FÍSICA
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA JULIO 2018/2019
OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)

Los satélites LAGEOS son una serie de satélites diseñados para proporcionar órbitas de referencia para estudios geodinámicos de la Tierra. Consiste en un cuerpo esférico de masa $m = 405\ kg$ que se mueve en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 5900 km sobre su superficie. Determine:

a) El periodo de este tipo de satélites.

b) La energía requerida para que, desde la superficie de la Tierra, pasen a describir dicha órbita.

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} Nm^2Kg^{-2}$; Masa de la Tierra, $M_T = 5.97 \cdot 10^{24} kg$; Radio de la Tierra, $R_T = 6.37 \cdot 10^6 m$.

Solución:

a) La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria, que es radial al ser órbita circular. Deducimos entonces que:

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{M\cancel{m}}{R^2} = \cancel{m}\frac{v^2}{R} \quad , v = \frac{2\pi R}{T} \quad \Rightarrow R^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM}R^3}$$

En este caso $R = h + R_T = 5900 \cdot 10^3 + 6{,}37 \cdot 10^6 = 12{,}27 \cdot 10^6 m$, por tanto

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}(12{,}27 \cdot 10^6)^3} = 1{,}35 \cdot 10^4 s = 3{,}76h$$

b) La energía requerida es la energía a aportar, que es la diferencia de energía entre ambas situaciones.

En la superficie antes del desplazamiento tenemos(A):

$$E_p = -G\frac{Mm}{R_T};\ E_c = 0$$

En la órbita tenemos(B):

$$E_m = E_p + E_c = -G\frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}$$

La diferencia es $E(B) - E(A) = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R} - \left(-G\frac{Mm}{R_T}\right) = GMm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2R}\right)$

Introducimos ahora los datos

$$E(B) - E(A) = W_{AB}$$

$$W_{AB} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 504\left(\frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 12{,}27 \cdot 10^6}\right) = 1{,}87 \cdot 10^{10} \text{J}$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
Un detector acústico que se encuentra situado a 200 m de una sirena mide un nivel de intensidad sonora de 80 dB. Suponiendo que la sirena emite como una fuente puntual, determine:

a) La potencia sonora de la sirena.
b) La distancia a la que debemos situar dicho detector para que mida la misma intensidad sonora cuando la sirena tiene una potencia doble a la del apartado anterior.

Dato: Intensidad umbral de audición, $I_0 = 10^{-12} W m^{-2}$.

Solución:

a) Calculamos la intensidad a partir del nivel de intensidad

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{80}{10}} = 10^{-4} \, W/_{m^2}$$

Asumiendo propagación isótropa de ondas esféricas

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow P = I \cdot 4\pi r^2 = 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot (200)^2 = 50{,}27\, W$$

b) Si la potencia es el doble, para que la intensidad sea la misma, ya que varía con el inverso del cuadrado de la distancia, la distancia será $\sqrt{2}$ veces mayor. Es decir, podemos plantearlo de la siguiente manera.

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{\cancel{P_1}}{\cancel{4\pi} r_1{}^2} = \frac{2\cancel{P_1}}{\cancel{4\pi} r_2{}^2} \Rightarrow r_2{}^2 = 2r_1{}^2 \Rightarrow r_2 = \sqrt{2} \cdot r_1 = \sqrt{2} \cdot 200 = 282{,}84 m$$

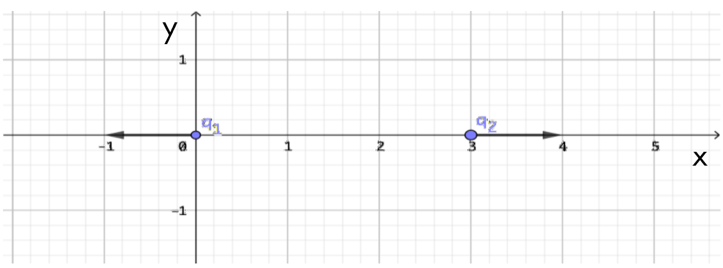
Ejercicio 3. (Calificación máxima: 2 puntos)
Una carga $q_1 = 10\mu C$ está situada en el origen de coordenadas, mientras que otra carga $q_2 = 20\mu C$ está situada en el punto (3,0)m. Calcule:

a) El punto del espacio en el que el campo eléctrico total generado por ambas cargas es nulo.
b) El trabajo que realiza el campo para transportar un electrón desde el punto (3,4)m hasta el punto (2,0)m.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$; Constante de la ley de Coulomb, $K = 9 \cdot 10^9 Nm^2C^{-2}$.

Solución:

a) Aplicando superposición, el vector campo eléctrico generado por ambas cargas será la suma de los vectores campo eléctrico generado por cada una de ellas. Entre ellas el campo eléctrico tiene misma dirección pero sentido opuesto al ser ambas positivas, por lo que el campo total será nulo cuando se igualen los módulos.



$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| \Rightarrow \cancel{K}\frac{10\cdot\cancel{10^{-6}}}{x^2} = \cancel{K}\frac{20\cdot\cancel{10^{-6}}}{(3-x)^2} \Rightarrow 20x^2 = 10(3-x)^2 \Rightarrow 2x^2 = (3-x)^2$$

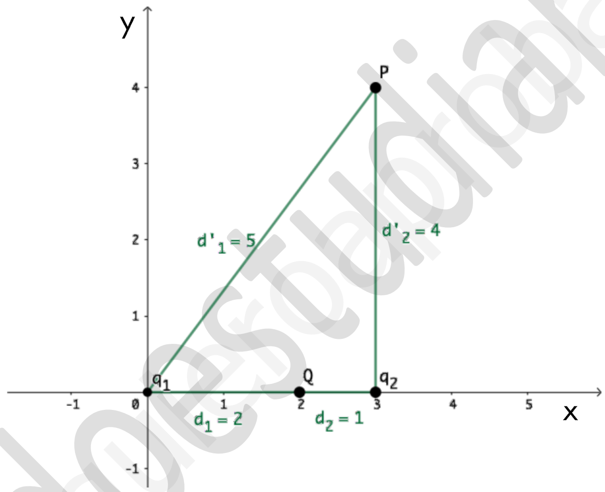
aplicando raíces a ambos lados nos queda

$\pm\sqrt{2}x = 3 - x$, Descartamos la opción negativa y así $\Rightarrow x = \frac{3}{\sqrt{2}+1} = 1{,}24m$

b) Denotamos por P al punto $(3{,}4)$ y por Q al punto $(2{,}0)$.
El trabajo realizado por el campo de P a Q es:

$$W_{P\to Q} = -\Delta E_p = -q\Delta\mathrm{V} = -\mathrm{q}\big(V(Q) - V(P)\big)$$

El potencial lo calculamos usando superposición



$$V(Q) = V_1(Q) + V_2(Q) = K\frac{q_1}{d_1} + K\frac{q_2}{d_2} = 9\cdot 10^9\,\frac{10\cdot 10^{-6}}{2} + 9\cdot 10^9\,\frac{20\cdot 10^{-6}}{1} = 2{,}25\cdot 10^5 V$$

$$V(P) = V_1(P) + V_2(P) = K\frac{q_1}{d_1} + K\frac{q_2}{d_2} = 9\cdot 10^9\,\frac{10\cdot 10^{-6}}{5} + 9\cdot 10^9\,\frac{20\cdot 10^{-6}}{4} = 6{,}3\cdot 10^4 V$$

Por lo que al final

$$W_{P\to Q} = -(-1{,}6\cdot 10^{-19})\cdot(2{,}25\cdot 10^5 - 6{,}3\cdot 10^4) = 2{,}6\cdot 10^{-14} J$$

Es un trabajo positivo, por tanto, espontáneo. Es decir, lo realiza la propia partícula.

Ejercicio 4.(Calificación máxima: 2 puntos)
Una lente convergente de 10 cm de distancia focal se utiliza para formar la imagen de un objeto de tamaño y=1 cm. Si queremos que la imagen se forme 14 cm a la derecha de la lente:

a) Determine la posición donde se debe situar el objeto y el tamaño de la imagen que se obtiene.
b) Realice el trazado de rayos correspondiente.

Solución:

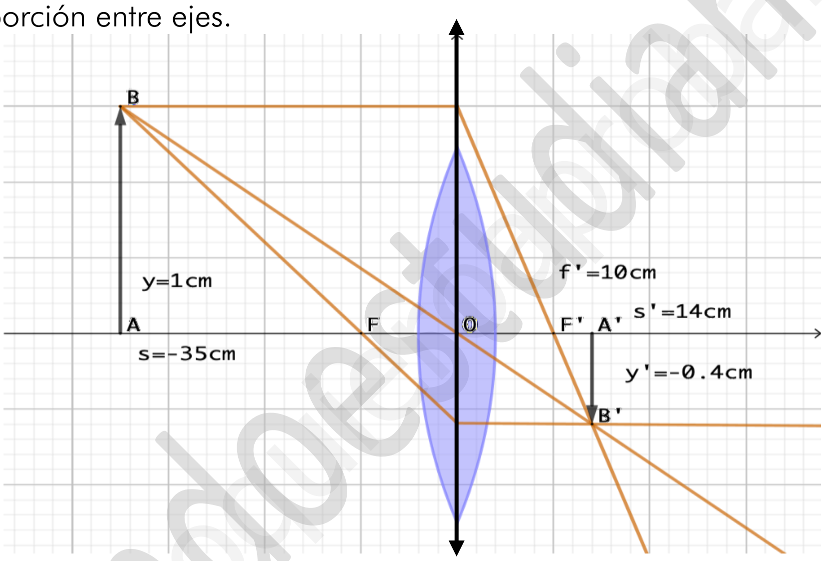
a) Como la lente es convergente y la imagen se forma a la derecha, la imagen es real e invertida. Por tanto $s' = 14\ cm$ y $y = 1\ cm$.
La ecuación de lentes es $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$, así

$$\frac{1}{14} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10} \Rightarrow s = \frac{-1}{\frac{1}{10} - \frac{1}{14}} = -35\ cm$$

Al estar invertida el aumento es negativo.

$$A = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{14}{-35} = -\frac{2}{5}$$
$$y' = \frac{-1}{5} \cdot y = -\frac{1}{5} \cdot 1 = -0.4\ cm$$

A continuación presentamos la gráfica aproximada, no hay la misma proporción entre ejes.



Ejercicio 5.(Calificación máxima: 2 puntos)
Si iluminamos un cierto material con una luz de longitud de onda $\lambda = 589\ nm$ se liberan electrones con una energía cinética máxima de 0.577 eV. Por otro lado al iluminarlo con luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 179.76\ nm$, la energía cinética máxima de los electrones emitidos es 5.38 eV. Determine:

a) El valor de la constante de Planck y el trabajo de extracción del material.
b) La longitud de onda de Broglie de electrón con energía cinética máxima para el caso en el que se ilumine el material con la luz ultravioleta.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$; Masa en reposo del electrón, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} Kg$; Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$.

Solución:

a) Planteemos para los dos casos la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$E_{incidente} = W_{extracción} + E_{cmáx} \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda_{incidente}} = W_{extracción} + E_{cmáx}$$

En el primer caso se tiene:

$$h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{589 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 0{,}577 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

En el segundo caso se tiene:

$$h \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{179{,}76 \cdot 10^{-9}} = W_0 + 5{,}38 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

Lo que nos queda es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, resolvemos, restamos la 1ª ecuación a la 2ª y nos queda

$$h \cdot (1{,}67 \cdot 10^{15} - 5{,}09 \cdot 10^{14}) = (5{,}38 - 1{,}6) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

$$h = \frac{(5{,}38 - 1{,}6) \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{(1{,}67 \cdot 10^{15} - 5{,}09 \cdot 10^{14})} = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\, J \cdot s$$

y entonces

$$W_0 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 5{,}09 \cdot 10^{14} - 0{,}577 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 2{,}45 \cdot 10^{-19} J = 1{,}53\, eV$$

b) La longitud de onda de De Broglie de un cuerpo es $\lambda_{Broglie} = \frac{h}{p}$.
Asumiendo velocidades no relativistas tenemos $p = mv$, y así tenemos

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

a continuación sustituimos en la primera ecuación y nos queda

$$\lambda_{Broglie} = \frac{h}{\sqrt{m 2 E_c}} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 5{,}38 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}} = 5{,}3 \cdot 10^{-10} m$$

FÍSICA
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA JULIO 2018/2019
OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Calificación máxima: 2 puntos)
El satélite Europa describe una órbita circular alrededor de Júpiter de 671100 Km de radio. Teniendo en cuanta que su periodo de revolución es de 3,55 días terrestres, determine:

a) La masa de Júpiter.
b) La velocidad de escape desde la superficie de Júpiter.

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Nm^2Kg^{-2}$; Radio de Júpiter, $R_J = 69911\ Km$.

Solución:

a) La única fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitatoria, que es radial al ser órbita circular. Deducimos entonces que:

$$F_g = F_c \Rightarrow G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \text{ y } v = \frac{2\pi R}{T} \Rightarrow R^3 = \frac{GM}{4\pi^2}T^2 \Rightarrow M = \frac{4\pi^2R^3}{GT^2}$$

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot (671100 \cdot 10^3)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (3{,}55 \cdot 24 \cdot 3600)^2} = 1{,}90 \cdot 10^{27}\ Kg$$

b) Deducimos la expresión de la velocidad de escape aplicando el principio de conservación de la energía mecánica en un lanzamiento desde un punto A en la superficie del planeta a un punto B infinitamente alejado: la energía mecánica se conserva dado que no hay fuerzas no conservativas como el rozamiento.

Punto A(superficie): $E_p = -G\frac{Mm}{R}; E_c = \frac{1}{2}m{v_e}^2$

Punto B(∞): $E_p = 0; E_c = 0$

Igualando la energía mecánica en A y en B calculamos la velocidad de escape.

$$-G\frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}m{v_e}^2 = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{2\frac{GM}{R}} = \sqrt{2\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}9 \cdot 10^{27}}{69911 \cdot 10^3}} = 6 \cdot 10^4\ m/s$$

Ejercicio 2. (Calificación máxima: 2 puntos)
La expresión matemática de una onda transversal que se propaga a lo largo del eje x viene determinada por la siguiente expresión en unidades del S.I.:

$$y(x,t) = 0.05\cos(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$$

Determine:

a) El valor de la fase inicial φ_0, si sabemos que en el instante $t = 5$s la velocidad de oscilación de un punto situado en $x = 3$m es nula y su aceleración es positiva.
b) El tiempo que tardará en llegar la onda al punto $x = 8$m si suponemos que la fuente generadora de dicha onda comienza a emitir en $t = 0$s en el origen de coordenadas.

Solución:

a) Como la velocidad en el punto $(x = 3, t = 5)$ es nula, calculamos la derivada de la posición y sustituimos los valores.

$$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -0.05 \cdot 8\pi \cdot \sin(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$$

$$v(3,5) = 0 \rightarrow -0{,}05 \cdot 8\pi \cdot \sin\left(8\pi \cdot 5 - 4\pi \cdot 3 + \varphi_0\right) = 0 \rightarrow \sin\left(28\pi + \varphi_0\right) = 0$$

Como $\sin(x) = \sin(x + n \cdot 2\pi) \rightarrow \sin\left(28\pi + \varphi_0\right) = \sin\left(14 \cdot 2\pi + \varphi_0\right) = \sin(\varphi_0)$

Así $\sin(\varphi_0) = 0 \rightarrow \varphi_0 = 0$ rad ó π rad. Calculamos ahora la aceleración.

$$a(x,t) = \frac{dv(x,t)}{dt} = -0{,}05 \cdot (8\pi)^2 \cdot \sin(8\pi t - 4\pi x + \varphi_0)$$

Si $\varphi_0 = 0$ rad, $a(3{,}5) = -0{,}05 \cdot (8\pi)^2 \cdot \sin(8\pi \cdot 5 - 4\pi \cdot 3 + 0) < 0$, luego la fase inicial no es nula.

Si $\varphi_0 = \pi$ rad, $a(3{,}5) = -0{,}05 \cdot (8\pi)^2 \cdot \sin(8\pi \cdot 5 - 4\pi \cdot 3 + \pi) > 0$, luego la fase inicial es $\varphi_0 = \pi$ rad.

b) El tiempo que tarda la oda en llegar al punto $x = 8$m en la dirección de propagación desde el origen de coordenadas es el tiempo que tarda la onda en propagarse esos 8 m.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{8\pi}{4\pi} = 2\, m/s$$

Se trata de un MRU, por lo que

$$t = \frac{e}{v} = \frac{8}{2} = 4s.$$

<u>Ejercicio 3.</u>(Calificación máxima: 2 puntos)

Un positrón, partícula idéntica al electrón pero con carga positiva, es acelerado mediante una diferencia de potencial ΔV para posteriormente introducirse en una región del espacio en la que hay un campo magnético $B = 5\mu T$ perpendicular a la velocidad del positrón. Sabiendo que el radio de la órbita circular que describe el positrón es 50 cm, obtenga:

a) El valor de la diferencia de potencial ΔV utilizada para acelerar el positrón.

b) El valor de la frecuencia angular de giro del positrón en dicha órbita.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$; Masa del positrón, $m_p = 9.1 \cdot 10^{-31} Kg$.

Solución:

a) Como la energía mecánica es conservativa, se tiene que $\Delta E_m = 0 \rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p = -q\Delta V$ y $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ por lo cual

$$\Delta V = -\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot q}$$

Necesitamos la velocidad, para ello igualamos los módulos de la fuerza magnética y centrípeta

$$q \cdot v \cdot B = m\frac{v^2}{R} \rightarrow v = \frac{q \cdot R \cdot B}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 0.5}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 4{,}4 \cdot 10^5\, m/s$$

Sustituimos ahora en el potencial

$$\Delta V = -\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot q} = -\frac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (4{,}4 \cdot 10^5)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = -0{,}55V$$

Un positrón tiene carga positiva y va hacia potenciales menores, por lo que la diferencia de potencial es negativa, y el incremento de energía cinética positiva.

b) La frecuencia angular es:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{|qB|}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} = 8{,}79 \cdot 10^{5}\, rad/s.$$

Ejercicio 4.(Calificación máxima: 2 puntos)

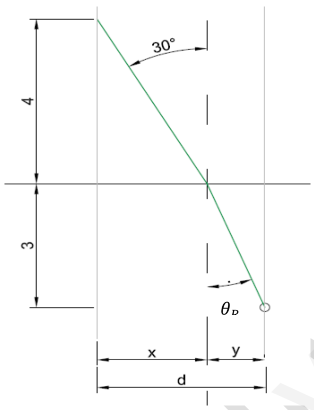
Desde lo alto de un trampolín, Carlos es capaz de ver a Laura que está buceando en el fondo de la piscina. Para ello tiene que mirar con un ángulo de 30 grados con respecto a la vertical. La altura de observación es de 4 m y la piscina tiene una profundidad de 3 m. Si el índice de refracción del agua es $n_{agua} = 1.33$, determine:

a) La distancia respecto a la vertical del trampolín a la que se encuentra Laura.

b) El ángulo límite entre ambos medios y realice un esquema indicando la marcha del rayo.

Dato: Índice de refracción del aire, $n_0 = 1$.

Solución:



a) Haciendo uso de la ley de Snell de la refracción se tiene que

$$\sin(\theta_1) \cdot n_1 = \sin(\theta_R) \cdot n_2 \Rightarrow \sin(30) \cdot 1 = \sin(\theta_R) \cdot 1{,}33$$

$$\theta_R = arcsen\left(\frac{0.5}{1{,}33}\right) = 22{,}08°$$

$$y = \tan(22.08) = \frac{x}{3} \Rightarrow x = 3 \cdot \tan(22.08) = 1{,}22m$$

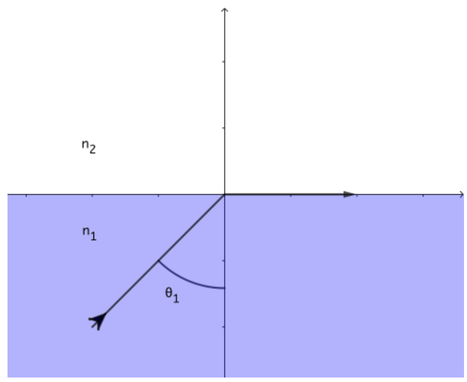
$$x = 4 \cdot \tan(30) = 2{,}31m$$

$$d = x + y = 3{,}53m$$

b) El ángulo límite es el ángulo para el que incidiendo el rayo desde el agua hacia el aire el ángulo refractado sea de 90°, entonces por la ley de Snell

$$\sin(\theta_1) \cdot n_1 = \sin(\theta_2) \cdot n_2 \Rightarrow \sin(\theta_1) \cdot 1.33 = \sin(90) \cdot 1$$

$$\theta_1 = arcsen\left(\frac{1}{1.33}\right) = 48.75°$$



Ejercicio 5.(Calificación máxima: 2 puntos)

Una muestra de madera de un sarcófago se ha datado mediante el método del C^{14} con una edad de 3200 años. En la muestra se ha detectado que la cantidad de C^{14} ha disminuido, respecto de la que había originariamente, un 32%.

a) Calcule la vida media del C^{14} y el periodo de semidesintegración.

b) Si la muestra actual contiene una masa de $8\mu g$ de C^{14}, ¿Qué actividad presenta dicha muestra?

Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$; Masa atómica del C^{14}, $M = 14.0\ u$.

Solución:

a) Planteamos la ley de desintegración usando base 2 ya que se pide $T_{1/2}$.

Si ha disminuido un 32%, queda un 68%, es decir 0,68.

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow 0{,}68 N_0 = N_0 e^{-\lambda 3200} \rightarrow ln 0{,}68 = -3200\lambda \rightarrow$$

$$\lambda = \frac{ln 0{,}68}{-3200} = 1{,}205 \cdot 10^{-4} años^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = 8.30 \cdot 10^3\ años$$

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{ln2}{\lambda} = 5{,}75 \cdot 10^3\ años$$

b) La actividad se define por

$$A = \lambda N = \lambda \cdot n \cdot N_A = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{8.3 \cdot 10^3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 14.0} = 1.31 \cdot 10^6\ Bq.$$