Examen de Física (PAU Junio 2014)

Opción A

Pregunta 1

El planeta A tiene tres veces más masa que el planeta B y cuatro veces su radio. Obtenga:

a) La relación entre las velocidades de escape desde las superficies de ambos planetas.
b) La relación entre las aceleraciones gravitatorias en las superficies de ambos planetas.

Solución

a)

$$\frac{v_{eA}}{v_{eB}}=\frac{\sqrt{\frac{2GM_A}{R_A}}}{\sqrt{\frac{2GM_B}{R_B}}}=\sqrt{\frac{M_A}{M_B}\frac{R_B}{R_A}}=\sqrt{3\cdot\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=0.866$$

b)

$$\frac{g_A}{g_B}=\frac{\frac{GM_A}{R_A^2}}{\frac{GM_B}{R_B^2}}=\frac{M_A}{M_B}\frac{R_B^2}{R_A^2}=3\cdot\frac{1}{4^2}=\frac{3}{16}$$

Pregunta 2

Un muelle de longitud en reposo 25 cm cuya constante elástica es $k=0.2\,N\,cm^{-1}$ tiene uno de sus extremos fijos a una pared. El extremo libre del muelle se encuentra unido a un cuerpo de masa 300 g, el cual oscila sin rozamiento sobre una superficie horizontal, siendo su energía mecánica igual a 0.3 J. Calcule:

a) La velocidad máxima del cuerpo. Indique en qué posición, medida con respecto al extremo fijo del muelle, se alcanza dicha velocidad.
b) La máxima aceleración experimentada por el cuerpo.

Solución:

a)

$$E_{cmáx}=\frac{1}{2}m\,v_{max}^2=E_m$$

$$v_{max}=\sqrt{\frac{2E_m}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0.3\,J}{0.3\,kg}}=\sqrt{2}\,m/s=\mathbf{1{,}414\,m/s}$$

$$E_{cmáx}\Rightarrow E_p=0\Rightarrow x=0$$

$$d=\mathbf{25\,cm}$$

b) $a_{max}=\frac{K}{m}A=\frac{1}{m}\sqrt{2KE_m}=\frac{1}{0{,}3\,kg}\sqrt{2\cdot 20\,N/m\cdot 0{,}3\,J}=11{,}55\,m/s^2$

Pregunta 3

Una espira circular de 2 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme *B=3,6 T* paralelo al eje Z. Inicialmente la espira se encuentra contenida en el plano XY. En el

www.yoquieroaprobar.es

instante t = 0 la espira empieza a rotar en torno a un eje diametral con una velocidad angular constante $\omega = 6\, rad\, s^{-1}$.

a) Si la resistencia total de la espira es de 3 Ω, determine la máxima corriente inducida en la espira e indique para qué orientación de la espira se alcanza.
b) Obtenga el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t = 3 s.

Solución:

a)

$$I_{max} = \frac{\epsilon_{max}}{R}$$

$$\Phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{S} = B\, S \cos \omega\, t \Rightarrow \epsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = B\, S\, \omega\, sen\, \omega\, t$$

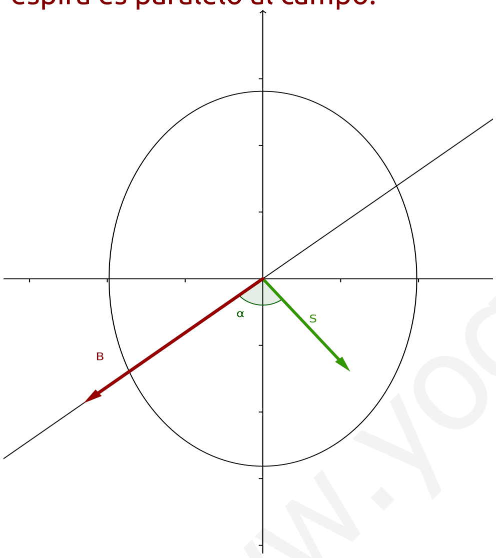
$$\epsilon_{max} = B\, S\, \omega = 3{,}6\, T \cdot \pi\, 0{,}02^2 m^2 \cdot 6\, rad\, s^{-1} = 2{,}714 \cdot 10^{-2} V$$

$$I_{max} = \frac{2{,}714 \cdot 10^{-2} V}{3\, \Omega} = 9{,}048\, mA$$

El valor máximo de la corriente se alcanza en el mismo instante en el que se alcanza el valor máximo de la fuerza electromotriz:

$$\epsilon(t) = \epsilon_{max} \Leftrightarrow sen\, \omega\, t = 1 \Leftrightarrow \alpha = \omega t = \pm \frac{\pi}{2}$$

Es decir cuando el vector superficie y el campo son perpendiculares, o cuando el plano de la espira es paralelo al campo.



b)

$$\epsilon(t) = B\, S\, \omega\, sen\, \omega\, t$$

$$\epsilon(3) = 2{,}714 \cdot 10^{-2} V\, sen(6 \cdot 3) = -2{,}038 \cdot 10^{-2} V$$

Pregunta 4

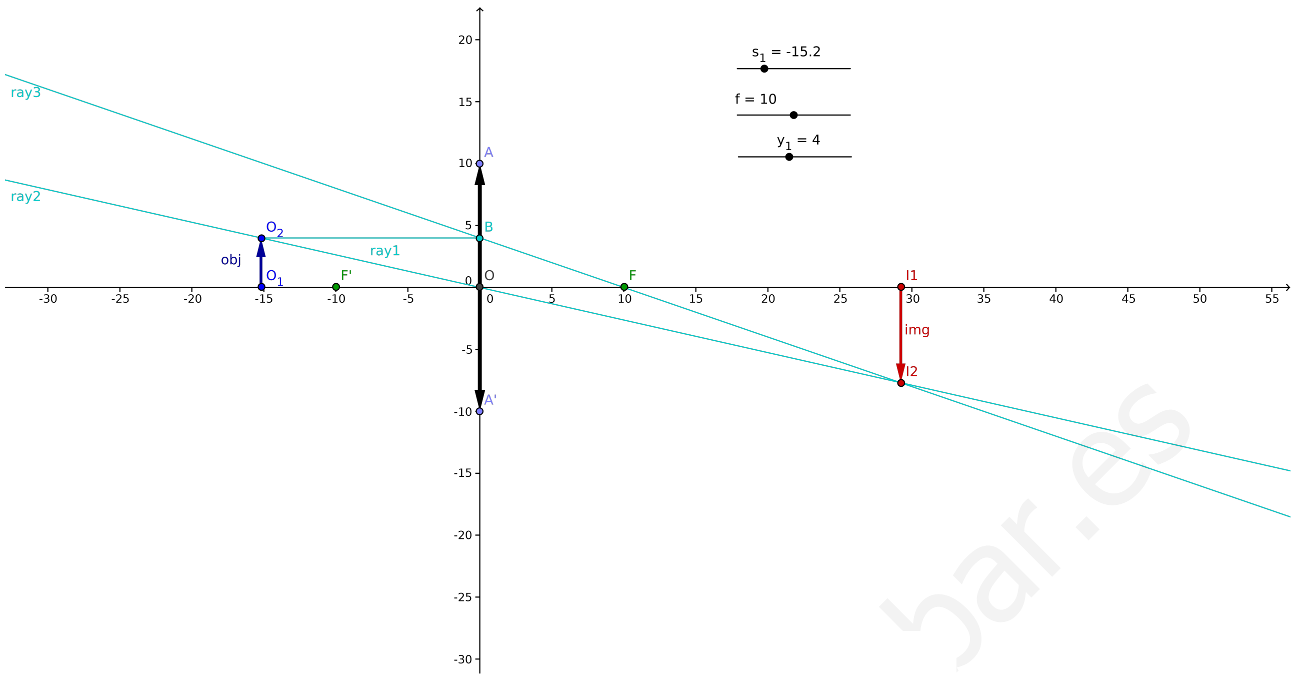
Determine, basándose ene el trazado de rayos, dónde hay que ubicar un objeto con respecto a una lente convergente para que:

a) La imagen formada sea real e invertida.
b) La imagen formada sea virtual y derecha.

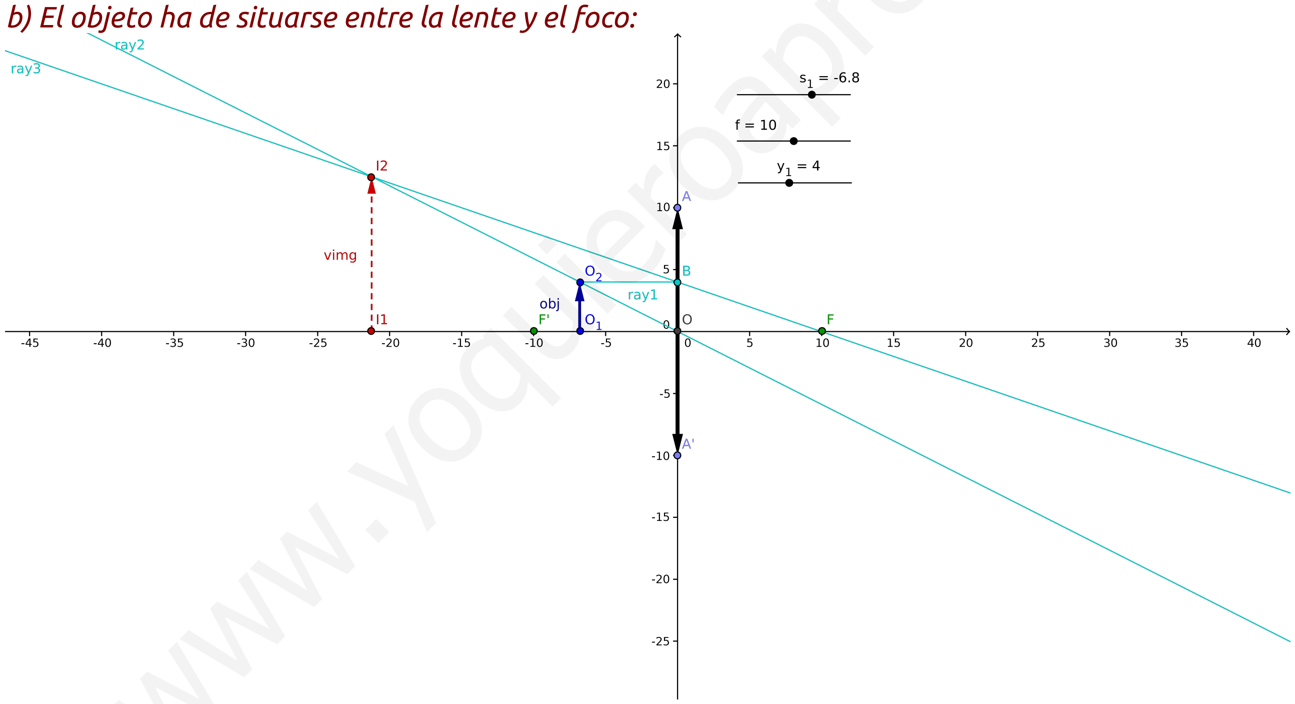
Solución:

a) El objeto ha de situarse más allá del foco.

www.yoquieroaprobar.es



b) El objeto ha de situarse entre la lente y el foco:



www.yoquieroaprobar.es

Pregunta 5

Sobre un cierto metal cuya función de trabajo (trabajo de extracción) es 1,3 eV incide un haz de luz cuya longitud de onda es 662 nm. Calcule:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) La longitud de onda de De Broglie de los electrones emitidos con la máxima energía cinética posible.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío, $c=3 \cdot 10^{8}$ m/s; Masa del electrón, $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; Constante de Planck, $h=6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J s ; Valor absoluto de la carga del electrón, $e= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Solución:

a)

$$E_{cmax}=h\cdot f-W_0=6{,}62\cdot 10^{-34}\,J\,s\,\frac{3\cdot 10^8\,m/s}{662\cdot 10^{-9}\,m}-1{,}3\,eV\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,J=9.2\cdot 10^{-20}\,J$$

b)

$$\lambda_{dB}=\frac{h}{m\,v}=\frac{h}{m\sqrt{2\frac{E_{cmax}}{m}}}=\frac{h}{\sqrt{2\,m\,E_{cmax}}}=\frac{6{,}62\cdot 10^{-34}\,J\,s}{\sqrt{2\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\,kg\cdot 9.2\cdot 10^{-20}\,J}}=1{,}618\cdot 10^{-9}\,m$$

Opción B

Pregunta 1

Un cohete de masa 2 kg se lanza verticalmente desde la superficie terrestre de tal manera que alcanza una altura máxima, con respecto a la superficie terrestre, de 500km. Despreciando el rozamiento con el aire, calcule:

a) La velocidad del cuerpo en el momento del lanzamiento. Compárela con la velocidad de escape desde la superficie terrestre.

b) La distancia a la que se encuentra el cohete, con respecto al centro de la Tierra, cuando su velocidad se ha reducido en un 10% con respecto a su velocidad de lanzamiento.

Datos: G = 6,67 · 10^{-11} N· m^2· kg^{-2}; M_T = 5,97 · 10^{24} kg; R_T = 6,37 · 10^6 m;

Solución:

a)

$$E_{mA}=E_{mB};$$

$$v_B=0\Rightarrow E_{cB}=0;$$

$$\frac{1}{2}m\,v_A^2-\frac{GM_T m}{R_T}=\frac{-GM_T m}{R_T+h};$$

$$v_A=\sqrt{2G\,M_T\left(\frac{1}{R_T}-\frac{1}{R_T+h}\right)}=\mathbf{3019\,m/s}$$

$$v_e=\sqrt{\frac{2\,G\,M_T}{R_T}}=11181\,m/s\Rightarrow\frac{v_A}{v_e}=0{,}27$$

b)

$$v_B=0\Rightarrow E_{cB}=0;$$

$$v_C=0{,}9\,v_A$$

$$E_{mB}=E_{mC};$$

$$\frac{-GM_T m}{R_T+h}=\frac{1}{2}m\,0{,}9^2 v_A^2-\frac{GM_T m}{R_C}\Rightarrow-\frac{GM_T}{R_T+h}=\frac{1}{2}0{,}9^2 v_A^2-\frac{GM_T}{R_C}$$

$$R_C=\frac{GM_T}{\frac{GM_T}{R_T+h}+\frac{1}{2}0{,}9^2 v_A^2}=\frac{1}{\frac{1}{R_T+h}+0{,}9^2\frac{v_A^2}{2G\,M_T}}=6{,}459\cdot 10^6\,m$$

Pregunta 2

Una onda armónica transversal se propaga por un medio elástico a lo largo del eje X (sentido positivo) produciendo un desplazamiento en las partículas del medio a lo largo del eje Y. La velocidad de propagación de la onda es de 30 m s^{-1} siendo su longitud de onda igual a 3 m. En el instante t = 0 s el desplazamiento inducido por la onda en el origen de coordenadas es nulo,

www.yoquieroaprobar.es

siendo la velocidad de vibración positiva. Si el desplazamiento máximo inducido por la onda es igual a 0,2m:

a) Escriba la expresión matemática que describe la onda.
b) Determine la máxima velocidad y aceleración de una partícula del medio.

Solución:

a)

$$f=\frac{v}{\lambda}=10\,Hz$$

$$k=2\frac{\pi}{\lambda}=\frac{2\pi}{3}\,rad/m$$

$$y(0,0)=0 \Rightarrow A\,sen\,\varphi_0=0 \Rightarrow \varphi_0=\begin{cases} 0\,rad \\ \cancel{\pi\,rad}\,(ya\,que \quad v(0,0)>0) \end{cases}$$

$$y(x,t)=A\,sen(\omega t-k\,x+\varphi_0)$$

$$y(x,t)=0{,}002\,sen(20\,\pi t-\frac{2\pi}{3}x)$$

b)Son las de un MAS:

$$v_{max}=A\,\omega=0{,}002\,m \quad 20\pi\,rad/s=0{,}04\pi\,m/s=0{,}1257\,m/s$$

$$a_{max}=A\,\omega^2=0{,}002\,m \quad (20\pi\,rad/s)^2=7{,}896\,m/s^2$$

Pregunta 3

Un electrón se propaga en el plano XY con velocidad v_0 constante de 100 m s^{-1}en el sentido negativo del eje X. Cuando el electrón cruza el plano x = 0 se adentra en una región del espacio donde existe un campo eléctrico uniforme de $8\cdot10^{-9}$ N C^{-1}en el sentido negativo del eje X, tal y como se indica en la figura.

a) Describa el tipo de movimiento que seguirá el electrón una vez se haya introducido en esa región del espacio. Discuta cual será la velocidad final del electrón.
b) Calcule la fuerza ejercida sobre el electrón así como la aceleración que éste experimenta.

Datos: Masa del electrón, m_e = 9,1 · 10^{-31} kg; Valor absoluto de la carga del electrón, e= 1,6 · 10^{-19} C.

Solución:

a)

$$\vec{E}=CTE. \Rightarrow \vec{F}=q\,\vec{E}=CTE. \Rightarrow \vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}=CTE.$$

Al ser el campo uniforme el electrón experimentará una fuerza constante y por tanto describirá un MRUA en el eje X. En particular, y puesto que su carga es negativa, el electrón experimentará una aceleración constante hacia las X positivas. Por tanto, el electrón frenará hasta detenerse y posteriormente retrocederá hasta alcanzar la velocidad inicial pero en sentido contrario. Esto último puede justificarse porque el campo eléctrico es conservativo y como el punto de entrada (llamémosle A) es el mismo que el de salida (llamémosle B):

$$E_{mA}=E_{cA}+E_{pA}$$

$$E_{mB}=E_{cB}+E_{pB}$$

$$E_{pA}=E_{pB} \Rightarrow E_{cA}=E_{cB} \Rightarrow v_A=v_B$$

$$\vec{v}_f=-\vec{v}_0$$

b)

$$\vec{F}=q\,\vec{E}=(-1{,}6\cdot10^{-19}C)(-8\cdot10^{-9}\vec{i})=1{,}28\cdot10^{-27}\vec{i}\,N$$

$$\vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}=\frac{-1{,}6\cdot10^{-19}C}{9{,}1\cdot10^{-31}kg}(-8\cdot10^{-9}\vec{i})=1406{,}6\,\vec{i}\,m/s$$

www.yoquieroaprobar.es

Pregunta 4

Un objeto de 5 cm de altura se encuentra a una distancia *s* de una lente convergente. La lente forma una imagen real e invertida del objeto. El tamaño de la imagen es de 10 cm. La distancia focal de la lente es 10 cm.

a) Determine la distancia a la cual se encuentra el objeto de la lente.
b) Realice el diagrama de rayos del sistema.

Solución:

a)

$$y_1 = 5\,cm$$

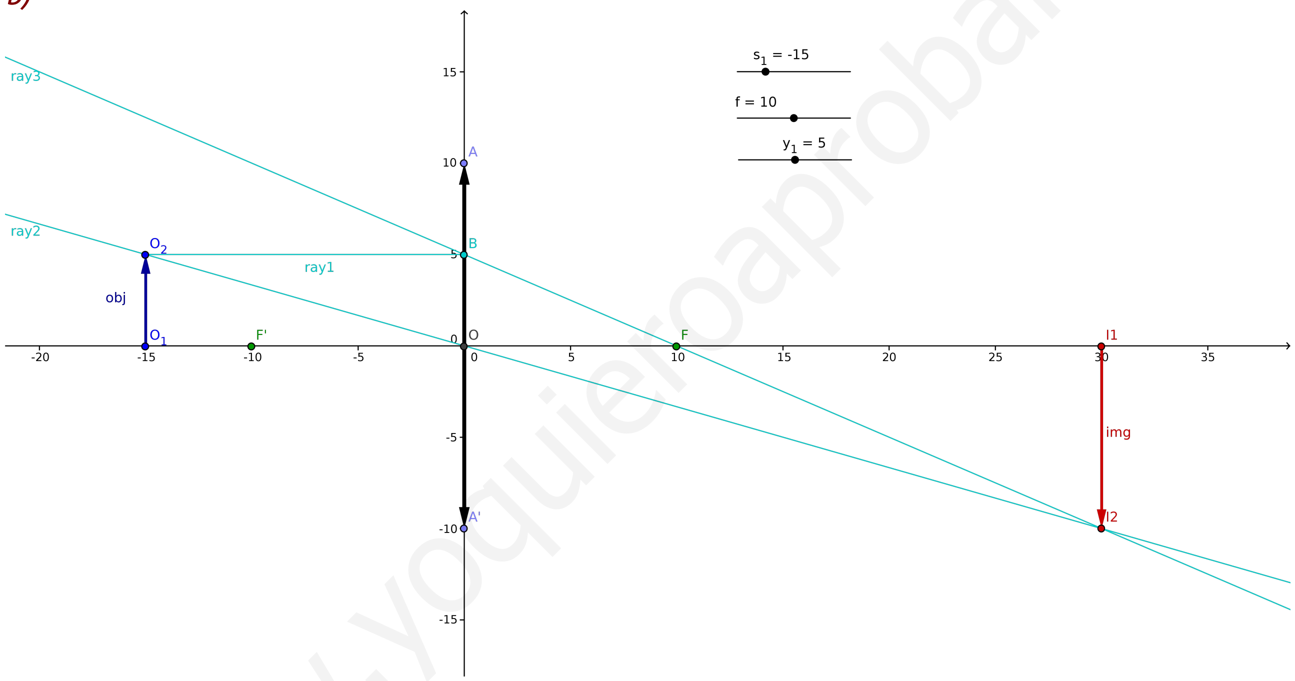
$$y_2 = -10\,cm$$

$$A_L = \frac{y_2}{y_1} = \frac{s_2}{s_1} \Rightarrow s_2 = -2 s_1$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s_2} - \frac{1}{s_1} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{-2 s_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{s_1}\left(\frac{-1}{2} - 1\right)$$

$$s_1 = \frac{-3}{2} \cdot 10\,cm = -15\,cm$$

b)



Pregunta 5

Una cierta muestra contiene inicialmente 87000 núcleos radiactivos. Tras 22 días, el número de núcleos radiactivos se ha reducido a la quinta parte. Calcule:

a) La vida media y el periodo de semidesintegración de la especie radioactiva que constituye la muestra.
b) La actividad radioactiva (en desintegraciones por segundo) en el instante inicial y a los 22 días.

Solución:

a)

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{5} = e^{-\lambda \cdot 22\,días} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 5}{22} = 0{,}07316\,días^{-1} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = 13{,}67\,días$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 9{,}475\,días$$

b)

$$A = \frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = 0{,}07316\,dias^{-1}\,87000\,Nucleos = 6365\,Nucleos/día = 0{,}07366\,Bq$$

$$A(22) = 0{,}07366 \cdot e^{-0{,}07316 \cdot 22}\,Bq = 0{,}01473\,Bq$$

www.yoquieroaprobar.es