DERIVADAS DE FUNCIONES

Ejercicio nº1
Halla las derivadas de las siguientes funciones:

$a(x) = 2x^2 + 4x + 6$ $\qquad b(x)=\frac{x^3}{2}+\frac{x}{3}-5$ $\qquad c(x)=3(x^2+4x)+\frac{x}{2}$

Ejercicio nº2
Halla las derivadas de las siguientes funciones:

$a(x)=(x^2+4x)^3$ $\qquad b(x)=\frac{(x^2+2x)^2}{2}$ $\qquad c(x)=(3+x)(x^2+1)+x^2$

Ejercicio nº3
Halla las derivadas de las siguientes funciones:

$a(x)=\frac{x}{x-1}$ $\qquad b(x)=\frac{x^2+1}{x+1}$ $\qquad c(x)=\frac{x^2+2}{x^2+2x-1}$

Ejercicio nº4
Halla las derivadas de las siguientes funciones:

$a(x)=\sqrt{2x^2+1}$ $\qquad b(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$

Ejercicio nº5
Halla la derivada de las funciones:

$a(x)=\ln(x^2+4x)$ $\qquad b(x)=3e^{(x^2+x)}$

Ejercicio nº7

Dada la función $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2-5x-6}$,hallar el valor de su derivada en x = 1.

Ejercicio nº8
Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & si \quad x \le -1 \\ e^{2x+2} & si \quad x > 1 \end{cases}$$

Hallar su derivada.

① $a(x) = 2x^2 + 4x + 6 \qquad a'(x) = 4x + 4$

$b(x) = \frac{x^3}{2} + \frac{x}{3} - 5 \qquad b'(x) = \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{3}$

$c(x) = 3(x^2 + 4x) + \frac{x}{2} = 3x^2 + 12x + \frac{x}{2}$

$c'(x) = 6x + 12 + \frac{1}{2} = 6x + \frac{25}{2}$

② $a(x) = (x^2 + 4x)^3 \qquad a'(x) = 3(x^2+4x)^2 \cdot (x^2+4x)'$

$a'(x) = 3(x^2+4x)^2 \cdot (2x+4)$

$b(x) = \frac{(x^2+2x)^2}{2} \qquad b'(x) = \frac{2(x^2+2x)}{2} \cdot (2x+2)$

$b'(x) = (x^2+2x)(2x+2)$

$b'(x) = 2x^3 + 2x^2 + 4x^2 + 4x$

$b'(x) = 2x^3 + 6x^2 + 4x$

$c(x) = (3+x)(x^2+1) + x^2 = 3x^2 + 3 + x^3 + x + x^2$

$c(x) = x^3 + 4x^2 + x + 3 \qquad c'(x) = 3x^2 + 8x + 1$

(3) $a(x) = \dfrac{x}{x-1}$

$a'(x) = \dfrac{x'(x-1) - x(x-1)'}{(x-1)^2} = \dfrac{1\cdot(x-1) - x\cdot 1}{(x-1)^2} =$

$a'(x) = \dfrac{x-1-x}{(x-1)^2} = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$

$b(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$

$b'(x) = \dfrac{(x^2+1)'\cdot(x+1) - (x^2+1)\cdot(x+1)'}{(x+1)^2} =$

$b'(x) = \dfrac{2x\cdot(x+1) - (x^2+1)\cdot 1}{(x+1)^2} =$

$b'(x) = \dfrac{2x^2+2x-x^2-1}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2+2x-1}{(x+1)^2}$

$c(x) = \dfrac{x^2+2}{x^2+2x-1}$

$c'(x) = \dfrac{(x^2+2)'\cdot(x^2+2x-1) - (x^2+2)\cdot(x^2+2x-1)'}{(x^2+2x-1)^2}$

$c'(x) = \dfrac{2x(x^2+2x-1) - (x^2+2)\cdot(2x+2)}{(x^2+2x-1)^2} = \dfrac{2x^2-6x-4}{(x^2+2x-1)^2}$

(4)

$$a(x) = \sqrt{2x^2+1} = (2x^2+1)^{1/2}$$

$$a'(x) = \frac{1}{2}(2x^2+1)^{-1/2}(2x^2+1)'$$

$$a'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x^2+1}} \cdot 4x = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$$

$$b(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1} = \frac{(x+1)^{1/2}}{x-1}$$

$$b'(x) = \frac{((x+1)^{1/2})' \cdot (x-1) - \sqrt{x+1} \cdot (x-1)'}{(x-1)^2} =$$

$$b'(x) = \frac{\frac{1}{2}(x+1)^{-1/2} \cdot (x+1)' \cdot (x-1) - \sqrt{x+1} \cdot 1}{(x-1)^2} =$$

$$b'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot 1 \cdot (x-1) - \sqrt{x+1}}{(x-1)^2} =$$

$$b'(x) = \frac{\frac{x-1}{2\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1}}{(x-1)^2} = \frac{x-1}{2\sqrt{x+1}(x-1)^2} - \frac{\sqrt{x+1}}{(x-1)^2} =$$

$$b'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(x-1)} - \frac{\sqrt{x+1}}{(x-1)^2}$$

(5)

$$a(x) = \ln(x^2+4x)$$

$$a'(x) = \frac{(x^2+4x)'}{x^2+4x} = \frac{2x+4}{x^2+4x}$$

$$b(x) = 3e^{(x^2+x)}$$

$$b'(x) = 3e^{(x^2+x)} \cdot (x^2+x)' =$$

$$b'(x) = 3 \cdot e^{(x^2+x)} \cdot (2x+1)$$

(7) $$f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-5x-6}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2-9)' \cdot (x^2-5x-6) - (x^2-9)\cdot(x^2-5x-6)'}{(x^2-5x-6)^2} =$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2-5x-6) - (x^2-9)\cdot(2x-5)}{(x^2-5x-6)^2} =$$

$$f'(x) = \frac{2x^3-10x^2-12x-2x^3+5x^2+18x^2-45}{(x^2-5x-6)^2} = \frac{-5x^2+6x-45}{(x^2-5x-6)^2}$$

$$f'(1) = \frac{-5\cdot 1^2+6\cdot 1-45}{(1^2-5\cdot 1-6)^2} = \frac{-44}{100} = \frac{-11}{25}$$

(8)

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ e^{2x+2} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} (2x+3)' & \text{si} \quad x \leq -1 \\ (2x+2)' \cdot e^{2x+2} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si} \quad x \leq -1 \\ 2 \cdot e^{2x+2} & \text{si} \quad x > 1 \end{cases}$$