

FUNCIONES. DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

Ejercicio nº1

¿Para qué valores de x tienen sentido las siguientes funciones?

a) $f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} - 2\sqrt{2}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2-4}$

Ejercicio nº3

Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4}$

b) $f(x) = \frac{x-2}{x^2-1}$

c) $f(x) = \frac{x}{1-\sqrt{x+1}}$

d) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{x}$

Ejercicio nº4

Halla el dominio de las siguientes funciones a trozos:

a) $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 1 \\ -\frac{1}{x} & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ x & \\ 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } -8 \leq x < -4 \\ x+2 & \text{si } -4 \leq x < 2 \\ \frac{8}{x} & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$

Ejercicio nº5

Halla el dominio de las siguientes funciones.

a) $(2x - \sqrt{4x^2 - x})$

b) $\sqrt{(x+2)(x+3)} - x$

c) $\frac{\sqrt{x+9}-3}{\sqrt{x+16}-4}$

d) $\ln(x-3)$

e) $\ln \frac{x+2}{x+1}$

d) $\ln \sqrt{x^2-9}$

SOLUCIONES:

Trabajo 1DOMINIO DE FUNCIONESEjercicio 1 :

$$a) f(x) = \sqrt{4+x} + \sqrt{4-x} - 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4+x} \Rightarrow 4+x \geq 0 \quad x \geq -4 \quad \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. [-4, 4]$$

$$\sqrt{4-x} \Rightarrow 4-x \geq 0 \quad 4 \geq x \quad \text{Dom } f(x) = [-4, 4]$$

$$b) f(x) = \frac{1}{x^2-4} \quad \begin{array}{l} x^2-4=0 \quad x^2=4 \\ x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2 \end{array}$$

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

Ejercicio 2 :

$$a) f(x) = \frac{x^2-x-2}{x^2-4x+4} \quad \begin{array}{l} x^2-4x+4=0 \\ x=2 \end{array}$$

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$b) f(x) = \frac{x-2}{x^2-1} \quad \begin{array}{l} x^2-1=0 \quad x^2=1 \\ x = \pm 1 \end{array}$$

$$\text{Dom } f(x) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$c) f(x) = \frac{x}{1 - \sqrt{x+1}}$$

$$1 - \sqrt{x+1} = 0 \Rightarrow 1 = \sqrt{x+1} \quad 1^2 = x+1$$

$$1 = x+1$$

$$x = 0$$

$$\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \quad x \geq -1$$

$$\text{Dom } f(x) = [-1, \infty) - \{0\}$$

$$\text{Dom } f(x) = [-1, 0) \cup (0, \infty)$$

$$d) f(x) = \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{x}$$

$$\sqrt{1-x} \Rightarrow 1-x \geq 0 \quad 1 \geq x \quad x \geq 0$$

$$\sqrt{x+1} \Rightarrow x+1 \geq 0 \quad x \geq -1$$

$$\text{Dom } f(x) = [-1, 1] - \{0\}$$

$$\text{Dom } f(x) = [-1, 0) \cup (0, 1]$$

Ejercicio 3:

$$a) f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x \leq 1 \rightarrow (-\infty, 1] \\ -\frac{1}{x} & \text{si } 1 < x \leq 3 \rightarrow (1, 3] \\ 1 & \text{si } x > 3 \rightarrow (3, \infty) \end{cases}$$

$x=0$? $\text{Dom} f(x) = (-\infty, 1] \cup (1, 3] \cup (3, \infty) =$

$\text{Dom} f(x) = \mathbb{R}$

$$b) f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } -8 \leq x < -4 \quad [-8, -4) \\ x+2 & \text{si } -4 \leq x < 2 \quad [-4, 2) \\ 8 & \text{si } 2 \leq x \quad [2, \infty) \end{cases}$$

$x=0$? $\text{Dom} f(x) = [-8, -4) \cup [-4, 2) \cup [2, \infty)$

$\text{Dom} f(x) = \mathbb{R}$

Ejercicio 4

a) $2x - \sqrt{4x^2 - x}$

$\sqrt{4x^2 - x} \Rightarrow 4x^2 - x \geq 0 \Rightarrow 4x^2 - x = 0$

	$-\infty$	0	$1/4$	∞	
x		-	+	+	$x(4x-1) = 0$
$4x-1$		-	-	+	$x=0$
	$-\infty$	0	$1/4$	∞	$4x-1=0 \Rightarrow x=1/4$
		+	-	+	

$4x^2 - x \geq 0 \Rightarrow (-\infty, 0] \cup [1/4, \infty)$

$\text{Dom } f(x) = (-\infty, 0] \cup [1/4, \infty)$

b) $\sqrt{(x+2)(x+3)} - x$

$\sqrt{(x+2)(x+3)} \Rightarrow (x+2)(x+3) \geq 0$

	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
$(x+2)$		-	-	+
$(x+3)$		-	+	+
	$-\infty$			$+\infty$
		+	-	+

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$
 $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -3] \cup [-2, \infty)$

Ejercicio 4

$$c) \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sqrt{x+16} - 4}$$

$$\sqrt{x+9} \rightarrow x+9 \geq 0$$
$$x \geq -9$$

$$\sqrt{x+16} \rightarrow x+16 \geq 0$$
$$x \geq -16$$

$$\sqrt{x+16} - 4 = 0$$

$$\sqrt{x+16} = 4$$

$$x+16 = 4^2$$

$$x = 0$$

$$\text{Dom } f(x) = [-9, \infty) - \{0\}$$

$$\text{Dom } f(x) = \underline{[-9, 0) \cup (0, \infty)}$$

$$d) \text{Ln}(x-3) \quad x-3 > 0 \quad x > 3$$

$$\text{Dom } f(x) = \underline{(3, \infty)}$$

$$e) \text{Ln} \frac{x+2}{x+1}$$

$$\frac{x+2}{x+1} > 0$$

	$x+1=0$	$x-1$		
	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
$x+2$	-	+	+	
$x+1$	-	-	+	
	$-\infty$	-2	-1	$+\infty$
	+	-	+	

$$\text{Dom } f(x) = \underline{(-\infty, -2) \cup (-1, \infty)}$$

$$f) \text{ } \mathcal{L}N \sqrt{x^2 - 9}$$

$$x^2 - 9 > 0 \quad \underbrace{x^2 > 9} \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow \begin{matrix} x = -3 \\ x = 3 \end{matrix}$$

$$\text{Dom } f(x) = (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$$

www.yoquieroaprobar.es