005-Septiembre

Cuestión 4.-

a) Como el triángulo es isósceles, los dos ángulos opuestos al vértice A son de 45° . La reflexión total en la cara BC se produce si el ángulo refractado “emergente” del prisma es superior a 90° . Llamamos medio 1 al aire, para el que asumimos $n_1=1$, y medio 2 al prisma. El ángulo real de incidencia en la cara BC desde el medio 2 al 1 es de 45° , ya que en la cara AB el ángulo del rayo reflejado es igual al rayo refractado al ser el ángulo 0° . Podemos hacerlo de dos maneras:

A. Calcular el ángulo de incidencia límite desde el prisma, y compararlo con el real

$$\frac{\text{sen } \theta_{\text{límite}}}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arcsen\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8^\circ$$

Como el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite, sí se producirá reflexión total.

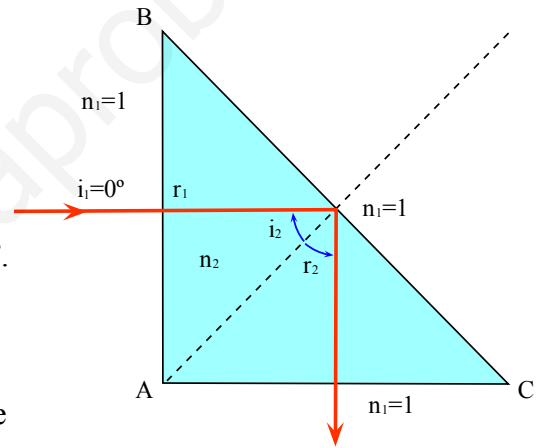
B. Calcular directamente el ángulo refractado “emergente”.

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_1$$

$$r_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(45^\circ) \cdot 1,5}{1}\right) = \arcsen(1,06) \Rightarrow \text{No existe } r_2$$

Como el ángulo refractado emergente no existe, se produce reflexión total.

b) En el esquema representamos la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma: el rayo regresa de la cara BC al prisma con un ángulo de 45° respecto a la superficie BC (reflexión total implica que ángulo incidente es igual a ángulo reflejado), por lo que emergerá por la cara AC formando 0° con la normal.



2005-Junio

Cuestión 4.-

a) Se trata de una situación de “láminas planas y paralelas”, de la que hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso.

Hay dos refracciones: la del paso de vacío (n_1) a la lámina (n_2)

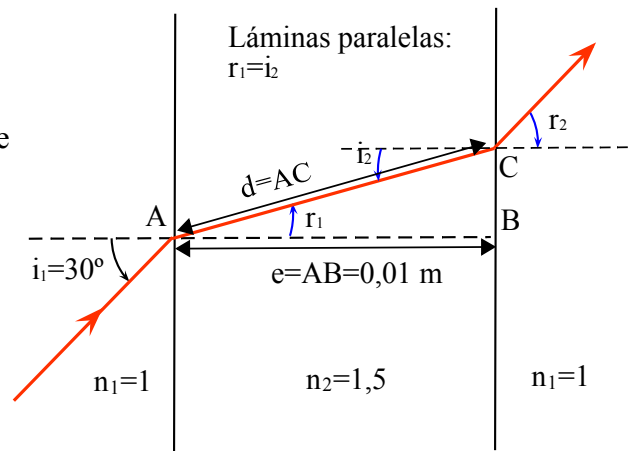
$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(r_1)n_2$$

$$r_1 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{1,5}\right) = 19,47^\circ$$

La del paso de la lámina (n_2) de nuevo al vacío (n_1). Al ser láminas paralelas, el ángulo de

incidencia desde la lámina es igual al ángulo refractado de paso a la lámina.

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_1 \Rightarrow r_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(19,47^\circ) \cdot 1,5}{1}\right) = 30^\circ$$



El rayo emerge de la lámina paralela con un ángulo respecto a la normal igual al ángulo de incidencia.

b) Según el diagrama, llamando e al espesor,

$$\frac{e}{d} = \cos(r_1) \Rightarrow d = \frac{e}{\cos(r_1)} = \frac{10^{-2}}{\cos(19,47^\circ)} = 1,06 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

2005-Modelo

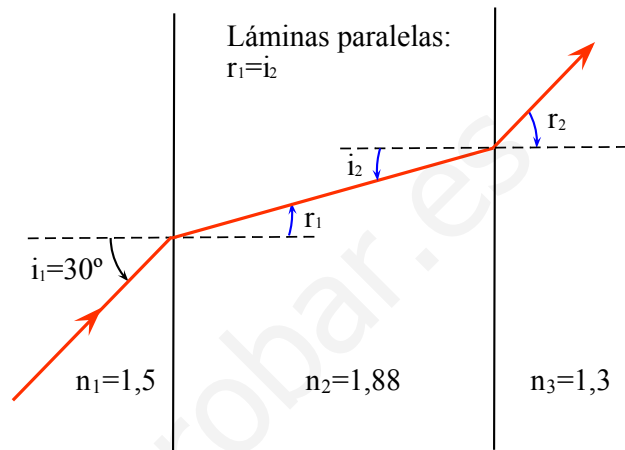
B. Problema 1.

a) Utilizamos la segunda ley de Snell de la refracción para averiguar el índice de refracción del segundo medio

$$\begin{aligned} \text{sen}(i_1)n_1 &= \text{sen}(r_1)n_2 \\ n_2 &= \frac{\text{sen}(30^\circ)1,5}{\text{sen}(23,5^\circ)} = 1,88 \end{aligned}$$

La frecuencia de la radiación depende del foco emisor, no del medio, por lo que es igual dentro y fuera del prisma. Se puede razonar que

$$\begin{aligned} n &= \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0 f_0}{\lambda f_0} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{c}{f n} \\ \lambda &= \frac{3 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14} \cdot 1,88} = 2,66 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 266 \text{ nm} \end{aligned}$$



b) Se puede ver como un caso de láminas paralelas:

el ángulo de incidencia desde medio 2 ("lámina central") hacia medio 3 es igual al ángulo refractado de paso desde medio 1 a medio 2 ("lámina central"), $r_1 = i_2$.

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_3 \Rightarrow r_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(23,5^\circ) \cdot 1,88}{1,3}\right) = 35,22^\circ$$

2004-Septiembre

Cuestión 3.-

a) Ángulo límite o crítico es el ángulo de incidencia al que le corresponde ángulo de refracción de 90°

$$90^\circ \frac{\text{sen} \theta_{\text{limite}}}{\text{sen} 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \theta_{\text{limite}} = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \text{Sólo existe si } n_2 < n_1$$

b) Consideramos que el aire tiene índice de refracción 1. $\frac{\text{sen} \theta_{\text{limite}}}{\text{sen} 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow n_1 = \frac{1 \cdot 1}{\text{sen}(60^\circ)} = 1,15$

La velocidad de la luz en dicho medio será $n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,15} = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

2004-Junio

B. Problema 2.-

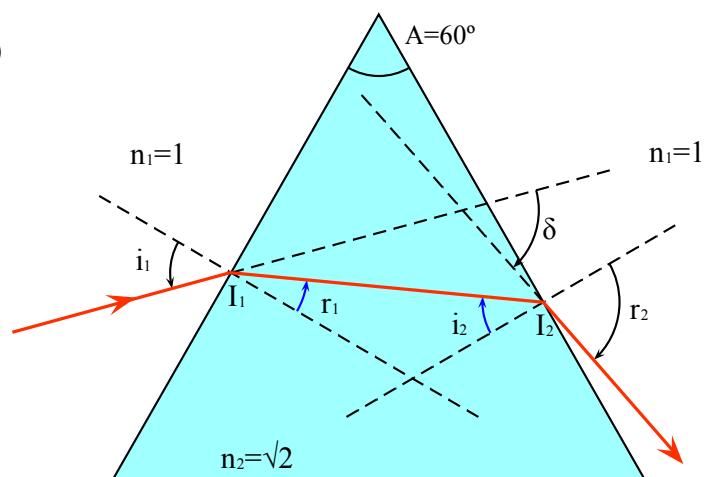
a) Hay dos refracciones: la paso de aire ($n_1=1$) al vidrio (n_2), y su paso del vidrio al aire ($n_1=1$), y las superficies de cada uno de los cambios de medio forman el ángulo 60° del prisma.

Para el prisma hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso.

$$\begin{aligned} \text{sen}(i_1)n_1 &= \text{sen}(r_1)n_2 \\ \text{sen}(r_1) &= \frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Ángulo refractado entrada en vidrio:

$$r_1 = \arcsen\left(\frac{0,5}{\sqrt{2}}\right) = 20,7^\circ$$





Este ángulo es el que forma con la normal a la cara de entrada, pero queremos saber el ángulo de incidencia en la cara de salida. En el diagrama podemos razonar que forman un triángulo el vértice del prisma, el punto de incidencia I_1 , y el punto por el que “emerge” el rayo I_2 , por lo que los ángulos del triángulo sumarán 180° . Lo planteamos como ecuación teniendo en cuenta que los ángulos de incidencia se miden respecto a la normal:

$$(90 - r_1) + 60 + (90 - i_2) = 180 \Rightarrow i_2 = -180 + 90 - 20,7 + 60 + 90 = 39,3^\circ$$

Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_1 \Rightarrow \text{sen}(r_2) = \frac{\text{sen}(39,3^\circ) \cdot \sqrt{2}}{1}$$

Ángulo refractado salida de vidrio: $r_2 = \arcsen(0,896) = 63,64^\circ$

b) Volvemos a plantear las dos refracciones, siendo en el segundo caso el cálculo del ángulo límite

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_1 \Rightarrow \text{sen}(i_2) = \frac{\text{sen}(90^\circ) \cdot 1}{\sqrt{2}}$$

Ángulo incidencia salida de vidrio: $i_2 = \theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 45^\circ$

Hacemos el mismo planteamiento geométrico

$$(90 - r_1) + 60 + (90 - i_2) = 180 \Rightarrow r_1 = -180 + 90 - 45 + 60 + 90 = 15^\circ$$

$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(r_1)n_2 \Rightarrow \text{sen}(i_1) = \frac{\text{sen}(15^\circ) \cdot \sqrt{2}}{1}$$

Ángulo incidencia entrada en vidrio: $i_1 = \arcsen(0,366) = 21,47^\circ$

2003-Junio

Cuestión 4.-

a) Según la segunda ley de Snell de la reflexión, el ángulo reflejado es igual al incidente, por lo que ambos rayos reflejados lo harán con 30° respecto a la normal y formarán entre ellos un ángulo de 0° .

b) Utilizando la segunda ley de Snell de la refracción, y considerando el índice de refracción del aire igual a 1 para ambas longitudes de onda. (Tomamos medio 1 de entrada el aire, y medio 2 el vidrio)

$$\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2$$

$$\theta_{2AZUL} = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{1,55}\right) = 18,82^\circ$$

$$\theta_{2ROJO} = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{1,40}\right) = 20,92^\circ$$

El ángulo que forman entre ellos es $20,92 - 18,82 = 2,1^\circ$

2003-Modelo

Cuestión 3.-

a) En una situación real se producen dos fenómenos: reflexión y refracción. Como enunciado indica solamente un fenómeno, sobreentendemos que hace referencia a la refracción.

Leyes de Snell de la refracción:

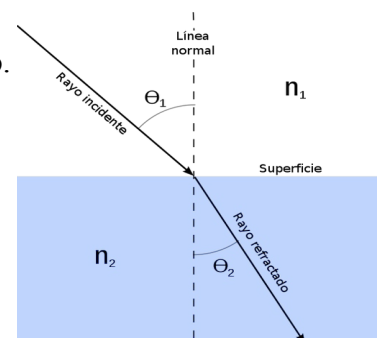
- 1ª Rayo incidente, normal y rayo refractado en el mismo plano.
- 2ª $\frac{\text{sen}(\theta_1)}{\text{sen}(\theta_2)} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$; $\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2$

El rayo incidente va desde el medio 1 al medio 2 donde sale refractado.

b) La velocidad de propagación sí varía con el medio: la velocidad de propagación de la luz en un medio es constante, c para el vacío, y no depende de la frecuencia. La luz es una onda electromagnética, y la velocidad de propagación de una onda sólo depende del medio.

La frecuencia no varía con el medio, ya que sólo depende de la fuente.

La longitud de onda sí varía con el medio, ya que es el cociente entre velocidad de propagación



Refracción, Josell7, Wikipedia (CC-by-sa)



(que sí varía con el medio) y frecuencia (que no varía).

2002-Septiembre

Cuestión 3.-

a) Falso. Cualitativamente podemos decir que está pasando de un medio 1 a un medio 2 menos refringente, luego el ángulo del rayo en el segundo medio se alejará de la normal, y el ángulo refractado será mayor que el incidente.

Matemáticamente, utilizando la segunda ley de refracción de Snell

$$\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2 \Rightarrow \frac{\text{sen}(\theta_2)}{\text{sen}(\theta_1)} = \frac{n_1}{n_2} > 1 \text{ luego } \text{sen}(\theta_2) > \text{sen}(\theta_1)$$

Considerando ángulos entre 0 y 90° , el seno es una función creciente y $\theta_2 > \theta_1$

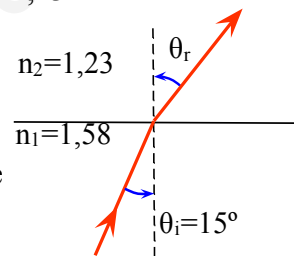
b) Falso. Para que se produzca reflexión total tiene que existir un ángulo límite a partir del cual el ángulo refractado forma 90° $\frac{\text{sen } \theta_{\text{limite}}}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \theta_{\text{limite}} = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ Sólo existe si $n_2 < n_1$

2001-Junio

Cuestión 4.-

a) $\text{sen}(\theta_1)n_1 = \text{sen}(\theta_2)n_2 \Rightarrow \text{sen}(15^\circ) \cdot 1,58 = \text{sen}(\theta_2) \cdot 1,23 \Rightarrow \theta_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(15^\circ) \cdot 1,58}{1,23}\right) = 19,4^\circ$

El dibujo esquemático es el siguiente, donde sin mostrar ángulos exactos sí se ve que el ángulo refractado es mayor que el incidente



b) La reflexión total es el fenómeno en el que la luz, al pasar de un medio a otro con menor índice de refracción, el rayo no sale refractado en el segundo medio sino que regresa al medio inicial. Existe un ángulo límite o crítico que es el ángulo de incidencia para el que el rayo refractado forma 90° con la normal, y para ángulos de incidencia mayores se produce reflexión total.

Para que se produzca la luz tiene que pasar de un medio a otro más refringente, y el ángulo ser mayor que el ángulo crítico, cuyo valor se obtiene a partir de las diferencias de los índices de refracción.

$$\text{sen}(\theta_i)n_i = \text{sen}(90^\circ)n_e \Rightarrow \theta_i = \arcsen\left(\frac{n_e}{n_i}\right)$$

Solamente existe si $n_e < n_i$

En este caso $\theta_{\text{limite}} = \arcsen\left(\frac{1,23}{1,58}\right) = 51,12^\circ$

2000-Septiembre

Cuestión 4.-

a) Se trata de una situación de "láminas planas y paralelas", de la que hay expresiones de uso directo, pero razonamos mediante un diagrama este caso. Hay dos refracciones: la del paso de aire (n_1) al vidrio (n_2)

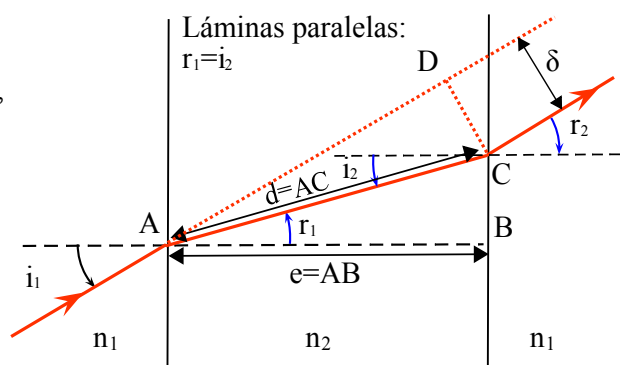
$$\text{sen}(i_1)n_1 = \text{sen}(r_1)n_2$$

$$r_1 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(30^\circ) \cdot 1}{3/2}\right) = 19,47^\circ$$

Como el medio a ambos lados de la lámina es el mismo y las caras son paralelas, la refracción del paso del vidrio (n_2) de nuevo al aire (n_1) hace que el ángulo de emergencia del cristal (el ángulo de refractado de la segunda refracción) sea el mismo que el de la primera incidencia.

$$\text{sen}(i_2)n_2 = \text{sen}(r_2)n_1 \Rightarrow r_2 = \arcsen\left(\frac{\text{sen}(19,47^\circ) \cdot 3/2}{1}\right) = 30^\circ$$

b) Con el diagrama podemos razonar que la distancia recorrida $d=AC$ (si A es el punto de emergencia de la lámina) es $AC=AB/\cos(i_2)=0,02 \cdot \cos(19,47^\circ)=0,0212$ m



El desplazamiento lateral sería $\delta=DC=AC \cdot \sin(i_1-r_1)=0,0212 \cdot \sin(30-19,47^\circ)=0,00387 \text{ m}$

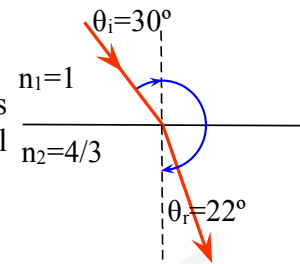
2000-Junio

Cuestión 4.-

a) El ángulo del rayo refractado, según la ley de Snell de la refracción, y tomando el índice de refracción del aire como $n=1$

$$\sin(30^\circ) \cdot 1 = \sin(\theta_r) \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow \theta_r = \arcsen\left(\sin(30^\circ) \cdot \frac{3}{4}\right) = 22^\circ$$

El ángulo que formarán el ángulo reflejado y refractado será, como ambos ángulos se miden respecto a la normal, y como se puede comprobar con el diagrama $(180^\circ - 30^\circ) - 22^\circ = 128^\circ$



b) $\sin(\theta_i) \cdot \frac{4}{3} = \sin(90^\circ) \cdot 1 \Rightarrow \theta_{\text{límite}} = \arcsen\left(\frac{3}{4}\right) = 48,6^\circ$

2000-Modelo

A. Problema 2.-

a) Utilizamos la segunda ley de refracción de Snell para cada longitud de onda, asumiendo índice de refracción $n=1$ para el aire.

$$\sin(\theta_{i1}) n_1 = \sin(\theta_{r1}) n_2$$

$$\theta_{r1 \text{ rojo}} = \arcsen\left(\frac{\sin(30^\circ) \cdot 1}{1,612}\right) = 18,07^\circ; \theta_{r1 \text{ azul}} = \arcsen\left(\frac{\sin(30^\circ) \cdot 1}{1,671}\right) = 17,41^\circ$$

En el enunciado que pide el ángulo que forman entre sí, luego restamos ambos ángulos: $\theta_{\text{formado entre rojo y azul}} = 18,07 - 17,41 = 0,66^\circ$

b) La frecuencia no depende del medio, sólo de la fuente, por lo que en el medio varía velocidad y longitud de onda, pero tendrá la misma frecuencia. Como $c=\lambda \cdot f$, primero calculamos la frecuencia de cada radiación, que es su valor fuera y dentro del vidrio.

$$f_{\text{rojo}} = c / \lambda_{\text{rojo vacío}} = 3 \cdot 10^8 / 656,3 \cdot 10^{-9} = 4,571 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$f_{\text{azul}} = c / \lambda_{\text{azul vacío}} = 3 \cdot 10^8 / 486,1 \cdot 10^{-9} = 6,172 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Respecto a la longitud de onda en el vidrio, $v_{\text{vidrio}} = \lambda_{\text{vidrio}} \cdot f$, y según la definición de índice de refracción, $n_{\text{vidrio}} = c / v_{\text{vidrio}}$, luego $\lambda_{\text{vidrio}} = c / (n_{\text{vidrio}} \cdot f)$

$$\lambda_{\text{rojo vidrio}} = c / (n_{\text{rojo}} \cdot f_{\text{rojo}}) = 3 \cdot 10^8 / (1,612 \cdot 4,571 \cdot 10^{14}) = 4,071 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 407,1 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{azul vidrio}} = c / (n_{\text{azul}} \cdot f_{\text{azul}}) = 3 \cdot 10^8 / (1,671 \cdot 6,172 \cdot 10^{14}) = 2,909 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 290,9 \text{ nm}$$

